

Análisis de diversas técnicas de cálculo de la división disponibles en la transición al nivel secundario

Pamela Demaria¹
María Laura Magliano²
Mariel Mondino³
Silvana Rainero⁴

Resumen

En este trabajo presentamos avances sobre una investigación realizada en el marco de un proyecto de articulación/extensión entre la Dirección General de Educación Superior (DGES), la Facultad de Filosofía y Humanidades (FFyH) y la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC) iniciado en el año 2014.⁵

Desde nuestra experiencia docente y en diálogo con colegas de diferentes instituciones educativas de Nivel Primario y Secundario, surge una problemática común al abordar la resolución de la división en el aula. En este sentido, la pregunta que circula en las instituciones de ambos niveles es ¿cómo lograr que los alumnos puedan disponer de una técnica eficaz en el cálculo de la división? Esta comunicación tiene la intención de mostrar la diversidad de técnicas de cálculo de la división, en la transición entre la escuela primaria y secundaria, situándonos al inicio de primer año en dos escuelas de la ciudad de San Francisco, con el objetivo de analizar dichas técnicas empleadas por los estudiantes. A partir de la aplicación de un diseño metodológico específico,

¹ Instituto Superior de Formación Docente “Santa Teresita”. CE: pamelademaria89@gmail.com; lauramagliano_1982@hotmail.com

² Escuela Normal Superior “Dalmacio Vélez Sársfield. CE: mmondino1@gmail.com

³ Colegio Superior “San Martín” CE: silvanarainero@gmail.com

⁴ Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas/Universidad de Buenos Aires. Instituto de Historia Argentina y Americana “Dr. Emilio Ravignani”. Argentina. Correo electrónico: lcucchi@filo.uba.ar

⁵ Dilma Fregona y Nicolás Gerez Cuevas (FAMAF); Ma. Fernanda Delprato (FFyH) colaboraron en la revisión de esta comunicación.

orientado por estrategias como evaluación diagnóstica, entrevistas, talleres de educadores, se obtuvo información relevante para identificar los conocimientos involucrados.

Técnicas de cálculo de la división - categorización - algoritmo convencional - algoritmo por descomposición o cocientes parciales - técnica aditiva, sustractiva y multiplicativa

Analysis of the various techniques of division resolution available in the transition to the secondary level

Abstract

This paper presents the progress of a research carried out as part of an articulation/extension project started in 2014 between the General Office of Higher Education, the Faculty of Philosophy and Humanities and the Faculty of Mathematics, Astronomy, Physics and Computing of the National University of Córdoba.

From our teaching experience and the dialogue with colleagues from various primary and secondary educational institutions, a common dilemma arises when it comes to the resolution of the division in the classroom. Accordingly, the question is how to provide the students with an effective technique for division resolution.

This communication intends to show the diversity of division resolution techniques and analyse those applied by students in the transition between primary and secondary school. The experience took place in two schools of San Francisco, in particular at the beginning of the first year of secondary school. By applying a specific methodological design guided by strategies such as diagnostic assessment, interviews and teacher workshops, relevant information was obtained to identify the knowledge involved. This article analyses the instruments and limitations in the federal control of the press between the constitutional reform of 1860 and the end of the 1880s. To that end, we examine legislative debates, presidential addresses, Supreme Court rulings, articles of jurists in the specialized press and doctoral theses of the University of Buenos Aires that addressed this issue. Keywords: Argentina; 19th century; Freedom of the press; Political Press; Federalism.

Techniques of division resolution - categorization - conventional algorithm - decomposition algorithm or partial quotients - additive, subtractive and multiplicative techniques

Introducción

El proyecto de articulación entre la Dirección General de Educación Superior (DGES) y la Universidad Nacional de Córdoba (UNC), presentado a la Secretaría de Extensión Universitaria, llevaba por título “Entramando la matemática y las prácticas educativas para

el fortalecimiento de la enseñanza e investigación en Matemática y Educación Matemática” y abarcaba dos líneas de acción. Nuestro trabajo se inscribe en la primera de ellas: la formación en investigación en Educación Matemática y lo denominamos: “Las técnicas de cálculo de la división de números naturales en la transición entre la escuela primaria y secundaria”. ¿Por qué técnicas y no algoritmo de la división? Hay allí una decisión fundada en perspectivas teóricas.

Aunque los algoritmos constituyen un tipo muy particular de técnicas, es importante no confundir ambas nociones. Solo en ocasiones excepcionales una técnica matemática puede llegar a sistematizarse hasta tal punto que su aplicación esté totalmente determinada y pueda, por tanto, ser considerada como un algoritmo. En general, la aplicación de una técnica matemática siempre mantiene cierto grado de indeterminación, aún y cuando su definición sea precisa y por grande que sea el dominio que el estudiante tenga de ella”. (Chevallard et al, 1997, p. 123-124).

En el marco de este proyecto, presentamos otra comunicación en las X Jornadas de Investigación en Educación: “Educación: derecho social y responsabilidad estatal” cuyo título es: “Diseño metodológico para el estudio de técnicas de cálculo de la división en la transición al nivel secundario” (Demaria et al, 2017) en la que abordamos decisiones sobre las estrategias de indagación de las que se derivan los resultados que aquí presentamos.

Las integrantes de este equipo de investigación somos docentes en la formación de profesores de Nivel Inicial, Primario y/o Secundario en matemática de Institutos de Formación Docente de la Provincia de Córdoba, de gestión pública o privada.

Durante el recorrido trazado hasta llegar a la conformación de nuestro equipo, desde el año 2014, asistimos a encuentros presenciales y virtuales con docentes de la DGE y las Facultades mencionadas,⁶ en los cuales se fortaleció la formación en investigación.

Así, en 2015 logramos la conformación del equipo de trabajo integrado por cuatro profesoras en base a una preocupación común, pero con la particularidad de provenir de tres localidades: Balnearia, Las Varillas y San Francisco, todas del Departamento San Justo, ubicado al Este de la provincia de Córdoba. Como equipo adoptamos un sistema virtual de comunicación y en algunas ocasiones realizamos reuniones presenciales en nuestras localidades de residencia que nos permitió optimizar el procesamiento de información en soporte papel.

A fines de 2015 y durante el primer cuatrimestre de 2016 nos abocamos al diseño y redacción del proyecto de investigación mencionado cuyo objetivo general es: Documentar y analizar técnicas de cálculo de la división de números naturales, en la transición entre la escuela primaria y secundaria. En esta comunicación profundizaremos aspectos derivados

⁶ Además de los colaboradores anteriores, Liliana Vanella y Darío Giménez (FFyH); Marisa Muchiut y recientemente incorporada Claudia Castro (DGE). Inicialmente, participaron por DGE Roxana Mercado y Vanesa Partepilo.

del análisis de dichas técnicas situándonos al inicio de primer año en dos escuelas de la ciudad de San Francisco.

El año 2016 estuvo destinado a la profundización de las perspectivas teóricas y a la elaboración del plan para cumplimentar con los objetivos propuestos en la investigación. En el transcurso de ese período, se procedió a la presentación del proyecto a los directivos y docentes de las escuelas seleccionadas, la elaboración de las consignas de una evaluación diagnóstica para recopilar las técnicas de cálculo de la división disponibles en los estudiantes de primer año y concluimos el año realizando entrevistas a sus docentes para documentar, según sus experiencias, qué técnicas de cálculo esperaban encontrar en los estudiantes, cuáles son las decisiones pedagógicas que habitualmente toman a partir de ello y qué cambios realizarían en las consignas del diagnóstico presentado.

A inicios del ciclo lectivo 2017, los equipos directivos de las instituciones nos asignaron tres cursos según los criterios construidos y solicitados: pluralidad en escuelas de procedencia de los estudiantes y localización geográfica. El diagnóstico se tomó en la segunda semana de clases y luego emprendimos el análisis de las técnicas de cálculo en simultáneo a la preparación de los talleres. En el transcurso del mes de mayo y junio realizamos dos encuentros bajo la modalidad de *talleres de educadores* “[Esto] implica una modalidad grupal de trabajo orientada tanto al perfeccionamiento docente como a la investigación socioeducativa. Un espacio de coparticipación entre docentes en actividad y equipo de investigación (...) alrededor de una problemática socioeducativa acordada grupalmente” (Achilli, 2006, p. 58). Contamos con la participación de los docentes involucrados con el fin de analizar algunos aspectos del trabajo realizado, tanto en relación a las técnicas de cálculo de la división disponibles en las resoluciones de los alumnos como de la relación del docente con la enseñanza de esas técnicas y en general de la matemática.

Perspectivas teóricas

El presente trabajo tiene como objetivo analizar técnicas de cálculo de la división de números naturales de estudiantes en la transición entre la escuela primaria y secundaria. Para ello fue necesario identificar las técnicas y los conocimientos involucrados en las resoluciones de los estudiantes.

Siguiendo la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), los objetos matemáticos no son absolutos, sino que se consideran en relación a una institución determinada, de allí que los componentes de las producciones humanas estén en estrecha relación con los sujetos que ocupan diferentes posiciones en las instituciones donde se encuentra el saber en estudio. Desde esta perspectiva no hay UN saber sobre la división en naturales, sino que se da una trama de tareas, técnicas y discursos tecnológicos y teóricos que son parte del proyecto de enseñanza en las escuelas (Chevallard et al, 1997).

Ante el reconocimiento de esta relatividad institucional de los saberes, nos preguntamos ¿qué entendemos por división? Nos enfrentamos así a la necesidad teórica de buscar una

definición que se aproxime al contenido escolar como referencia que nos permita tratar la diversidad de técnicas que anticipamos podían utilizar los estudiantes y reflexionar sobre este proceso de escolarización:

dividir un entero **a** (dividendo) por el entero positivo **b** (divisor) es encontrar dos enteros **q** (cociente (...)) y **r** (resto: no negativo) siempre determinados unívocamente (...), tales que: **a = bq + r con $0 \leq r < b$** (Rey Pastor et al, 1959, p. 46).

En otras palabras, y trabajando en el conjunto de los números naturales, encontrar el cociente **q** es establecer cuál es el número que multiplicado por el divisor **b** se acerca lo más posible al dividendo **a**, pero sin llegar a superarlo, y encontrar el resto **r** es calcular la distancia entre dicho producto y el dividendo.

Esta definición nos posibilita considerar como técnicas para la realización de tareas que son del tipo “dividir dos números naturales” a cualquier modo de hacer que permita encontrar los valores de **q** y de **r**, incluyendo al algoritmo convencional entre otras maneras de dividir.

Estrategias metodológicas y primeras lecturas del trabajo de campo

El diseño metodológico de nuestra investigación es objeto de estudio de otra comunicación (Demaria et al, 2017), aquí se mencionan aspectos relevantes del trabajo de campo que resultan imprescindibles a la hora de analizar las técnicas de cálculo.

El diagnóstico forma parte de dicho trabajo de campo, se realizó en tres primeros años de dos escuelas secundarias de la localidad de San Francisco, cuyos estudiantes provienen de distintas localidades y provincias, pero aun perteneciendo a la misma ciudad proceden de instituciones de educación primaria diferentes. Esto anticipa las diferencias didácticas y pedagógicas que marcaron las trayectorias escolares y nos permitió preguntarnos: ¿Cuáles son las técnicas de cálculo de la división en el conjunto de los números naturales disponibles en los estudiantes de primer año?

Docentes de primer año de enseñanza secundaria al ser entrevistadas mencionan:

- En primer año yo siempre les aclaro que trabajamos de la manera que a ustedes [estudiantes] les salga mejor, pero siempre recalcando la otra forma [algoritmo convencional]⁷... avanzando les va a resultar mucho más simple.

(...) trabajamos las distintas formas que tienen de resolver y bueno aceptarlas y de ahí en más ver si alcanza o quiere aprender la forma convencional (...) y si a él [estudiante] le sirve, como me dijo este chico (...): “a mí me sale re fácil así”. Entonces bueno, (...) que divida así, si a él le resulta (...), más allá de que sea larga.

⁷ Presentaremos en las próximas páginas una descripción de la técnica que tomamos por algoritmo convencional.

- No se enseña en primer año. La división no está como tema, sino como repaso. Si lo tuviera como tema sí lograría que todos dominen el mismo algoritmo. (...) Tengo tan internalizado el algoritmo convencional, que nunca me puse a ver cómo lo resuelven por aproximación.

La propuesta para primer año presentada para el área de matemática, en el Diseño Curricular de la Educación Secundaria del Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, menciona como Aprendizajes y Contenidos: “Análisis de las operaciones en N^8 y sus propiedades” (MEPC, 2011-2020, p. 38). Para llevar a cabo ese análisis es necesario revisar la técnica de cálculo de la división tal como está disponible en los estudiantes y, desde nuestra posición, el docente se sentiría más seguro en su proyecto de enseñanza si puede recuperar y hacer avanzar los conocimientos de los estudiantes sobre ese objeto.

Tanto en las entrevistas como en los talleres, las docentes manifiestan que esperan que sus estudiantes “sepan dividir”, es decir disponer de una técnica eficaz, pero se encuentran con una diversidad de técnicas de cálculo que por lo general son eficaces en determinadas condiciones (según la relación entre los números involucrados y el tamaño de esos números) y entonces el tipo de tarea⁹ que implica resolver una división no atraviesa el umbral de las tareas problemáticas para convertirse en tareas rutinarias. En general las técnicas suelen tener un alcance limitado y por ende son eficaces en determinadas condiciones. Por ejemplo, y en relación al problema que nos ocupa, si uno quiere dividir por “algoritmo convencional” $152.356.251:45.256$ se complica... El problema para el sujeto que debe realizar un tipo de tareas en una institución no es la diversidad de técnicas en sí, sino que la diversidad no garantiza eficacia. En todo caso la diversidad de técnicas es un problema de enseñanza para el docente ya que influye directamente en la gestión de sus clases, que va desde aceptar todo tipo de técnicas para la resolución de la división hasta imponer la unificación del algoritmo convencional.

Entonces “lo que se intenta es hacer visible -a través de determinados instrumentos conceptuales y metodológicos- aquello que “no vemos” del mundo escolar -en sentido amplio- por estar inmersos en él” (Achilli, 2006, p. 42). Al mismo tiempo coincidimos con la autora que hacer visibles las problemáticas escolares posibilitan “algún avance en el conocimiento de la misma y, a su vez, dicho conocimiento al des-cotidianizarlo puede ser relevante en los procesos de resignificación de las prácticas” (Achilli, 2006, p. 43).

Por este motivo procedimos a la recopilación de las técnicas de cálculo de la división, a través del instrumento de diagnóstico resuelto por los estudiantes, que tuvo un exhaustivo proceso de construcción.-

⁸ Campo de los números Naturales.

⁹ “Un tipo de tareas se expresa generalmente mediante un verbo de acción (como comer, dibujar, calcular, acarrear, estudiar, analizar, etc.) y un complemento de objeto (que delimita el campo de aplicabilidad del tipo de acción denotado por el verbo). (...) A su vez, un tipo de tareas existe concretamente en la forma de tareas “individuales”, llamadas genéricamente especímenes del tipo” (Chevallard, 2013, p. 47)

El diagnóstico (figura 1) consta de un problema y dos consignas que presentan divisiones, este instrumento permitió documentar una amplia variedad de técnicas de cálculo de la división.

Figura 1. Diagnóstico

Nombre y apellido:	
Colegio:	
Curso y división:	
Escuela en la que cursaste el año pasado:	
Edad:	
1. Resuelve la siguiente situación problemática: Ana compró una Tablet a \$1602. Si cada cuota es de \$89. ¿Cuántas cuotas deberá pagar? Escribe todas las cuentas que hagas o explica cómo lo pensaste.	
2. Resuelve, escribiendo todas las cuentas que hagas o explicando cómo lo pensaste:	
$93:4=$	$468:9=$

Algunas de las preguntas que nos formulamos en este proceso de elaboración fueron: ¿es necesario identificar a cada uno de los estudiantes, o mejor es necesario identificar el autor de cada una de las respuestas?; ¿es necesario tener información de la trayectoria educativa del alumno?; ¿buscamos sólo tener acceso a las técnicas o incluimos problemas cuya respuesta económica involucre una división?; ¿qué tipo de símbolo utilizar para plantear la cuenta?; ¿qué orden de magnitud en el dividendo, divisor y cociente; incluimos ceros?; ¿cuántos ejercicios proponer, para que sean resueltos en 40 minutos?; ¿tendrán acceso a calculadora?; ¿se aceptan respuestas con números decimales?; ¿con resto igual a cero o distinto de cero? Algunos criterios, entonces, para su elaboración fueron: incluir en el encabezado datos que nos permitieran caracterizar la muestra facilitando la ubicación y recuperación de cada instrumento durante el desarrollo de la investigación: la identificación del alumno, la escuela en la que cursó el año pasado y la edad, tienen por objeto acceder a información respecto de la trayectoria reciente y lugar de procedencia e incluso si eran repitentes, nos facilitó además la posterior devolución del trabajo a través del docente de curso. En relación a las consignas, algunos criterios fueron: demandar en las consignas 1 y 2 que resuelvan “sin utilizar números decimales” ya el propósito de nuestra investigación era recopilar las técnicas de cálculo de la división en el campo de los números naturales; los cálculos propuestos nos permitían anticipar diversos niveles de dificultad en su resolución y estrategias de resolución promovidas (Demaría et al, variables didácticas analizadas en 2017,

p. 13); decidimos incluir un problema para comprobar si los estudiantes eligen la división como cálculo válido, económico, para resolverlo.

En los *talleres de educadores* abordamos un análisis y reflexión de dichas técnicas, para luego proponer vías de profundización en el aula avanzando en la construcción del saber sobre la división, con el propósito de contribuir a las prácticas de enseñanza de la matemática en la transición de la escuela primaria a la secundaria.

El diagnóstico presentado en la figura 1 fue resuelto por 74 alumnos, que pertenecen a tres cursos de dos instituciones secundarias, provenientes de 33 escuelas primarias de 17 localidades que pertenecen a dos provincias: Córdoba (84%) y Santa Fe (16%).

Observamos que los diagnósticos con resolución (correctas, incorrectas y no finalizadas) van de un 86% a un 96%. Para el análisis nos centramos en las resoluciones correctas de cada consigna del diagnóstico:

Figura 2. Tabla de porcentajes de respuestas correctas

Consignas	Respuestas correctas
Problema	31%
$93 : 4 =$	81%
$468 : 9 =$	74%
$351 : 50 =$	70%
$16032 : 32 =$	34%

El porcentaje de las divisiones $93:4$, $468:9$ y $351:50$ es relativamente alto, esto coincide con la opinión de los docentes al considerarlas “fáciles”.¹⁰

Análisis y categorización de las técnicas de cálculo de la división

Para el análisis de las técnicas de cálculo de la división confeccionamos una categorización, que desarrollamos a continuación, a partir de la exploración de material bibliográfico: Agrasar et al, 2012; Block Sevilla et al, 2013; Brousseau et al. 1985, y de las producciones de los estudiantes obtenidos del diagnóstico.

TÉCNICA I: Algoritmo convencional

En esta categoría consideramos las divisiones que emplean el algoritmo convencional con variaciones en la explicitación de la resta y en algunos registros también se observan cálculos auxiliares.

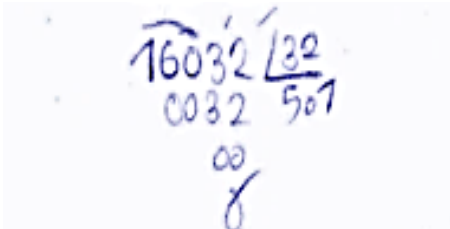
¹⁰ Considerados fáciles por los docentes, debido a que poseen una sola cifra o una cifra seguida de cero en el divisor.

Originalmente este recurso se llamó a Danda (que significa “dando”), por el recurso de ir bajando las cifras del dividendo una por una (Smith, 1958, p. 143). (...) Se divide cifra por cifra o grupos de cifras y el cociente se forma también cifra por cifra (Block Sevilla et al, 2013, p. 78).

Para aplicar esta técnica es necesario “saber cuántas veces cabe una cantidad en otra. (...) Buscar el factor que multiplicado por una cantidad arroja determinado producto” (Block Sevilla et al, p. 38).

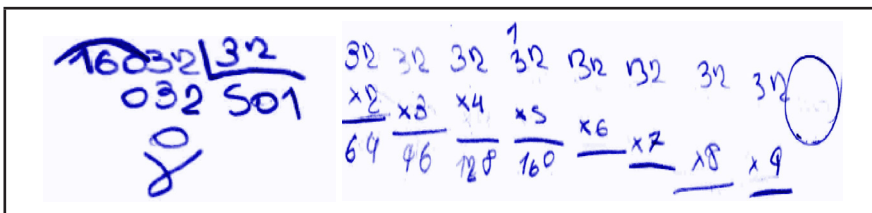
A continuación, se explican algunas resoluciones que los estudiantes realizaron en los diagnósticos:

Figura 3. Algoritmo convencional

	<p>El estudiante identifica un grupo de cifras (160), ya que el divisor es de dos cifras (32), encuentra la primera cifra del cociente (5), baja el 3 y coloca 0 en el cociente, luego baja el 2, obteniendo 32, escribe 1 en el cociente y 0 en el resto.</p>
--	--

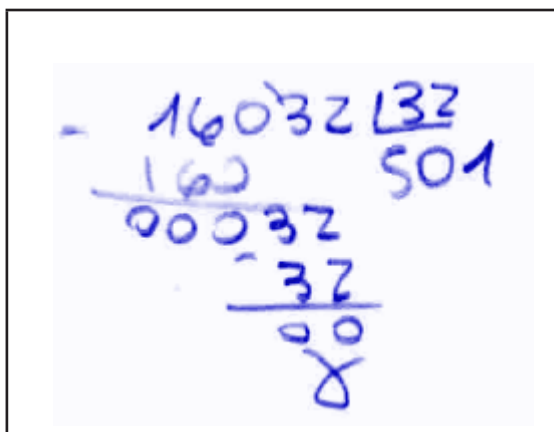
La siguiente, muestra un procedimiento similar al mencionado anteriormente sólo que aquí aparecen multiplicaciones como cálculos auxiliares (32 x 2, 32 x 3, 32 x 4, ...).

Figura 4. Variación del algoritmo convencional por escritura de cálculo auxiliar



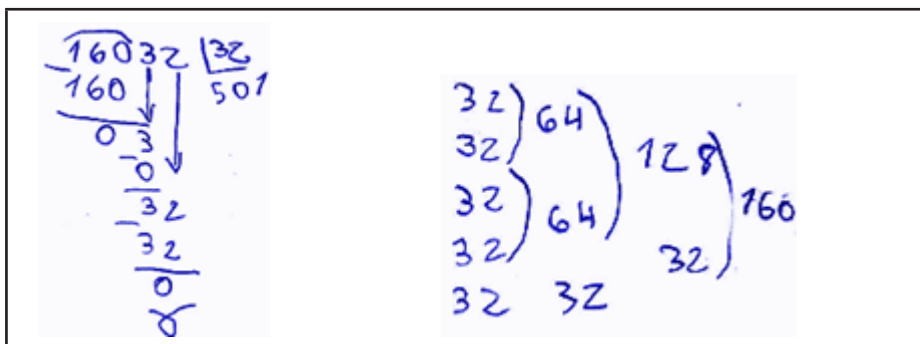
En la figura 5, la variación que se observa es la escritura de la resta en el desarrollo de la resolución de la división.

Figura 5. Variación del algoritmo convencional por explicitación de la resta



En la siguiente figura, además se explicitan los cálculos auxiliares realizados a partir de la duplicación de números y sumas.

Figura 6. Variación del algoritmo convencional por explicitación de la resta y cálculos auxiliares



TÉCNICA II: Por descomposición o cocientes parciales¹¹

Esta categoría abarca las divisiones en las que se emplea la descomposición del dividendo y/o cociente con o sin cálculos auxiliares en su resolución.

En esta técnica no se consideran las decenas, centenas, etc. sino que se toma el número como una cantidad global (Block Sevilla et al, 2013, p. 72). Se requiere de “conocimientos previos sobre cálculo mental: multiplicaciones por 10, 100, 1000, duplicaciones sucesivas y productos por 20, 200, 40, 400, etc. cuya disponibilidad resulta central para la comprensión de dichos procedimientos” (Agrasar et al, 2012, p. 50).

¹¹ Las autoras Agrasar et al, 2012, refieren a esta técnica como “por descomposición”, siendo designada en cambio por Block Sevilla et al, 2013, como “cocientes parciales”.

Figura 7. División por descomposición o cocientes parciales

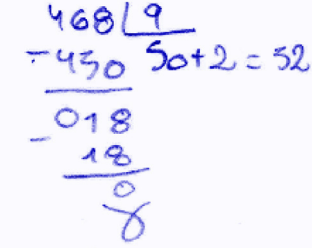
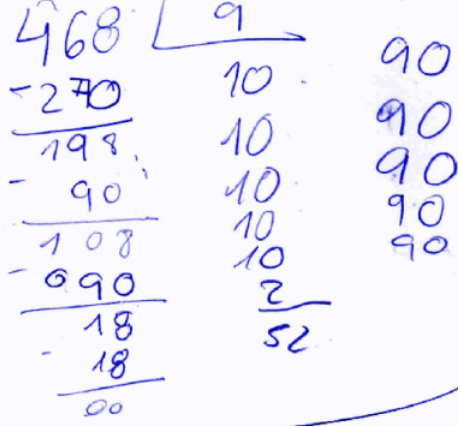
	<p>El estudiante considera el número global (468), los cocientes parciales elegidos son 50 y 2 (que al sumarlos determinan el cociente de la división), a partir de cada uno de ellos realiza multiplicaciones de manera implícita (50×9 y 2×9), siendo explicitados los productos en el desarrollo de la división al realizar la resta.</p>
---	--

Figura 8. División por descomposición o cocientes parciales

	<p>El estudiante trabaja el dividendo de manera global y desarrolla la resolución utilizando restas, el cociente se presenta descompuesto a partir de la unidad seguida de ceros, colocando el resultado de la multiplicación mental 10×9 al lado del cociente parcial, restando en primera instancia la agrupación 90×3 (270) al dividendo y luego restando de a 90 hasta llegar a la duplicación del divisor 9. Los cocientes parciales son sumados para la obtención del cociente final de la operación (52).</p>
---	--

TÉCNICA III: Técnica multiplicativa y combinación de las técnicas aditiva, sustractiva y multiplicativa

Esta categoría engloba las técnicas empleadas en la resolución del problema propuesto en el diagnóstico en las que no se utiliza como cálculo la división.

Brousseau et al (1985), clasifican los procedimientos como aditivos, sustractivos y multiplicativos. Tomándolo como referencia empleamos la siguiente categorización: Técnica multiplicativa y combinación de las técnicas aditiva, sustractiva y multiplicativa.

Figura 9. Técnica multiplicativa

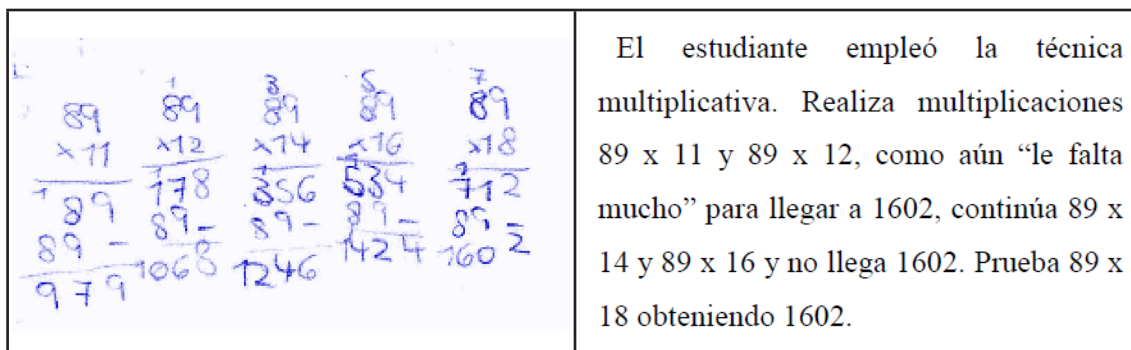
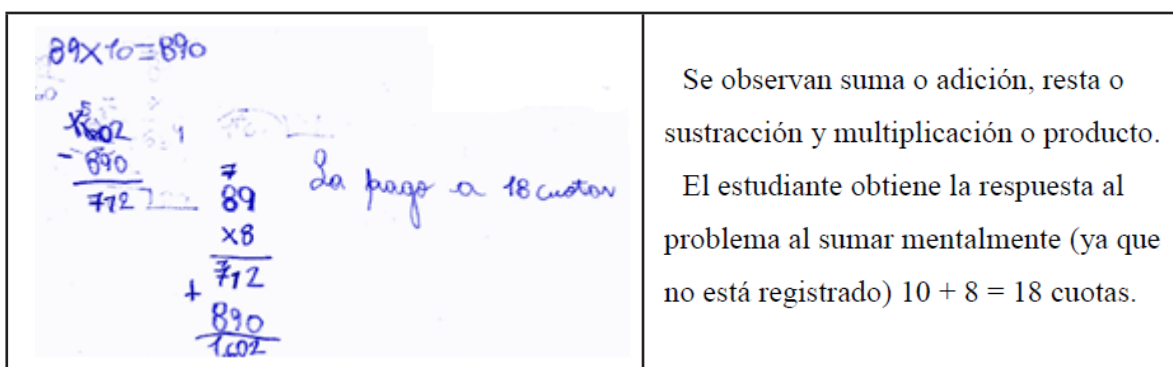


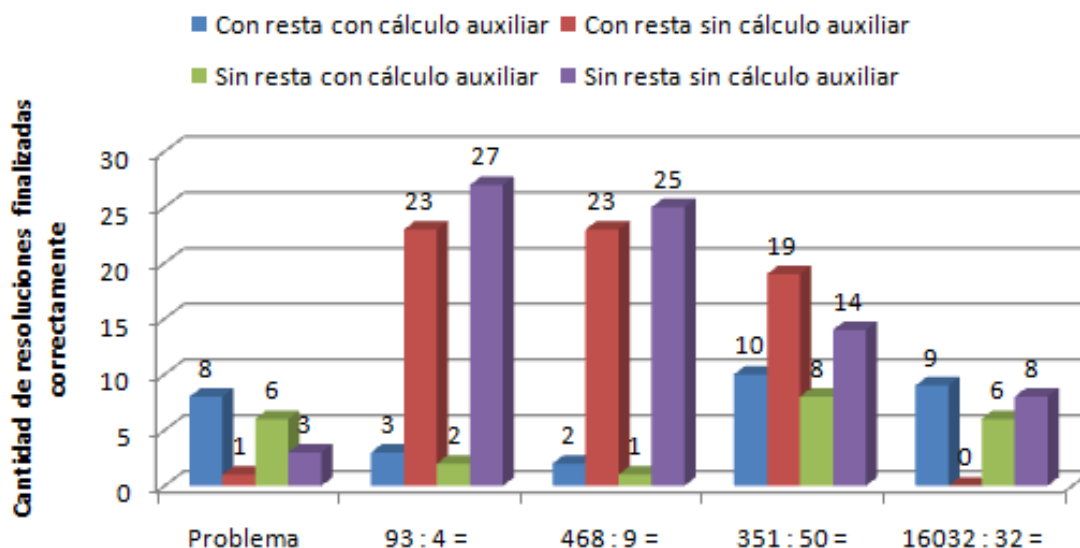
Figura 10. Combinación de las técnicas aditiva, sustractiva y multiplicativas



Considerando todas las resoluciones realizadas correctamente, los siguientes gráficos muestran la distribución de cada una de las técnicas analizadas anteriormente, según los diferentes tipos de algoritmos aplicados en cada consigna. Los mismos presentan diversas lecturas, aquí nos centraremos en el análisis de las resoluciones por técnica y sus variantes.

Figura 11. Técnica I

Técnica I: Algoritmo convencional

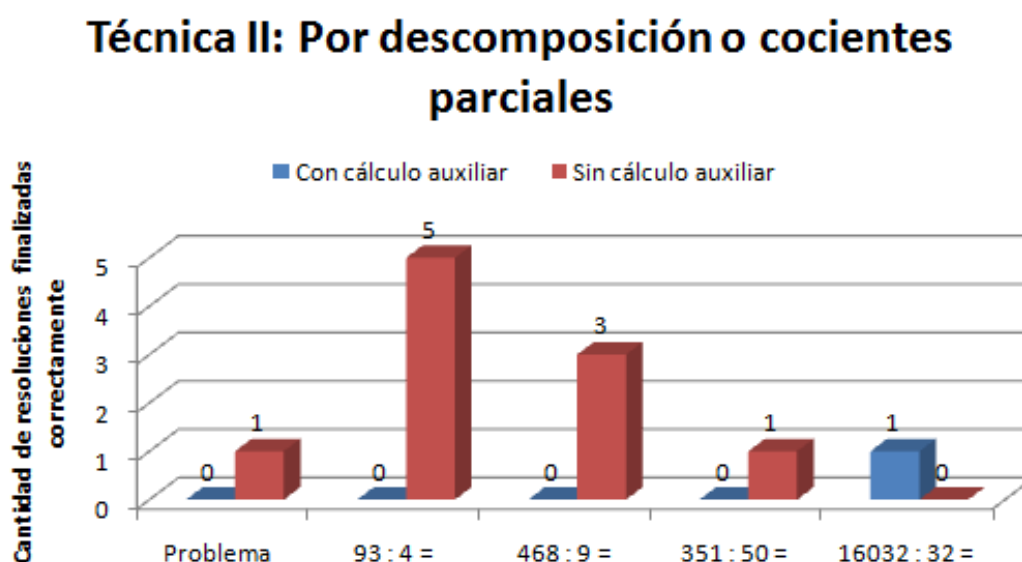


Como puede advertirse en la Figura 11, el algoritmo convencional resuelto con resta y cálculo auxiliar fue el más utilizado en la resolución del problema y en la última consigna (16032:32).

En las divisiones consideradas “fáciles” con una cifra en el divisor (93:4 y 468:9) prevalece el algoritmo convencional sin resta y sin cálculo auxiliar. En la división 351:50 la técnica más utilizada es el algoritmo convencional con resta y sin cálculo auxiliar, la cual fue utilizada una sola vez en el problema y nunca se utilizó en la división considerada “difícil” con dos cifras en el divisor (16032:32).

Analizando la frecuencia acumulada de cada técnica, entre todas las consignas, se observa que la más utilizada es el algoritmo convencional sin resta y sin cálculo auxiliar con 77 resoluciones correctas, le sigue el algoritmo convencional con resta y sin cálculo auxiliar con 66, luego con resta y cálculo auxiliar con 32 y finalmente, la menos utilizada, es el algoritmo convencional sin resta y con cálculo auxiliar con 23.

Figura 12. Técnica II



En la figura 12 se advierte que en la técnica por descomposición o cocientes parciales prevalece la resolución correcta sin cálculo auxiliar en dos de las divisiones con una sola cifra en el divisor, considerados “fáciles”. Mientras que la división resuelta con esta técnica y con cálculo auxiliar ha sido utilizada solo en una ocasión para la división 16032:32, quizás por ser ésta considerada “más compleja” que las demás.

En la técnica III, se han encontrado sólo tres resoluciones a partir de las técnicas multiplicativa y una resolución mediante la combinación de las técnicas aditiva, sustractiva y multiplicativa. Estas técnicas sólo fueron aplicadas en la resolución del problema.

A modo de cierre

Esta comunicación ha tenido la intención de mostrar avances en el análisis de las técnicas de cálculo de la división de números naturales, en la transición entre la escuela primaria y secundaria, como también el propósito de hacer un aporte a una problemática latente en la escuela.

Por esta razón, compartimos la definición de Achilli cuando se refiere a investigaciones “dirigidas a la objetivación de la cotidianeidad escolar”, que redefine como estudios “orientados “para” concretar acciones tendientes a repensar/transformar determinadas problemáticas del quehacer escolar (...)” (2006, p. 21)

Este estudio de las técnicas de cálculo de la división, permitió establecer un diálogo con las docentes involucradas que, al ser entrevistadas, manifestaron su preocupación por la problemática y de ellas oímos voces que expresaron:

- *Tengo tan internalizado el algoritmo convencional, que nunca me puse a ver cómo lo resuelven por aproximación.*

Este posicionamiento y otros similares condicionan la aceptación y valoración de las técnicas de cálculo de la división disponibles en los estudiantes.

Entonces, nos preguntamos: ¿puede el estudiante seguir la descripción del algoritmo convencional que habitualmente explica un docente? ¿Qué significa para cada técnica, “bajo”, “tomo”, “digo la tabla del...”?

En los *talleres de educadores* se brindó un espacio en el que los docentes reconocieron el trabajo matemático de los estudiantes a partir del análisis de sus técnicas de cálculo para luego proponer posibles vías de profundización en el aula.

Se pretende difundir los hallazgos de la investigación a través de talleres, con docentes de Nivel Primario y Secundario, y estudiantes de los profesorados de educación primaria y secundaria en matemática, que permitan la discusión y el análisis de las técnicas de cálculo de la división.

Referencias bibliográficas

Achilli, E. (2006) *Investigación y formación docente*. Rosario: Laborde Editor.

Agrasar, M.; Chemello, G. y Díaz, A. (2012) *Notas para la enseñanza: Operaciones con números naturales, fracciones y números decimales*. Ministerio de Educación de la Nación. Disponible en: <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL005016.pdf>

Block Sevilla, D.; Martínez Falcón, P. y Moreno Sánchez, E. (2013) *Repartir y comparar. La enseñanza de la división entera en la escuela primaria*. México: SM Ediciones.

- Brousseau N. et al. (1985) *La division à l'école élémentaire. Compte rendu des situations d'enseignement réalisées avec des enfants* de CE2, CM1 et CM2. Université et IREM de Bordeaux, Francia (Traducción al castellano de D. Fregona & M. Aguilar, 2015). Disponible en: http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/143287/Brousseau_Division_%20escuela%20primaria.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Chevallard, Y.; Bosch, M. y Gascón, J. (1997) *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE-Horsori, Universitat de Barcelona.
- Chevallard, Y. (2013) De la transposición didáctica a la teoría antropológica de lo didáctico. En: *I Jornadas de Estudio en Educación Matemática*. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba.
- Demaria, P.; Magliano, M. y Rainero, S. (2017) Diseño metodológico para el estudio de técnicas de cálculo de la división en la transición al nivel secundario. X Jornadas de Investigación en Educación (UNC. FFyH). A diez años de la Ley de Educación Nacional. "Educación: derecho social y responsabilidad estatal". vol. III. Disponible en: <https://rdu.unc.edu.ar/handle/11086/5255>
- Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. Secretaria de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. Dirección General de Planeamiento e Información Educativa. *Diseño Curricular de la Educación Secundaria (2011 - 2020)*. Disponible en: <http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/EducacionSecundaria/LISTO%20PDF/TOMO%202%20Ciclo%20Basico%20de%20la%20Educacion%20Secundaria%20web%208-2-11.pdf>
- Rey Pastor y otros, (1959) *Análisis matemático*. Buenos Aires: Kapelusz.