La enseñanza de la división en la escuela primaria: proceso de estudio en una tarea colaborativa

Dilma Fregona*
María Fernanda Delprato
Pilar Orús

Resumen

Nos interesa comunicar hallazgos del proceso de estudio del documento "La división en la escuela primaria" (lo llamaremos "documento base") de un equipo de docentes e investigadores de la Universidad Nacional de Córdoba[1] (Argentina) para su interpretación y difusión.

Este documento fue publicado en 1985 por la Universidad de Bordeaux I, Francia, producido en colaboración por un grupo de maestros de la Escuela Primaria J. Michelet (de Talence), profesores formadores de maestros e investigadores en didáctica de la matemática. En 2005 Fregona lo tradujo al español y durante 2011 y 2012 fue discutido por integrantes del equipo de investigación mencionado.

Particularmente presentaremos el contexto de producción de ese documento y modos de estudio de decisiones fuertemente contextualizadas e implícitas en el mismo.

Algoritmo convencional – Desafíos a alumnos y docents –

Gestión de la clase

---

* Facultad de Matemática Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Argentina. Facultad de Filosofía y Humanidades, UNC, Argentina. Universitat Jaume-I, Castelló, España. CE: dilmafregona@gmail.com; ferdelprato@gmail.com; orus@mat.uji.es

[1] Proyecto aprobado por la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la UNC, Res. 203/2014 "Estudiar y documentar prácticas de enseñanza y usos de la matemática para la formación de docentes". Integrantes: Aguilar, Delprato, Foglia, Fregona, Giménez, Gerez Cuevas, Schiapparelli. Externos: Orús, Llorente.

Y también, es parte del proyecto: "Desarrollo profesional de docentes o futuros docentes en matemática: indagaciones, perspectivas y desafíos en diferentes escenarios" subsidiado por la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (FONCyT- PICT-2011-0857). Período 2012-2015.

We want to communicate findings from the study of the document "The division in elementary school" (we'll call "base document") of a team of teachers and researchers from the National University of Cordoba (Argentina) for interpretation and dissemination.

This document was published in 1985 by the University of Bordeaux I, France, produced in collaboration by a group of teachers of the Elementary J. Michelet (Talence), teachers, teacher educators and researchers in mathematics education. In 2005 was translated into Spanish, in 2011 and 2012 was discussed by members of the research team said.

Particularly we present the context of production of that document and study ways and implied strongly contextualized decisions on it.

Conventional algorithm – Challenges students and teachers –

Classroom management

El contexto de producción y su acceso hoy

El documento "La división en la escuela primaria" (lo llamaremos "documento base") nos remite a un proceso que comienza a fines de 1960, cuando surgieron en Francia institutos asociados a las universidades denominados IREM[2], con el fin de realizar investigaciones en enseñanza de la matemática y desarrollar programas de formación continua de docentes de matemática de educación primaria y secundaria. Esos espacios continúan sus tareas con diferentes variantes[3].

En la Universidad de Bordeaux, el IREM se creó por gestión del Prof. Colmez en octubre de 1969. Ya desde 1966, el Prof. Brousseau buscaba los medios institucionales para crear un "centro" que hiciera posible una interacción *apropiada* entre investigadores en didáctica de la matemática y un establecimiento del sistema

[2] Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques.
[3] Información disponible en: http://www.univ-irem.fr/ (consulta julio 2015).

educativo.

En el año lectivo 1972-1973 se crea el Grupo Escolar Jules Michelet, de gestión pública, inserto en una zona con población migrante, en la comuna de Talence próxima a Bordeaux. Es un establecimiento de educación inicial, con salas de 3, 4 y 5 años; y educación primaria, que abarca de 6 a 11 años, organizada según el sistema nacional en Curso Preparatorio, Curso Elemental 1er. año, Curso Elemental 2do. año, Curso Medio 1er. año y Curso Medio 2do. año (las siglas correspondientes son: CP, CE1, CE2, CM1 y CM2). En el predio de ese Grupo Escolar, en 1974, se construyó el edificio del Centre d'Observation et de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques (COREM), que funcionó como tal hasta 1999[4].

Los maestros de Michelet desarrollaban actividades específicas en tiempo institucional, ya que su carga lectiva estaba reducida en unas horas semanales. Así, participaban de diversas actividades de investigación como la preparación y observación de clases objeto de estudios teóricos, con doctorandos, formadores de maestros e investigadores; un seminario semanal; preparación de clases "comunes" con los formadores de maestros y eventualmente investigadores; redacción de las planificaciones diarias y de informes de las acciones realizadas durante el año lectivo. Esos espacios colaborativos de investigación teórica, de observación y documentación de las prácticas de enseñanza, producen una gran cantidad de informes (para la administración o para conservar la traza de lo realizado en los diferentes temas de estudio); producciones de alumnos y maestros de la escuela; registros en video de clases de matemática; tesis de posgrado o artículos de investigación; documentos difundidos por el IREM para la formación inicial o continua de maestros de enseñanza primaria, etc.

A partir del 2010, buena parte de los recursos documentales y bibliográficos producidos en el COREM, son albergados en el Centro de Recursos de Didáctica de la Matemáticas (CRDM)[5], que depende del Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones (IMAC) de la Universitat Jaume-I de Castelló, España, cuya responsable es la Prof. Orús. En junio de 2014 se firmó un convenio específico de cooperación entre el IMAC y la

[4] Mayor información en: http://guy-brousseau.com/le-corem/presentation/ (consulta julio 2015).
[5] Información disponible en: http://www.imac.uji.es/CRDM/index.php (consultado julio 2015).

FAMAF, con lo cual se institucionalizó el vínculo que tiene por finalidad desarrollar la investigación en didáctica de las matemáticas en ámbitos universitarios.

El estudio del documento base y su difusión está todavía en proceso[6]. Actualmente una de las integrantes del grupo estableció vínculos con la Escuela de Archivología de la FFyH para avanzar en la organización de la documentación digitalizada.

Un modo de estudio

Precisamente, el “documento base” que tomamos para estudiar una secuencia de enseñanza sobre la división, proviene de esas producciones difundidas por el IREM de Bordeaux. Además de los alumnos que en esos momentos cursaban CE2, CM1 y CM2 (tercero, cuarto y quinto año de escolaridad), participaron los maestros, formadores de maestros e investigadores[7]. La distinción es significativa a nivel de las funciones que desempeñaba cada uno en grupos de trabajo colaborativo, donde semanalmente se reunía el equipo, se tomaban decisiones sobre el proceso de enseñanza, se analizaban clases observadas y producciones de los alumnos, etc. El documento base refleja en su escritura las discusiones entre maestros, estudiantes de posgrado[8], profesores formadores e investigadores. Así, la sección dedicada a la presentación de las “actividades” estaba a cargo de los maestros que registraban y redactaban la planificación diaria (previamente), observaban o realizaban esas clases

[6] En el año 2012, diferentes integrantes del proyecto actual, presentaron trabajos en eventos académicos sobre los materiales estudiados. Así:
-Enseñar la división en la escuela primaria: un problema de investigación y de formación docente”, XXXV Reunión de Educación Matemática, Córdoba, 6 al 8 de agosto. Disponible en: http://www2.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_28/28-1_FregonaOtros-EnsenarDivision.pdf
- Cómo enseñar la división en la escuela primaria. Un ejemplo de utilización de los recursos del CRDM-GB para la investigación y la formación del profesorado, XVI Simposio de la SEIEM, 20-22 de setiembre, Universidad Internacional de Andalucía en Baeza (Jaén). En prensa.
- Los recursos del «Centre pour l'observation et la recherche en didactique des mathematiques» (COREM), posible cantera de datos para el ASI. Un ejemplo: la enseñanza de la división en la escuela primaria”, VI Colloque International Analyse Statistique Implicative (A.S.I.), Réigner, Bailleul, Gras (Eds.) Caen (France) 7-10 Noviembre ISBN: 978-2-7466-5256-9, pp. 307-334.
[7] Esas funciones (como lo señala la carátula de la publicación) eran cumplidas por Nadine Brousseau, Gresillier, Greslard y Lacave-Luciani como maestras; Briand, Teule-Sensacq, Vinrich, como formadores y Guy Brousseau como investigador.
[8] El tema matemático “división”, según sabemos, fue objeto de estudios de posgrado en Bordeaux en dos oportunidades. Banwitttiya, Yéléko (1993): L'ingénierie du sens en mathématiques: la division dans N, Q et D à l'école primaire. Thèse, Université Bordeaux I. Katembera, Imana (1982): Etude théorique d'une situation didactique. Le jeu "le compte est bon collectif" pour la mise en oeuvre d'un algorithme de la division, DEA, Université Bordeaux I.

(durante) y recogían producciones de los alumnos (posterior). Las otras secciones (“Antecedentes”, “Conclusiones”, etc.) habitualmente estaban en manos de otros actores vinculados con ese proyecto de enseñanza.

Cuestiones metodológicas

Con la finalidad de estudiar ese documento con maestros de nivel primario, Fregona lo tradujo al español y próximamente, revisado, estará disponible en el sitio del CRDM ya mencionado. En diversas oportunidades fue analizado en instancias presenciales con docentes de educación primaria, pero es en el marco de un taller realizado en la UNC que el estudio toma un espesor diferente. Dicho taller, realizado entre maestras de primarias de adultos e investigadores de la UNC, se constituyó inicialmente como un espacio de acompañamiento a esas docentes antes y después de la clase, en el marco del trabajo de campo del doctorado de Delprato. Fue ante una demanda sostenida de las docentes sobre cómo enseñar la división, que decidimos abordar el estudio a través de ese documento, sin avizorar (tenemos que reconocerlo) la riqueza y complejidad del objeto en cuestión.

Determinado el tema por la demanda, ¿por qué la elección de ese documento del año 1985? Ese informe muestra con cierto detalle una secuencia en la cual hay pistas sobre aspectos del proyecto de enseñanza (materiales a utilizar, momentos de avance y “balances”), producciones de los alumnos, dificultades que encuentran los docentes en la gestión de la clase, etc. Y también, porque la secuencia inicia con problemas que los alumnos resuelven de algún modo (con “métodos empíricos de cálculo” según las Instrucciones Oficiales de la época) y los conduce al algoritmo estándar o usual según los documentos curriculares vigentes. Este paso de llegar a la técnica usual es una cuestión fundamental en las prácticas de enseñanza; en el espacio del taller, en reiteradas oportunidades y a través de diferentes expresiones, las docentes plantearon: *“¿cómo se vuelve al [*algoritmo*] convencional? Porque es eso lo que se quiere.”* Esa cuestión es difícil de tratar, particularmente en textos escolares o documentos de apoyo.

Foglia[9] estudia esa cuestión tomando como base documentos curriculares y materiales de enseñanza en el sistema educativo argentino. En el documento base distinguimos actividades que son esenciales en el proceso de aprendizaje del algoritmo usual con sentido y que habitualmente no están incluidas en la educación primaria en nuestro contexto. En la próxima sección ilustraremos algunas de esas decisiones.

El grupo del taller, durante el año lectivo 2011, se reunió sistemáticamente tres veces al mes, para estudiar ese documento. Las discusiones, las dudas, las interpretaciones, las consultas a otros materiales bibliográficos, etc. fueron registradas por cada uno de los participantes en un archivo que compartimos. Así, al cabo de unos meses, pudimos expresar: *"Los propósitos del trabajo que realizamos en el marco del taller son dos: estudiar la secuencia para enseñar la división, y profundizar en el texto para acordar sobre el modo de comunicación de dicha secuencia."*

Presencialmente o con recurso a la tecnología, tenemos la oportunidad de analizar diferentes aspectos de la secuencia con docentes e investigadores que participaron en su diseño y ejecución. Es más, actualmente en la Escuela Michelet, ese es un material de estudio entre los maestros y directivos, con quienes profundizamos las interpretaciones posibles al texto, que el contexto de las prácticas de enseñanza en esa Escuela de alguna manera oculta para un lector externo.

Algunas decisiones para analizar

Tal como lo presentamos en el año 2012 (véase nota al pie 6), las actividades en el documento base, inician con problemas destinados a alumnos de CE2, es decir del tercer año de escolaridad primaria. Las "historias" de los enunciados son parecidas[10], loque sorprende es el tamaño de los números involucrados (245 y 18; 310 y 16; 187 y 12; etc.) y las primeras respuestas que producen los alumnos.

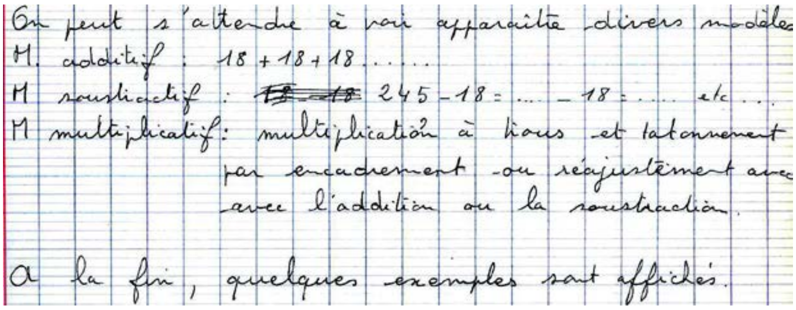
[9] Foglia, A. (en curso). Tendencias en la enseñanza del algoritmo de la división por dos cifras en documentos curriculares y textos escolares, tesis en la Licenciatura de Ciencias de la Educación, Universidad Católica de Córdoba.

[10] Se trata de buscar el número de "grupos" que se pueden armar con cierta cantidad de "elementos".

Situación 1 (primera sesión)**:** *Se quiere distribuir un alfajor a cada uno de los 245 niños de una colonia de vacaciones. Cada caja contiene 18 alfajores. ¿Cuántas cajas hay que abrir?*

Se anticipa[11]:

Figura 1, UJI, CRDM, Planificación CE2, 13-05-1983. Caja 159


On peut s'attendre à voir apparaître divers modèles
M. additif : 18 + 18 + 18 . . . . .
M soustractif : ~~18 - 18~~ 245 - 18 = ... - 18 = ... etc . . .
M multiplicatif : multiplication à trous et tatonnement
par encadrement ou réajustement avec
avec l'addition ou la soustraction.
A la fin, quelques exemples sont affichés.

Esta planificación es del mes de mayo, es decir que se plantea casi al final del año escolar (las vacaciones de verano inician a principios de julio). Los textos de los problemas y las producciones de los alumnos nos interpelaron fuertemente: *¿Cuáles son los conocimientos disponibles que tienen los alumnos?* En algunas secciones del documento, se señalan aspectos a tener en cuenta, entre ellos: "es indispensable que los alumnos tengan un cierto dominio del funcionamiento de la numeración y una práctica "correcta" de la suma, de la multiplicación y de la resta." *¿Qué significa esta cuestión?*

Esa pregunta fue objeto de discusión en el taller. Los maestros de adultos conjeturaron: *Práctica "correcta" de la suma… Que usen un procedimiento eficiente aunque el algoritmo no sea el convencional*[12]*.* Este interrogante apuntaba a identificar los conocimientos que debían estar disponibles en las aulas que las docentes gestionaban para iniciar esta secuencia de enseñanza de un objeto escolar bien determinado: el algoritmo convencional de la división. De allí la preocupación central por develar conocimientos exigidos para identificar a partir de las producciones

---

[11] Para cada una de las imágenes ponemos como nota al pie su traducción. "Podemos esperar que aparezcan diversos modelos. M. aditivo: 18 + 18 + 18… M. sustractivo: 18 – 18 245- 18 = … - 18 = … etc. M. multiplicativo: multiplicación "a completar" y tanteo por encuadramiento o reajuste con la adición o la sustracción. Al final, se exhiben algunos ejemplos."

[12] Cabe señalar que las docentes del Taller sugirieron que en la difusión del documento base aparecieran sus comentarios que son interrogantes, apostando a que esto daría tranquilidad y confianza a un lector que se encuentre haciéndose las mismas (u otras) preguntas.

individuales de sus alumnos quiénes están en condiciones de iniciar este tipo de trabajo. Cabe recordar que en la modalidad EDJA el carácter modular y flexible de la propuesta curricular conlleva la necesidad de reconocer saberes disponibles en los sujetos dado que no existe un recorrido común que asegure su disponibilidad.

El documento da algunas pistas de actividades a realizar en la clase con respecto al estudio del sistema de numeración y las operaciones, pero no son suficientes para armar la trama que sostiene las producciones de los alumnos.

Las prácticas de enseñanza, por lo que describimos del modo de funcionamiento del Grupo Escolar Michelet en la primera sección, son bastante estables en el transcurso de los años. Dado que el documento base fue difundido en 1985, buscamos en el CRDM documentos de ciclos lectivos anteriores. Por el momento, disponemos de unas imágenes que dan cuenta de ciertos rubros identificados para tratar la cuestión: ¿qué temas es necesario profundizar para comunicar/analizar el texto? Designamos a esos rubros como: "sistema de numeración", "operaciones" y "gestión de la clase"[13].

Del segundo rubro, mostraremos a continuación actividades que identificamos como relativas a, "propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma[14]; (…); y respuesta a la pregunta ¿cuántos hay? de diferentes

---

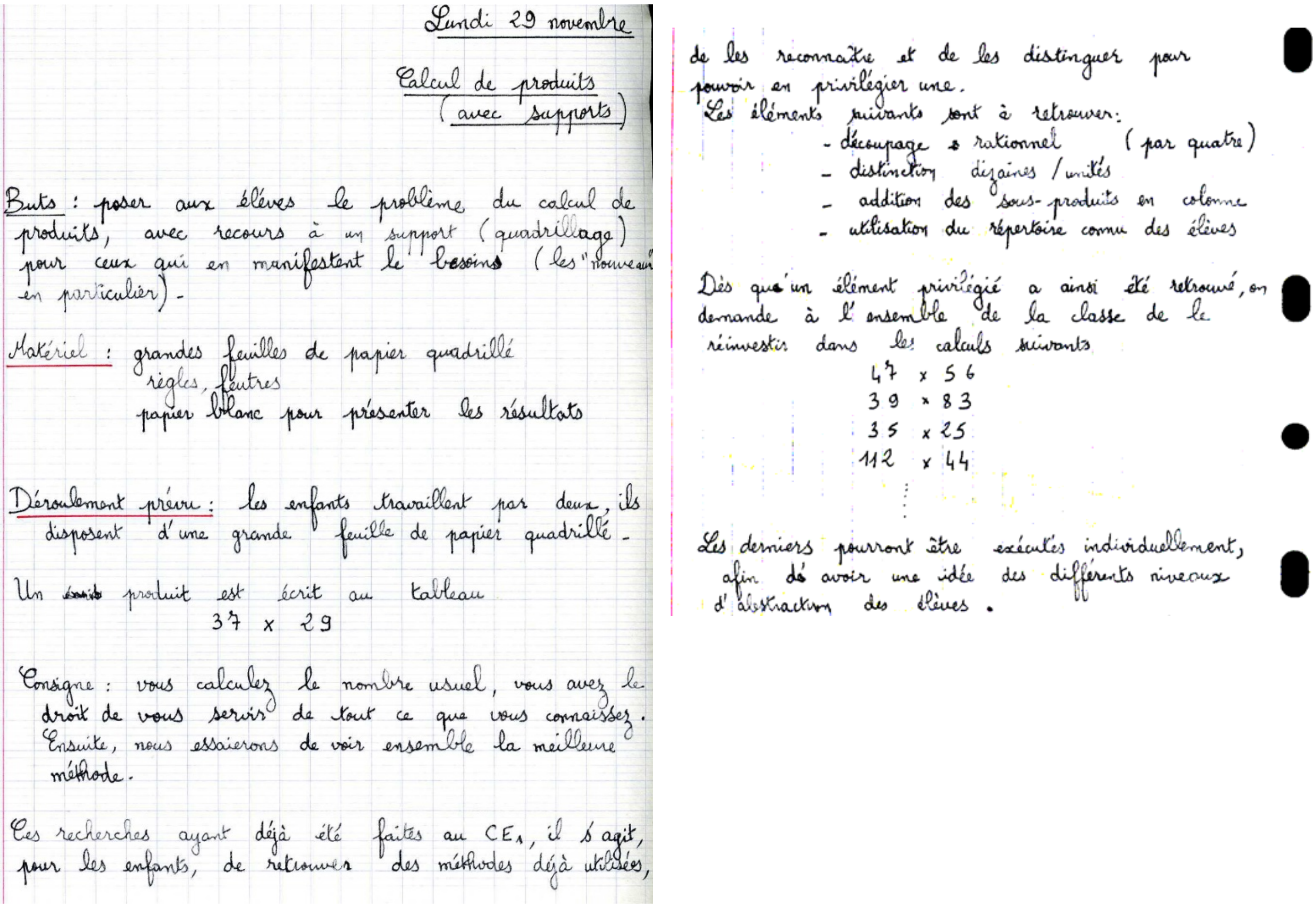
[13] Véase Fregona y Orús 2012 donde se señala que en el primer rubro, sistema de numeración, distinguimos: "cómo se arman los "paquetes de diez", cuándo se recurre a ellos, cómo se gestiona el uso; diferentes descomposiciones polinómicas; múltiplos de un número, encontrar un número entre múltiplos sucesivos de otro, por defecto o por exceso". En el segundo rubro, "Operaciones: construcción y dominio de los cálculos "en línea"; propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma; definición de división con cociente entero; disponibilidad de repertorios aditivos y multiplicativos; respuesta a la pregunta ¿cuántos hay? de diferentes modos, según la colección a contar y su disposición; anticipación de la magnitud de los resultados, en particular del cociente en una división". Con respecto al tercero, "Gestión de las clases: cuándo se proponen "métodos empíricos de cálculo"; en "problemas de búsqueda"; qué tipos de ejercicios acompañan el proceso de estudio de la división; qué recursos utilizar según los avances de la clase; cómo orientar la presentación de las producciones grupales; cuáles son los criterios de corrección y cómo tratar los errores; cuáles son los conocimientos disponibles en los docentes para interpretar producciones de los alumnos; qué condiciones favorecen el trabajo grupal, el debate, las argumentaciones". (Disponible en: http://www2.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_28/28- 1_FregonaOtros-EnsenarDivision.pdf)

[14] La propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, en este caso para los números naturales a, b y c cualesquiera, permite afirmar que: a x (b + c) = a x b + a x c. Es fundamental en la tecnología (en tanto discurso que justifica un modo de hacer) del algoritmo convencional del producto por varios dígitos. Por ejemplo para resolver 4087 x 34, el cálculo que hacemos responde a: 4087 x 34 = 4087 x (30 + 4) = 4087 x 4 + 4087 x 30. Intervienen también en ese cálculo, las propiedades conmutativa de la suma y asociativa del producto.

modos, según la colección a contar y su disposición.”

En una planificación de una clase del mismo grado (CE2, o sea, tercer año de la escolaridad primaria) previa al inicio del trabajo con la secuencia de la división (planificación del 29 de noviembre, fines del primer trimestre del ciclo lectivo) se clarifica el sentido de la actividad presentada y se anticipan al final posibles procedimientos de los alumnos[15]:

Figura 2, UJI, CRDM, Planificación CE2 82-83, caja 158



Lundi 29 novembre

Calcul de produits (avec supports)

Buts : poser aux élèves le problème du calcul de produits, avec recours à un support (quadrillage) pour ceux qui en manifestent le besoin (les "nouveaux" en particulier).

Matériel : grandes feuilles de papier quadrillé
règles, feutres
papier blanc pour présenter les résultats

Déroulement prévu : les enfants travaillent par deux, ils disposent d'une grande feuille de papier quadrillé.

Un produit est écrit au tableau
37 x 29

Consigne : vous calculez le nombre usuel, vous avez le droit de vous servir de tout ce que vous connaissez. Ensuite, nous essaierons de voir ensemble la meilleure méthode.

Ces recherches ayant déjà été faites au CE1, il s'agit, pour les enfants, de retrouver des méthodes déjà utilisées, de les reconnaître et de les distinguer pour pouvoir en privilégier une.
Les éléments suivants sont à retrouver:
- découpage rationnel (par quatre)
- distinction dizaines / unités
- addition des sous-produits en colonne
- utilisation du répertoire connu des élèves

Dès qu'un élément privilégié a ainsi été retrouvé, on demande à l'ensemble de la classe de le réinvestir dans les calculs suivants
47 x 56
39 x 83
35 x 25
112 x 44
⋮

Les derniers pourront être exécutés individuellement, afin d'avoir une idée des différents niveaux d'abstraction des élèves.

[15] “Lunes 29 de noviembre. Cálculo de productos (con soportes). Objetivos: plantear a los alumnos el problema del cálculo de productos, con el recurso a un soporte (cuadrícula) para quienes manifiesten la necesidad (los “nuevos” en particular). Material: grandes hojas de papel cuadriculado, reglas, marcadores, papel blanco para presentar los resultados. Desarrollo previsto: los niños trabajan de a dos, disponen de una gran hoja de papel cuadriculado. Un producto está escrito en el pizarrón 37 x 29. Consigna: “calculen el número habitual, pueden usar todo lo que conocen. Luego, intentaremos ver juntos el mejor método”. Estas búsquedas ya han sido hechas en CE1, se trata para los niños, de recuperar métodos ya utilizados, reconocerlos y distinguirlos para poder privilegiar uno. Esperamos encontrar los elementos siguientes: recorte racional (en cuatro), distinción decenas/unidades, adición de sub-productos en columna, utilización del repertorio conocido por los alumnos. Desde el momento en que se haya recuperado un elemento privilegiado, se pide al conjunto de la clase que lo reinvierta en los cálculos siguientes: 47 x 56, 39 x 83, 35 x 25, 112 x 44… Los últimos podrán ser ejecutados individualmente, a fin de tener una idea de los diferentes niveles de abstracción de los alumnos.”

En un primer análisis de esta planificación, advertimos con sorpresa la consigna de "calcular el número habitual". Si bien no lo profundizaremos aquí por razones de espacio, podemos anticipar en virtud de las búsquedas realizadas en el CRDM en torno a los rubros enunciados anteriormente (sistema de numeración, operaciones, gestión de la clase), que esta actividad evoca otras realizadas en años anteriores. Así los alumnos estaban acostumbrados a designar la cantidad de elementos de una colección que supera el rango numérico conocido con escrituras aditivas (por ejemplo, nombrar una colección de 17 elementos agrupando como 5 + 4 + 4 + 2 + 2). Además han reconocido el límite de estas escrituras aditivas en grupos irregulares para comparar números y, la potencialidad del uso de los "paquetes de diez" para el conteo de grandes colecciones secuencia designada en las entrevistas con maestras (hoy retiradas) de la Escuela como "les fourmillions").

En ese recorrido más amplio donde las operaciones de suma y multiplicación son útiles para designar colecciones, se inscriben estas actividades en que la escritura multiplicativa es abordada para designar una colección de objetos dispuestos como un rectángulo.

¿Pero por qué no hacer estos cálculos con la calculadora? ¿Qué justificaría hacer vivir a los alumnos la aventura de construir este cálculo? En Brousseau (1965, 2015)[16], encontramos la presentación (actualizada) de una pequeña obra que aparece como un cuaderno de ejercicios, destinado a los primeros meses de escolaridad de alumnos de 6 años. Allí, el autor propone iniciarlos en prácticas algebraicas promoviendo que usen no sólo el nombre de los objetos, clases de objetos y relaciones sino también declaraciones sobre los mismos. Interpretamos que dar el nombre habitual a la cantidad que responde a la expresión 37 x 29 es una aventura para los alumnos donde, el recorte de la cuadrícula es un modo de resolver el problema, aunque la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma no esté reconocida como tal en la clase. En la planificación, los docentes anticipan que los alumnos van a recuperar diferentes técnicas, van a elegir una "declaración" de los números en juego en función de sus conocimientos disponibles. Entendemos, tema a consultar con los maestros de Michelet, que "recorte racional (en cuatro)" alude a considerar 37 x 29 como (30 + 7) x

[16] En: http://guy-brousseau.com/wp- content/uploads/2015/07/Dunod_65_Pres_Vers_espagnole_.pdf

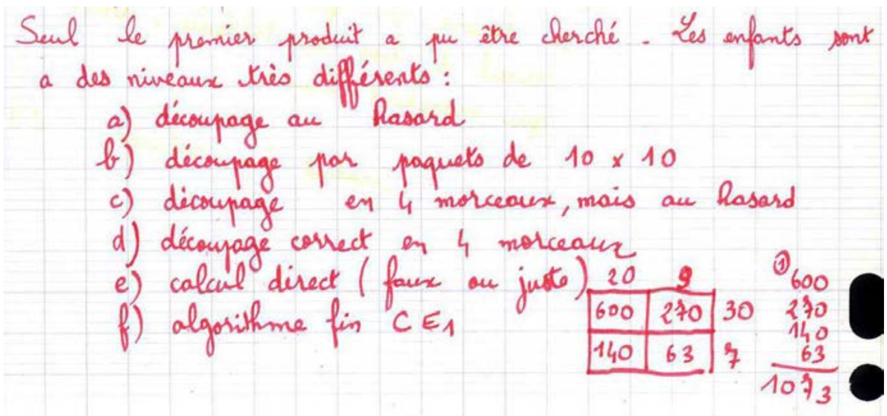
(20 + 9).

Es decir si nuevamente nos planteamos, para abordar este cálculo, *¿cuáles son los conocimientos disponibles que tienen los alumnos?* la consulta a referencias bibliográficas mencionadas en informes producidos por los maestros, nos permite reconstruir algunas huellas (que serán analizadas con quienes diseñaron la secuencia): designar el número de objetos de una colección dispuesta en un rectángulo por una escritura multiplicativa de tipo “a x b”[17]; designar números conocidos (menores a 30) con diferentes productos[18]; calcular productos por 10[19]; utilizar productos conocidos para contar una colección importante. Este es el objeto, como vimos, de la planificación de la Fig. 2.

¿Qué muestran algunas producciones de los alumnos?

Sobre esa misma planificación, al final, hay observaciones registradas[20] posteriores a la realización de la clase:

Figura 3, UJI, CRDM, Planificación CE2 82-83, caja 158



Seul le premier produit a pu être cherché. Les enfants sont à des niveaux très différents :

a) découpage au hasard
b) découpage par paquets de 10 x 10
c) découpage en 4 morceaux, mais au hasard
d) découpage correct en 4 morceaux
e) calcul direct (faux ou juste)
f) algorithme fin CE1

20	9	
600	270	30
140	63	7

600
270
140
63
1073

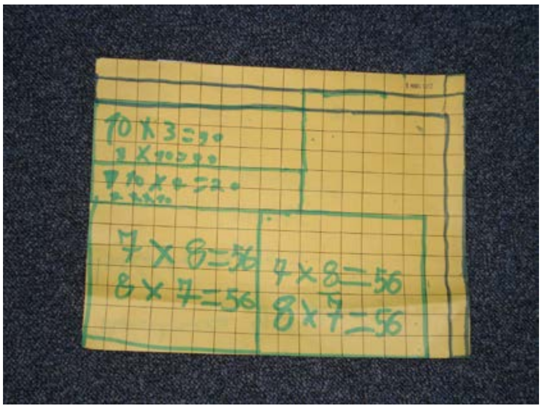
Las expectativas de los docentes con respecto a las técnicas esperadas no fueron satisfechas, según muestra esta imagen. Sólo uno de los productos pudo ser trabajado en esta clase, y no todas las técnicas observadas conducen a la resolución del cálculo.

[17] Las colecciones responden a productos como 9 x 7; 11 x 7; 8 x 13; 15 x 7; 10 x 8; 15 x 10; etc.
[18] Por ejemplo, 12 se escribe como “3 x 4”, “4 x 3”, “2 x 6”, etc. No se buscan necesariamente todos los productos posibles con factores naturales. Este tipo de tareas, acompañadas de una gestión adecuada y de los repertorios que se van conociendo, promueve el aprendizaje de algunos productos entre dígitos… ¡ingresan las tablas de multiplicar!
[19] Se vincula con los temas relativos a sistema de numeración, “los paquetes de 10”.
[20] “Solo el primer producto pudo ser buscado. Los niños tienen niveles muy diferentes: a) recorte al azar, b) recorte en paquetes de 10 x 10, c) recorte en cuatro partes, pero al azar, d) recorte correcto en 4 partes, e) cálculo directo (erróneo o correcto), f) algoritmo de fin de CE1.” La imagen ilustra la técnica d).

En la anticipación (véase nota 15) los docentes esperan que los alumnos recuperen "métodos" ya utilizados el año anterior y conjeturan, entre ellos, la "distinción decenas/unidades". El recorte en paquetes de 10, y de 10 x 10 es un conocimiento útil en una situación de contar una colección rectangular de más de 600 objetos, hay allí una decisión que da cuenta, en relación a condiciones precedentes, de un *salto de complejidad o informacional*. Es decir, la modificación de la *variable didáctica* tamaño de los factores, propone características suficientemente diferentes a lo conocido como para que surja una técnica nueva, que conlleva nuevos conocimientos (Brousseau 2007).

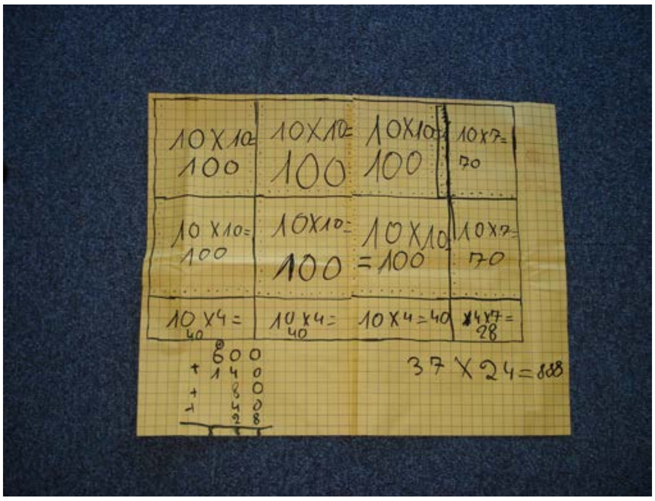
Así en actividades previas en CE1 observamos que los números en juego al ser más chicos habilitan respuestas en las que los alumnos recurren a cálculos del repertorio, dado que no hay necesidad de abordar los paquetes de 10 o de 10 x 10. Por ejemplo, la imagen que sigue ilustra el cálculo de 18 x 14, sobre una cuadrícula donde cada cuadradito es de 2 cm x 2 cm, con un procedimiento correspondiente a los de tipo: a) según la descripción de la figura 3. Se observa un recorte irregular: dos sectores de 7x8, uno de 10 x 2 y otro de 10 x 3. El recorte no es exhaustivo y el grupo no llega a un resultado. Es necesario señalar, a través de las producciones de los alumnos, que el producto por dígitos está en proceso de estudio: el repertorio conocido por la clase, y exhibido en el aula, no da cuenta de la tabla pitagórica completa de la multiplicación (hasta 9 x 9); y la escritura 7 x 8 y 8 x 7 en un sector del papel cuadriculado parece ser herencia de la actividad de expresar una cantidad como producto de dos factores, conocimiento que no es pertinente en la resolución de este problema.

Figura 4, UJI, CRDM, Imagen 1776, CE1 81-82, caja 130



En cambio, con números mayores, es escaso el margen de eficacia que se puede obtener empleando esta técnica. En algunas de las producciones encontradas frente a actividades similares a la analizada se observa la aparición de nuevos conocimientos. Por ejemplo, la imagen de la Figura 5 ilustra el cálculo de 37 x 24 (cálculo con valores aproximados al de la planificación de la Fig. 2), con una cuadrícula de 2 cm x 2 cm, según la técnica b), es decir el “recorte en paquetes de 10 x 10”. Observamos sobre el lado de 37 cuadraditos, tres grupos de 10 y luego 7. Sobre el lado de 24, dos grupos de 10 y cuatro cuadraditos. Distinguimos en el papel cuadriculado 12 sectores. Y luego en la suma aparecen sólo seis sumandos, evidentemente han realizado cálculos parciales en búsqueda de un cálculo más económico (por ejemplo, 600 es la cantidad de cuadraditos que hay en los seis grupos de 10 x 10). El grupo obtiene el resultado correcto.

Figura 5, UJI, CRDM, Imagen 2064, CE2 85-86, caja 229



Observamos en otros documentos del CRDM, que los grupos que pueden elaborar este tipo de técnicas, pronto son conducidos a la técnica d) mencionada, donde sin el recurso a la cuadrícula[21], resuelven (30 + 7) x (20 + 4).

Reflexiones finales

En la reconstrucción precedente hemos recurrido a indicios de la construcción del proyecto docente de enseñanza que sostuvo y sostendría el trabajo con la

[21] Los alumnos cuentan con papel blanco tamaño A4 y algunos repertorios multiplicativos. Hay una ruptura con la actividad precedente.

secuencia propuesta en el documento base para la enseñanza de la división. Para ello recuperamos voces docentes con dos fuentes documentales diversas: las escrituras docentes de planes disponibles en el CRDM que van sosteniendo el proceso de enseñanza de algunas operaciones (la multiplicación) cuyo dominio correcto supone el documento base; los comentarios docentes al documento base que interrogan aspectos vinculados a este proyecto. Asimismo retomamos en los archivos del CRDM episodios de clases reconstruidos parcialmente a partir de la documentación de producciones de los alumnos.

La intención de este recorrido ha sido caracterizar componentes del medio del profesor (Fregona y Orús, 2011) que pueden ser posibles fuentes de desequilibrios de los conocimientos/saberes docentes constituidos a partir de tradiciones de enseñanza del algoritmo de la división en nuestro contexto. Así nos hemos referido a condiciones para el sostén del proyecto de enseñanza comunicado en el documento base que consideramos importante tematizar en su difusión: el sentido que tienen las actividades analizadas en la secuencia más amplia en relación al objeto de estudio y la identificación en las producciones de los alumnos de hechos destacables en relación con ese objeto matemático.

Es decir, nos propusimos mostrar la “aventura docente” que implica la gestión de algunas situaciones desarrolladas en el documento base evidenciando intentos de develarlo por docentes que no han participado de “su amasado”, así como, indicios de decisiones docentes en la construcción del mismo.

Los archivos sobre los cuales estamos trabajando necesitan un proceso de escritura para poder ser comunicados. Tenemos posibilidades de producir materiales, en función de diferentes destinatarios y según el soporte (papel o sitios en las instituciones involucradas). Lo que está claro es la finalidad de la difusión: es un material de studio destinado a la formación inicial o continua de docentes, sea de escuela primaria o profesores de matemática del nivel medio. También puede contribuir a la formación en didáctica de la matemática, específicamente en la interpretación de decisiones en la enseñanza desde el marco de la teoría de las situaciones didácticas, desarrollada inicialmente por Brousseau.

El estudio del documento base y también de los hallazgos de originales que estamos encontrando en el CRDM (producciones de los alumnos, planificaciones de los docentes, registros de observaciones de clases, etc.) no intenta reconstruir fielmente la secuencia. En interacciones con quienes la diseñaron, ellos muestran cierto fastidio por momentos y expresan "es demasiado larga", tal actividad "se hubiese tenido que plantear antes", "yo ahora no lo haría así, y menos lo dejaría escrito", etc. Es un material de estudio de educación matemática ya que cuestiona profundamente los saberes y las prácticas de enseñanza en torno a un tema provocador.

En diferentes ocasiones, en espacios de taller con docentes argentinos, al analizar las técnicas producidas por los alumnos en la resolución del primer problema de división en tercer grado (véase Fig. 1) preguntamos: ¿cuál de esas técnicas de resolución del problema es la que más se ajusta a la enseñanza del algoritmo usual? Algunos docentes se inclinaban por las sustracciones reiteradas ("porque se ajusta a la conceptualización de la división") otros, por el recurso a la multiplicación ("porque al dividir también se multiplica"). En el documento base, claramente hay decisiones que, basadas en la memoria de la clase (Brousseau y Centeno 1991), apuntan a instalar la multiplicación. Muestra de ello es el enunciado (el quinto problema de la secuencia) que se refiere a una cuadrícula[22]. El medio del alumno está organizado para que, como mostramos sea la multiplicación uno de los conocimientos fundamentales, y más adelante la asociación "multiplicación – resta" constituyan el nuevo conocimiento: el algoritmo convencional de la división entera.

En los últimos años está en discusión al interior del sistema educativo y también de la noósfera si vale la pena enseñar el algoritmo estándar de la división. Y nuestra posición es que se trata de un tema que da una amplia oportunidad para que los docentes se posicionen como "matemáticos" y no solo como "enseñantes" (Chevallard, Bosch y Gascón, 1998). Y los alumnos vivan la aventura de experimentar prácticas algebraicas en su trayecto de educación primaria.

[22] El enunciado plantea que una tira de papel de 16 cuadrados de ancho se quiere cortar de modo tal que se obtenga un rectángulo de ese ancho y que no supere los 460 cuadrados en total, pero que se aproxime lo más posible. Hay que buscar cuál será el largo de la tira.

Bibliografía

Brousseau, G. y Centeno, J. (1991). "Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2/3).

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas,* libros del Zorzal, Buenos Aires.

Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. España: SEP - ICE Universitat de Barcelona.

Fregona, D. y Orús, P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática.* Libros del Zorzal, Buenos Aires.