

AERODINÁMICA NO ESTACIONARIA DE MICRO VEHÍCULOS AEREOS DE ALAS BATIENTES

Dante A. Cáceres¹, Marcos L. Verstraete², Bruno A. Rocca^{1, 2, 3} y Sergio Preidikman^{1, 3}

¹Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina.

²Grupo de Matemática Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Argentina.

³Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología, IDIT UNC-CONICET.

Fecha de recepción del manuscrito: dd/mm/aaaa

Fecha de aceptación del manuscrito: dd/mm/aaaa

Fecha de publicación: dd/mm/aaaa

Resumen— Las futuras generaciones de aeronaves, especialmente los Micro-Vehículos Aéreos (MAVs) basados en el concepto de alas batientes, utilizarán mecanismos no-convencionales inspirados en el vuelo de insectos y aves pequeñas para mantenerse en vuelo y ejecutar maniobras complejas y poder satisfacer los requerimientos de un amplio rango de misiones. Entre los diferentes aspectos que caracterizan el vuelo natural, la generación de sustentación y propulsión son de vital importancia para desarrollar MAVs eficientes basados en el concepto de alas batientes. El objetivo principal de este trabajo consiste en explorar, mediante el desarrollo de simulaciones numéricas, la aerodinámica no-lineal de un modelo de ala batiente inspirado en la biología. Para alcanzar el objetivo se utiliza un código numérico que implementa el Método de Red de Vórtices No-estacionario en combinación con un modelo cinemático que permite describir el movimiento del ala batiente. Los resultados muestran que el desfase entre el ángulo de batimiento y la torsión del ala afecta directamente el comportamiento de las cargas aerodinámicas de sustentación y de empuje. Adicionalmente, para ciertos ángulos de desfase las cargas aerodinámicas se maximizan.

Palabras clave—Alas batientes, MAVs, simulaciones numéricas, Método de red de vórtices no-estacionario.

Abstract—The future aircraft generations, especially the Micro Air Vehicles (MAVs) based on the concept of flapping wings, will use some non-conventional mechanisms inspired by the flight of insect and small bird in order to stay aloft and satisfy the requirements of a wide range of missions. Among the different aspects that characterizes the natural flight, the lift and thrust is fundamental to develop efficient MAVs-like flapping wings. The main goal of this work is to explore, by means of numerical simulations, the non-linear aerodynamics of a flapping wing model inspired by biology. To accomplish this goal, a numerical code has been used, which implements the unsteady vortex lattice method in combination with a kinematical wing model that allows to describe the movement of the flapping wings. The results show that the phase angle between the stroke position angle and the wing torsion affect the behavior of the lift and thrust. In addition, for certain phase angles, the aerodynamic loads are maximized.

Keywords— Flapping wings, MAVs, numerical simulations, Unsteady vortex-lattice method.

INTRODUCCIÓN

En la última década, los Micro Vehículos Aéreos (MAVs) de alas batientes han despertado gran interés en científicos e ingenieros, especialmente en las áreas de: dinámica del vuelo, control, aerodinámica, y aeroelasticidad. Estos vehículos podrían ser utilizados en operaciones en ambientes peligrosos (operaciones de búsqueda y rescate dentro de edificios colapsados, exploración en plantas nucleares durante alguna pérdida de radiación, monitoreo de escapes químicos, etc.), y también en misiones de reconocimiento y vigilancia. La miniaturización de los dispositivos electrónicos utilizados para vigilancia y control, y los recientes avances en las áreas de locomoción y

mecánica estructural harán posible que, en un futuro cercano, estos vehículos se puedan construir con una dimensión máxima de 15 cm, velocidades de vuelo en el rango de 30 a 60 km/h, y una masa total menor a 90 gramos.

Sin embargo, para lograr la materialización de un MAV con elevadas capacidades de vuelo, existen todavía un gran número de barreras técnicas que deben ser superadas, principalmente en las áreas de generación y almacenamiento de energía, materiales suficientemente livianos y resistentes, miniaturización de sensores, actuadores, y unidades de cómputo de gran precisión y bajo consumo, navegación, propulsión, entre otras. Un aspecto muy importante referido al vuelo de micro vehículos aéreos, extensamente estudiado durante los últimos años, pero poco comprendido, es su comportamiento aerodinámico.

Las aplicaciones potenciales de MAVs de alas fijas (Roccia et al., 2009) están considerablemente limitadas debido a las restricciones sobre su maniobrabilidad, ya que no poseen la agilidad y versatilidad de vuelo necesarias para realizar misiones en espacios reducidos. Para realizar este tipo de operaciones, que requieren una marcada capacidad de maniobra, los nuevos diseños propuestos, que se basan en el mecanismo de alas batientes, modifican la cinemática del batimiento para adaptarse a las distintas condiciones de vuelo. Estos mecanismos tienen asociado fenómenos aerodinámicos inherentemente no lineales e inestacionarios que los hace realmente complejos de comprender.

Uno de los métodos que ha sido intensivamente utilizado para estudiar el comportamiento aerodinámico de MAVs con alas batientes (Roccia et al., 2013; Nguyen et al., 2016), como así también en otras aplicaciones aeronáuticas (Ceballos et al., 2014; Verstraete et al., 2015) es el Método de Red de Vórtices Inestacionario o UVLM (*Unsteady Vortex Lattice Method*). Este método permite considerar no-linealidades aerodinámicas asociadas con grandes ángulos de ataque, deformaciones estáticas, y flujos dominados por vorticidad. Además, permite tener en cuenta todas las posibles interferencias aerodinámicas y estimar, en el dominio del tiempo, la distribución de vorticidad confinada en las capas límites adheridas a los sólidos, y la distribución de vorticidad y la forma de las estelas emitidas desde los bordes filosos del cuerpo inmerso en el fluido. Si bien una de las hipótesis fundamentales limita los estudios a aplicaciones con elevados números de Reynolds, de forma que podamos asegurar que los efectos viscosos son relativamente pequeños y solo están confinados a las capas límites y a las estelas, el UVLM ha sido exitosamente utilizado para la simulación del vuelo de aves e incluso de insectos, donde los números de Reynolds son relativamente bajos (Roccia et al., 2013).

Una ventaja muy importante del UVLM es su bajo costo computacional comparado con los enfoques basados en CFD (Dinámica de Fluidos Computacional), lo que permite efectuar un gran número de experimentos numéricos en un tiempo razonable. Esta característica es fundamental en aquellos estudios que requieren análisis paramétricos.

El objetivo principal de este trabajo consiste en explorar, mediante el desarrollo de simulaciones numéricas, el comportamiento aerodinámico de un modelo de ala batiente tridimensional basada en el trabajo de (Neef y Hummel, 2001). Especialmente se desea explorar como diferentes patrones cinemáticos (tales como el desfase entre el ángulo de torsión y el de batimiento) afectan el comportamiento aerodinámico del sistema estudiado. Esto permitirá, entre otras cosas, maximizar la sustentación y la propulsión del ala batiente por medio de la utilización de una cinemática adecuada. Para alcanzar el objetivo se utiliza un código numérico que implementa el UVLM en combinación con un modelo cinemático que permite describir el movimiento del ala batiente.

EL MODELO AERODINÁMICO

En esta sección se describe la versión del UVLM utilizada para computar las cargas aerodinámicas que actúan sobre el modelo de alas batientes.

El problema matemático

Como resultado del movimiento relativo entre un cuerpo y el aire que lo rodea, se genera vorticidad en una delgada región adyacente al cuerpo. Esto es lo que se conoce como capa límite. Al mismo tiempo, en diferentes partes del cuerpo (bordes de fuga y punta de alas), el fluido se desprende y forma otra región de vorticidad concentrada que se denomina estela. Se considera que toda la vorticidad se concentra en estas delgadas regiones, y que el flujo fuera de estas es irrotacional. Dichas regiones se modelan como sábanas vorticosas de espesor infinitesimal y se suelen diferenciar en adheridas al cuerpo y libres.

La sábana vorticiosa adherida al sólido representa la capa límite sobre la superficie del cuerpo. Esta lámina vorticiosa de espesor infinitesimal puede pensarse, bajo la hipótesis de número de Reynolds infinito, como una aproximación a la verdadera capa límite. Por ello, aunque el modelo ha sido utilizado con éxito en casos de Reynolds relativamente bajos, se puede esperar que presente mayor precisión a medida que el número de Reynolds se incrementa. Para el caso de alas delgadas, como las que se usan en este trabajo, las sábanas vorticosas ubicadas sobre el extradós y el intradós colapsan en una única sábana vorticiosa ubicada en la línea media del perfil. La posición y velocidad de la sábana adherida está especificada por el movimiento del sólido, por lo tanto, existe un salto finito de presión a través de ella. La sábana libre representa la estela. Su posición es desconocida a priori ya que sobre ella se impone como condición que los valores de presión tanto debajo, como encima, sean iguales. De esta manera obtenemos una sábana, inmersa en el seno del fluido, que puede deformarse sin restricciones. Las dos sábanas están unidas a lo largo del borde de fuga y de las punteras de alas, donde se impone la versión inestacionaria de la condición de Kutta.

De esta manera se considera un problema donde en la mayor parte de su dominio espacial se tiene flujo incompresible e irrotacional, con un número de Reynolds lo suficientemente elevado para poder desprestigiar los efectos viscosos. Por lo tanto, las ecuaciones de Navier-Stokes para la región fuera de las láminas vorticosas, se reducen a las conocidas Ecuaciones de Euler:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (1)$$

donde \mathbf{V} es el campo de velocidad del fluido, p es el campo de presión, ρ es la densidad del fluido, y ∇ es un operador diferencial (Preidikman, 1998).

Se asume que todas las fuerzas másicas, como la asociada al campo gravitatorio, son conservativas y su potencial es considerando en conjunto con el de la presión. La ecuación de continuidad se puede expresar como:

$$\nabla \cdot \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2)$$

donde \mathbf{r} es el vector posición de una partícula de fluido.

Estas ecuaciones son complementadas con condiciones de borde adecuadas para resolver el problema. Asumiendo que la posición de la superficie del cuerpo es conocida, posiblemente como una función del tiempo, la primera condición a imponer es la llamada condición de no penetración. Esta condición impone que la componente normal de la velocidad del fluido relativa a el cuerpo sea nula

sobre toda la superficie del sólido. Esto se puede expresar como:

$$(\mathbf{V} - \mathbf{V}_S) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \quad (3)$$

donde \mathbf{V} es la velocidad absoluta del fluido, \mathbf{V}_S es la velocidad de la superficie S del cuerpo, y $\hat{\mathbf{n}}$ es un vector unitario normal a la superficie S . En general \mathbf{V}_S y el vector normal varían en el espacio y el tiempo.

Además, se impone la llamada condición de regularidad en el infinito. Esta implica que la perturbación debida al movimiento del cuerpo dentro del fluido tienda a cero a medida que se aleja de este. Esto se expresa matemáticamente como,

$$\lim_{\|\mathbf{r}\| \rightarrow \infty} \mathbf{V}(\mathbf{r}; t) = \mathbf{V}_\infty. \quad (4)$$

El vector \mathbf{V}_∞ es la velocidad del flujo sin perturbar, considerada uniforme en este trabajo.

En un flujo incompresible e irrotacional el campo de velocidades puede ser obtenido independientemente de la presión a partir de la ecuación de continuidad (Preidikman,1998). Una vez obtenida la velocidad, la presión en función del tiempo es calculada a través de la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli.

Adicionalmente a las condiciones de bordes, es necesario utilizar el teorema de Kelvin-Helmoltz y la condición de Kutta inestacionaria para determinar la distribución de vorticidad y la posición de la sábana libre.

Discretización de las láminas vorticosas

En el método de red de vórtices inestacionario se reemplaza la sábana vorticiosa adherida, por una red de segmentos vorticosos de longitud finita, \mathbf{L} , y circulación espacialmente constante. Estos segmentos conforman un número finito, NP , de elementos cuadriláteros denominados paneles. Los vértices de cada uno de estos paneles son denominados nodos aerodinámicos. La sábana libre, también es discretizada mediante segmentos vorticosos de longitud finita como se muestra en la Fig. 1.

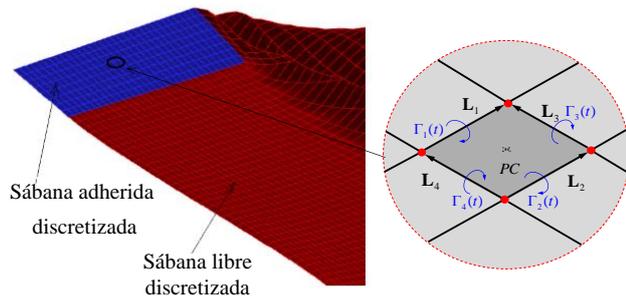


Fig. 1: Sábanas discretizadas y panel típico.

En la Fig. 1, además de las sábanas vorticosas discretizadas, se muestran cuatro segmentos vorticosos \mathbf{L}_1 , \mathbf{L}_2 , \mathbf{L}_3 y \mathbf{L}_4 que encierran un panel típico y tienen asociadas las circulaciones $\Gamma_1(t)$, $\Gamma_2(t)$, $\Gamma_3(t)$ y $\Gamma_4(t)$, respectivamente.

Las circulaciones de cada uno de los segmentos vorticosos que conforman la red son desconocidas a priori, y para determinarlas se utilizan ecuaciones que provienen de la imposición de la condición de no-penetración y de la especificación de la conservación de vorticidad (Preidikman, 1998).

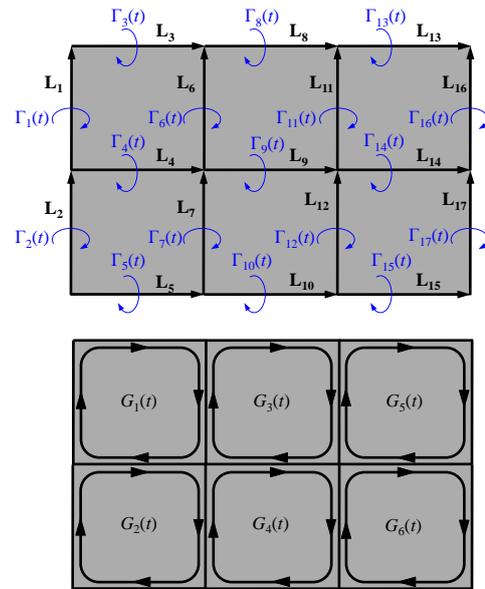


Fig. 2: Relación entre la circulación de los segmentos vorticosos y las circulaciones de los anillos vorticosos.

La dimensión del problema puede ser reducida considerando que cada panel está encerrado por un anillo vorticioso de circulación, $G_j(t)$, espacialmente constante, donde el subíndice j hace referencia al j -ésimo panel ($j=1, \dots, NP$). De esta manera se satisface automáticamente la conservación de vorticidad, y las nuevas incógnitas a determinar son las circulaciones de los anillos vorticosos. Posteriormente, la circulación $\Gamma(t)$, asociada a un segmento vorticioso de longitud finita, \mathbf{L} , se puede determinar a través del conocimiento de las circulaciones de los anillos vorticosos, $G_j(t)$, adyacentes.

A modo de ejemplo se considera la sábana adherida de la Fig. 2 que está discretizada mediante 6 paneles. Las circulaciones $\Gamma_8(t)$ y $\Gamma_9(t)$, asociadas a los segmentos \mathbf{L}_8 y \mathbf{L}_9 , pueden obtenerse como se indica en la ecuación (5) (ver Fig. 2).

$$\begin{aligned} \Gamma_8(t) &= G_3(t), \text{ y} \\ \Gamma_9(t) &= G_4(t) - G_3(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Idealmente sería preferible satisfacer la condición de no penetración (3) en todos los puntos de la superficie sustentadora, pero debido a que se ha discretizado la superficie en un número NP de paneles, sólo es posible imponer la condición de “no-penetración” en un número NP finito de puntos, llamados puntos de control (PC).

La técnica consiste en considerar un punto de control en cada panel, ubicado en el centroide de sus nodos aerodinámicos. Para aproximar el vector unitario normal \mathbf{n} a cada panel, en el PC , se utiliza el producto vectorial de sus dos vectores diagonales (Fig. 3).

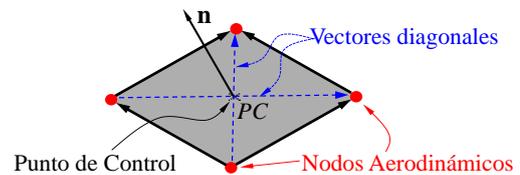


Fig. 3: Punto de control, vectores diagonales, vector unitario normal y nodos aerodinámicos.

Entonces, la imposición de la condición de no-penetración en su versión discreta permite obtener el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas lineales a coeficientes variables:

$$\sum_{j=1}^{NP} A_{ij}(t) G_j(t) = -[\mathbf{V}_W(\mathbf{r}_i^{PC}, t) + \mathbf{V}_\infty - \mathbf{V}_S(\mathbf{r}_i^{PC}, t)] \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_i^{PC}, t) \quad (6)$$

$i = 1, \dots, NP,$

donde $A_{ij}(t)$ es el elemento ij de la matriz de influencia aerodinámica, \mathbf{V}_W es la velocidad de una partícula de fluido asociada a la vorticidad distribuida en la sabana libre, y \mathbf{r}_i^{PC} es el vector posición del punto de control i .

La ecuación (6) se resuelve para cada paso de tiempo a fin de encontrar la evolución temporal de circulaciones de los anillos vorticosos.

Posterior al cálculo de las circulaciones se procede con la convección de la estela. Para obtener información acerca de este procedimiento el lector puede consultar el trabajo de Preidikman (1998).

Cálculo de cargas aerodinámicas

Las cargas aerodinámicas deben ser evaluadas en cada paso de tiempo. Para obtener la fuerza actuante sobre cada elemento, se debe hallar primero el salto de presión en cada punto de control, y luego multiplicarlo por el área y por el vector unitario normal asociado a cada elemento. Para calcular el salto de presión a través de la superficie de las alas se usa la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli.

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) + \frac{p(\mathbf{r}, t)}{\rho} = H(t), \quad (7)$$

donde $\Phi(\mathbf{r}, t)$ es la función potencial de velocidad, $p(\mathbf{r}, t)$ es la presión, ρ es la densidad del aire (considerada constante), y $H(t)$ es la energía total por unidad de masa, que sólo depende del tiempo.

Se define el coeficiente adimensional de sustentación, C_L , como la magnitud de la proyección de la carga aerodinámica total en la dirección perpendicular a la velocidad de la corriente libre, denotada por \mathbf{L} , dividida por el producto entre la presión dinámica en el infinito y la superficie de referencia, esto es:

$$C_L = \frac{\|\mathbf{L}\|}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S_{LS}}, \quad (8)$$

donde $V_\infty = \|\mathbf{V}_\infty\|$ y S_{LS} es la superficie del ala.

De manera similar se obtiene el coeficiente adimensional de resistencia inducida, C_{Di} , dividiendo la magnitud de la proyección de la carga total en la dirección de la corriente libre, denotada por \mathbf{D} , por la presión dinámica:

$$C_{Di} = \frac{\|\mathbf{D}\|}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S_{LS}}. \quad (9)$$

La utilización de la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli permite obtener la evolución temporal de los coeficientes adimensionales aerodinámicos antes mencionados.

EL MODELO CINEMÁTICO

Descripción del modelo

El modelo computacional propuesto en este trabajo para estudiar la aerodinámica de MAVs de alas batientes consiste de un ala rectangular con perfil simétrico como se muestra en la Fig. 4. Con el fin de describir la geometría y cinemática del ala, se introduce un sistema de coordenadas Cartesiano y ortogonal x, y, z . En la Fig. 4 solo se muestra la semi-ala derecha debido a que la geometría alar es simétrica con respecto al plano yz . El eje x se extiende a lo largo del borde de ataque del ala.

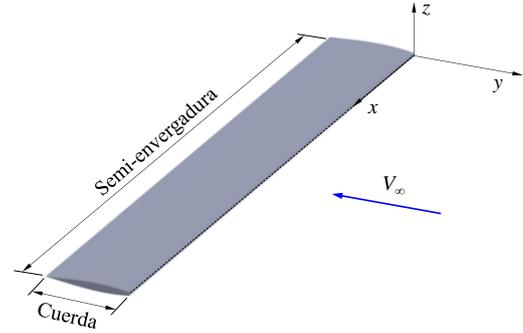


Fig. 4: Modelo de ala batiente (semi-ala derecha).

En el modelo de ala considerado conserva ciertos parámetros característicos asociados a la morfología de una gaviota real, tales como: la envergadura del ala, la cuerda media y la relación de aspecto. La utilización de estos parámetros permite considerar una superficie alar igual a la que posee el ala del ave real. Adicionalmente se han utilizado datos correspondientes al vuelo de estas aves. Toda esta información fue extraída del trabajo publicado por Neef y Hummel (2001), y se resume en la Tabla 1.

TABLA 1: DATOS UTILIZADOS EN EL MODELO.

| Parámetro | Valor |
|---------------------------------------|-----------------------|
| Semi-envergadura (<i>span</i>) | 0.64 m |
| Cuerda (<i>c</i>) | 0.16 m |
| Relación de aspecto (<i>AR</i>) | 8 |
| Área alar (<i>S</i>) | 0.1024 m ² |
| Frecuencia de batimiento (<i>f</i>) | 3 s ⁻¹ |

Debido a que el modelo aerodinámico utilizado en este trabajo final ignora el espesor del perfil del ala, la geometría del modelo computacional es representada como una placa plana sin espesor.

A pesar de que se haya idealizado la forma geométrica del ala real de la gaviota a través de un ala de forma rectangular, este modelo es considerado como punto de partida para posteriores estudios más detallados.

El concepto de ala batiente considerado en este trabajo consiste en un mecanismo de batimiento con respecto a la raíz del ala y una torsión de esta con respecto al borde de ataque; esto se esquematiza en la Fig. 5. El batimiento es descrito en el tiempo por un ángulo que se denota como $\alpha(t)$ y la torsión del ala es descrita por un ángulo que se denota como $\beta(\eta, t)$; siendo η una coordenada a lo largo del borde de ataque. Como puede verse en la Fig. 5, el ángulo de torsión varía a lo largo de la envergadura.

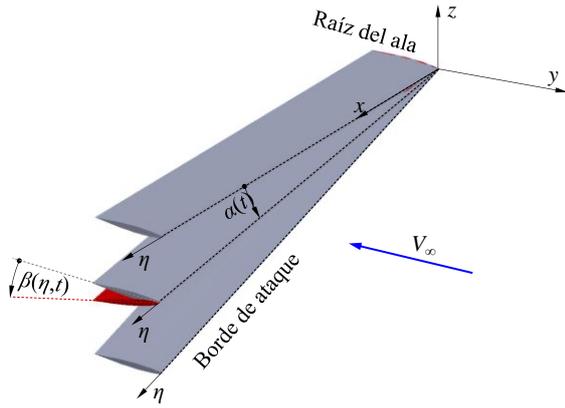


Fig. 5: Definición del ángulo de batimiento y torsión.

Para prescribir la variación temporal de ambos movimientos (batimiento y torsión) se utilizaron funciones dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \alpha_1 \cos(2\pi f t), \\ \beta(\eta, t) &= \frac{\eta}{span} \beta_1 \cos(2\pi f t + \varphi). \end{aligned} \quad (10)$$

La segunda expresión muestra que la amplitud del ángulo de torsión varía linealmente a lo largo de la envergadura; esto es desde $\beta = 0^\circ$ en la raíz del ala hasta $\beta = \beta_1$ en la punta del ala ($\eta = span$). Un parámetro importante en la segunda ecuación es φ que representa el desfase del mecanismo de torsión respecto al de batimiento. En la primera expresión α_1 es la amplitud del ángulo de batimiento y f es la frecuencia del movimiento del ala cuyo valor utilizado se encuentra dentro de los valores típicos en el vuelo de las gaviotas.

Para computar la velocidad de cada uno de los puntos del ala se necesitará la variación temporal de los ángulos asociados al batimiento y a la torsión. Entonces, derivando respecto del tiempo la expresión (10) se tiene,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \alpha(t) &= -2\pi f \alpha_1 \sin(2\pi f t), \\ \frac{d}{dt} \beta(\eta, t) &= -\frac{2\pi f \eta}{span} \beta_1 \sin(2\pi f t + \varphi). \end{aligned} \quad (11)$$

Sistemas de referencias y transformación de coordenadas

Con el objetivo de simplificar la descripción cinemática del ala se introducen tres marcos de referencia, los cuales se muestran en la Fig. 6 y 7.

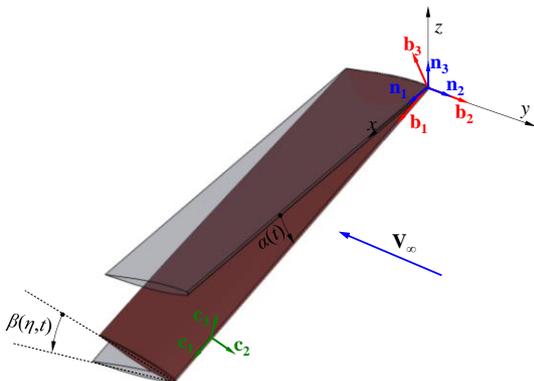


Fig. 6: Sistemas de referencias.

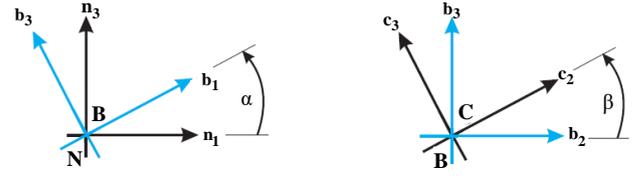


Fig. 7: Rotación de los sistemas de referencia.

El sistema de referencia inercial o Newtoniano \mathbf{N} tiene asociado una terna de vectores unitarios ($\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$). El sistema inercial \mathbf{N} está ubicado de tal manera que \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_2 se encuentran en el plano horizontal xy , el vector unitario \mathbf{n}_2 apunta en la misma dirección que el vector corriente libre \mathbf{V}_∞ y el vector unitario \mathbf{n}_3 apunta hacia arriba. El sistema de referencia \mathbf{B} tiene asociado una base ($\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$) y el origen de dicho sistema coincide con el origen del sistema de referencia \mathbf{N} ubicado sobre la raíz del ala y a su vez sobre el borde de ataque. El tercer marco de referencia \mathbf{C} , con base ($\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3$), tiene la particularidad de tener su origen ubicado sobre el borde de ataque y definido por la coordenada η . Además, \mathbf{c}_1 es coincidente con \mathbf{b}_1 en todo instante de tiempo. Los vectores unitarios $\mathbf{b}_i, \mathbf{c}_i$ y \mathbf{n}_i conforman bases ortonormales y dextrógiras (satisfacen la regla de la mano derecha).

La orientación del sistema \mathbf{C} respecto al sistema \mathbf{B} consiste en una rotación del sistema \mathbf{C} alrededor de \mathbf{b}_1 a través del ángulo de torsión " β ". La orientación del sistema \mathbf{B} con respecto al sistema inercial \mathbf{N} consiste en una rotación del sistema \mathbf{B} alrededor de \mathbf{n}_2 a través del ángulo de batimiento " α ". Las rotaciones descriptas anteriormente se expresan matemáticamente mediante las siguientes matrices de rotación,

$$[\mathbf{T}_{\mathbf{NB}}] = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & 0 & \sin(-\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha) & 0 & \cos(-\alpha) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$[\mathbf{T}_{\mathbf{BC}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

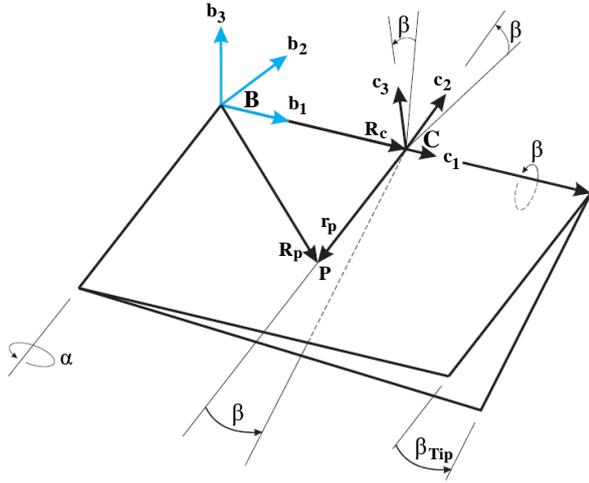
donde $[\mathbf{T}_{\mathbf{NB}}]$ y $[\mathbf{T}_{\mathbf{BC}}]$ son las matrices de rotación que orientan el sistema \mathbf{B} respecto al \mathbf{N} y el sistema \mathbf{C} con respecto al \mathbf{B} , respectivamente.

Posición y velocidad de un punto arbitrario sobre el ala

El vector posición de un punto genérico p ubicado sobre el ala respecto al sistema inercial \mathbf{N} , se puede expresar de la siguiente manera

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{R}_C + \mathbf{r}_p. \quad (14)$$

Donde \mathbf{R}_C representa el vector posición del origen del sistema de referencia \mathbf{C} respecto del \mathbf{B} y \mathbf{r}_p es el vector posición del punto arbitrario p respecto del sistema \mathbf{C} , (ver Fig. 8).


 Fig. 8: Posición de un punto p sobre la ala

Las componentes del vector \mathbf{R}_p pueden ser expresadas en el sistema \mathbf{N} como

$$\{\mathbf{R}_p\}_N = [\mathbf{T}_{NB}]\{\mathbf{R}_C\}_B + [\mathbf{T}_{NC}]\{\mathbf{r}_p\}_C, \quad (15)$$

donde los subíndices \mathbf{N} , \mathbf{B} , \mathbf{C} denotan la base en el cual se expresan las componentes de cada uno de los vectores.

Por otro lado, el vector velocidad de p referido a \mathbf{N} , ${}^N\mathbf{V}_p$, se obtiene mediante la derivada temporal del vector posición \mathbf{R}_p realizada por un observador en \mathbf{N} . Esto es:

$${}^N\mathbf{V}_p = \frac{d}{dt} \mathbf{R}_p, \quad (16)$$

o lo que es lo mismo

$${}^N\mathbf{V}_p = \frac{d}{dt} \mathbf{R}_C + \frac{d}{dt} \mathbf{r}_p. \quad (17)$$

Las derivadas temporales del miembro derecho de (17) se obtienen utilizando el teorema del transporte (Baruh, 1999), es decir

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \{\mathbf{R}_C\}_B &= \frac{d}{dt} \{\mathbf{R}_C\}_B + {}^N\boldsymbol{\omega}^B \times \{\mathbf{R}_C\}_B, \\ \frac{d}{dt} \{\mathbf{r}_p\}_C &= \frac{d}{dt} \{\mathbf{r}_p\}_C + {}^N\boldsymbol{\omega}^C \times \{\mathbf{r}_p\}_C. \end{aligned} \quad (18)$$

Donde, los vectores velocidad angular de los sistemas \mathbf{B} y \mathbf{C} respecto del marco inercial \mathbf{N} , ${}^N\boldsymbol{\omega}^B$ y ${}^N\boldsymbol{\omega}^C$, se computan mediante el teorema de adición (Baruh, 1999),

$${}^N\boldsymbol{\omega}^C = {}^N\boldsymbol{\omega}^B + {}^B\boldsymbol{\omega}^C. \quad (19)$$

Para cada una de las rotaciones involucradas en la orientación del marco de referencia \mathbf{C} respecto del marco \mathbf{N} se puede definir una “velocidad angular simple” alrededor de los vectores unitarios \mathbf{c}_1 y \mathbf{b}_2 como,

$${}^B\boldsymbol{\omega}^C = \dot{\beta} \mathbf{c}_1 \quad \text{y} \quad {}^N\boldsymbol{\omega}^B = -\dot{\alpha} \mathbf{b}_2, \quad (20)$$

donde el punto sobre la variable indica derivada con respecto al tiempo.

Finalmente, luego de algunas manipulaciones algebraicas, se obtiene la expresión para el vector velocidad del punto p respecto del marco \mathbf{N} ,

$$\begin{aligned} \{\mathbf{V}_p\}_N &= [\mathbf{T}_{NB}]\left(\{{}^N\boldsymbol{\omega}^B\}_B \times \{\mathbf{R}_C\}_B\right) + \\ &[\mathbf{T}_{NB}]\left(\{{}^N\boldsymbol{\omega}^C\}_B \times \{[\mathbf{T}_{BC}]\{\mathbf{r}_p\}_C\}\right). \end{aligned} \quad (21)$$

RESULTADOS NUMÉRICOS

Validación de la herramienta computacional

Con el fin de verificar el correcto funcionamiento de la herramienta computacional se resolvió un problema muy simple y se compararon los resultados con los obtenidos con otro código aerodinámico ya validado, el cual fue especialmente utilizado para estudiar la aerodinámica no-lineal de alas reconfigurables (Verstraete *et al.*, 2015).

El problema elegido para la validación consiste en una placa plana con relación de aspecto $AR = 2$ trasladándose a una velocidad constante $V_s = 1$ y con un ángulo de ataque igual a 10° , como se muestra en la Fig. 9.

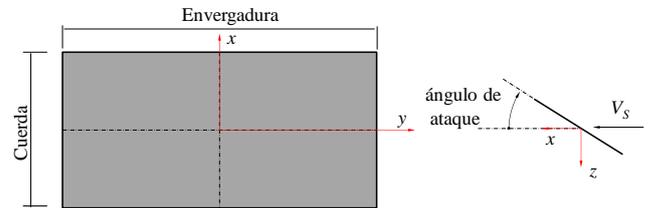


Fig. 9: Modelo utilizado para la verificación de la herramienta numérica.

Para discretizar el ala se utilizaron 6 paneles a lo largo de la envergadura ($NPSP$) y 4 paneles a lo largo de la cuerda ($NPCH$) como se muestra en la Fig. 10. El radio de cut-off utilizado en la simulación es $\delta = 0.01$.

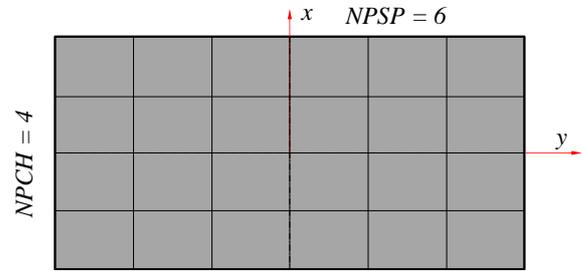


Fig. 10: Discretización del modelo de ala para la verificación.

Se llevaron a cabo 20 diferentes pasos de tiempo para la simulación con ambos códigos y se realizaron las comparaciones en cada paso. En la Tabla 2 se muestra el coeficiente de sustentación C_L para algunos pasos de tiempo.

 TABLA 2: COMPARACIÓN DE LA SUSTENTACIÓN (C_L).

| Paso | Presente | Verstraete et al. (2015) | Error relativo % |
|------|----------------|--------------------------|------------------|
| 0 | -0.1165300E+00 | 0.11652998E+00 | -1.71E-5 |
| 1 | -0.4576681E+00 | 0.45766813E+00 | 6.55E-6 |
| 5 | -0.4936245E+00 | 0.49362452E+00 | 4.05E-6 |
| 10 | -0.5107640E+00 | 0.51076397E+00 | -5.87E-6 |
| 15 | -0.5173506E+00 | 0.51735058E+00 | -3.86E-6 |
| 20 | -0.5201943E+00 | 0.52019428E+00 | -3.84E-6 |

Estos resultados muestran que los dos códigos tienen una excelente concordancia entre los valores de sustentación que predicen. Es importante mencionar que la diferencia en los signos que aparecen en la tabla se debe a como se ha definido

la orientación de las cargas aerodinámicas en cada uno de los códigos.

Datos utilizados en las simulaciones numéricas

En esta sección se brinda la información utilizada en las simulaciones aerodinámicas del modelo de alas batientes presentadas en las próximas secciones.

Se han utilizado 320 pasos de tiempo durante el ciclo de movimiento del ala, y se ha adoptado una discretización para la malla aerodinámica de 256 paneles: $NPSP = 32$ paneles a lo largo de la envergadura y $NPCH = 8$ paneles a lo largo de la cuerda. Se utiliza una frecuencia reducida $k = 0.1$, la cual fue obtenida del trabajo de Neef and Hummel (2001), y se define como,

$$k = \frac{\pi fc}{V_\infty} \tag{22}$$

De esta última ecuación (22) se determina la velocidad de corriente libre empleada en las simulaciones,

$$V_\infty = \frac{\pi fc}{k} = 15.07964 \frac{m}{seg} \tag{23}$$

Los valores de f y c se pueden encontrar en la Tabla 1.

Influencia de la longitud de la estela

En un estudio numérico que involucra una gran cantidad de simulaciones a realizar, es importante disponer de un algoritmo que sea rápido. El mayor costo computacional del método numérico utilizado en este trabajo para computar las cargas aerodinámicas está asociado a la gran cantidad de veces que se ejecuta la subrutina que implementa la ley de Biot-Savart (Preidikman, 1998). Afortunadamente, para el problema tratado aquí, es posible ignorar parte de la estela, sin perder precisión significativa en el cálculo de las cargas aerodinámicas. Ignorar parte de la estela reduce enormemente la cantidad de ejecuciones de la subrutina de la ley de Biot-Savart, y por lo tanto se reduce el costo computacional.

A medida que la estela se aleja de la superficie sustentadora, su influencia sobre el campo de velocidad alrededor del ala decrece significativamente. Este hecho justifica la elaboración de un criterio para ignorar a toda la estela que se encuentra alejada del ala. La herramienta computacional implementa un mecanismo para truncar la estela, cuando ésta se encuentra lo suficientemente alejada de la superficie sustentadora; esto es, más allá de una determinada distancia (definida por el usuario); para más detalles sobre el procedimiento de eliminación de los paneles de la estela se puede consultar la referencia Verstraete et al. (2010).

En este primer estudio, con el objetivo de determinar una longitud de estela adecuada para las simulaciones, se utilizaron los siguientes ángulos para describir la cinemática del ala: $\alpha_1 = 15^\circ$ (amplitud de batimiento), $\beta = 4^\circ$ (amplitud de torsión en la punta del ala) y $\varphi = 90^\circ$ (desfasaje entre batimiento y torsión).

En la Fig. 11 se presenta la sustentación en función del tiempo para cuatro longitudes de estelas diferentes (5, 10, 20 y 40 veces la cuerda del ala). Como se puede apreciar en la Fig. 11, las soluciones obtenidas son casi idénticas. Adicionalmente, se muestra una ampliación en unas de las zonas donde las curvas tienen mayor diferencia, y se puede observar que la curva asociada a una longitud de 5 cuerdas

es la que más difiere del resto; sin embargo, la diferencia porcentual con respecto a las otras curvas es inferior al 1%. De acuerdo con estos resultados, considerar una longitud de estela de **5 veces la cuerda alar** se justifica a los fines de un estudio preliminar.

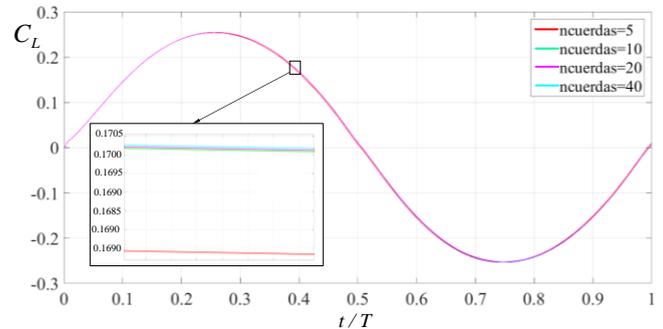


Fig. 11: Valores de C_L para diferentes longitudes de estela

Influencia del desfasaje en la sustentación

A continuación, se presentan los resultados que permiten analizar el comportamiento en el coeficiente de sustentación (C_L) al variar el ángulo de desfasaje φ entre los mecanismos de batimiento y de torsión. En este estudio, se mantuvieron fijos los siguientes ángulos que describen la cinemática del ala: $\alpha_1 = 15^\circ$ (amplitud de batimiento) y $\beta_1 = 4^\circ$ (amplitud de torsión en la punta del ala).

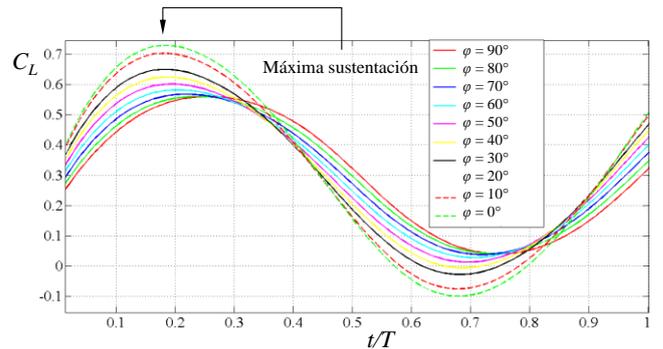


Fig. 12: Sustentación en función del tiempo para diferentes desfasajes y con un ángulo de ataque efectivo igual a 4° .

En la Fig. 12 se muestra la variación temporal de C_L para diferentes valores de φ , y considerando un ángulo de ataque igual a 4° . En esta figura se puede observar que a medida que el desfasaje entre el ángulo de batimiento y el ángulo de torsión disminuye, aumenta el valor máximo en la curva de sustentación (existe un incremento del 30% del C_L para el caso $\varphi = 0^\circ$ con respecto al desfasaje utilizado por Neef y Hummel, $\varphi = 90^\circ$). Además, se puede observar que conforme disminuye el desfasaje, los valores picos de sustentación se adelantan y aparecen antes de completarse la cuarta parte del ciclo de batimiento del ala (siendo el caso extremo para $\varphi = 0^\circ$, apareciendo cerca de $t/T = 0.19$). Por otro lado, para un desfasaje de $\varphi = 90^\circ$ el tiempo donde se obtiene el valor máximo de sustentación es aproximadamente en $t/T = 0.25$. Es importante mencionar que T es el periodo del movimiento que experimenta el ala ($T = 1/f$).

Con el fin de analizar el comportamiento de la máxima sustentación durante el ciclo de batimiento, se han tomado los valores picos del coeficiente C_L , para cada curva definida por φ , y se han graficado como una función del desfasaje en

la Fig. 13. Se puede observar que la máxima sustentación tiene aproximadamente un comportamiento lineal entre $\varphi=0^\circ$ y $\varphi=50^\circ$, sin embargo, por encima de 50° la curva revela un comportamiento no-lineal donde la máxima sustentación decrece lentamente.

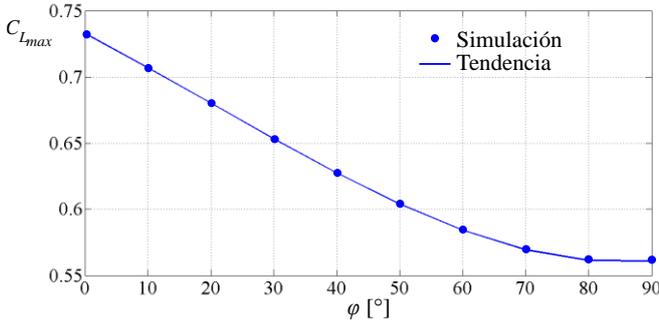


Fig. 13: Sustentación máxima en función del desfase para un ángulo de ataque de 4° .

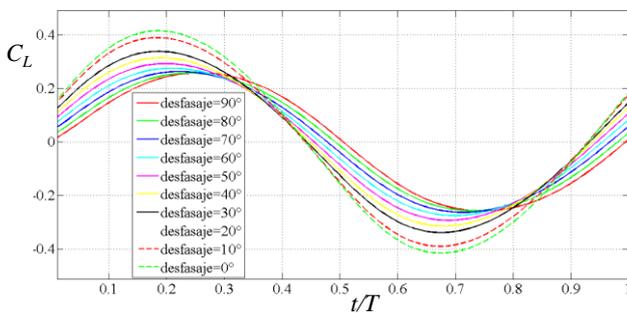


Fig. 14: Sustentación en función del tiempo para diferentes desfases y con un ángulo de ataque igual a 0° .

En la Fig. 14 se presenta la variación temporal de la sustentación en función φ para un ángulo de ataque igual a 0° , en la que se puede observar el mismo comportamiento cualitativo para el caso de ángulo de ataque 4° (ver Fig. 12).

En la Fig. 15 se presenta la máxima sustentación para un ángulo de ataque igual 0° y se ve el mismo comportamiento que se obtuvo en el caso anterior (ver Fig. 13).

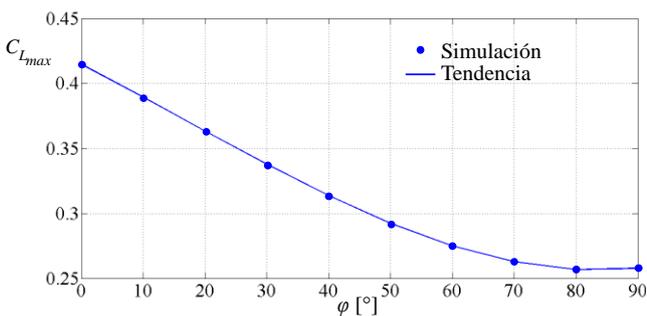


Fig. 15: Sustentación máxima en función del desfase para un ángulo de ataque igual a 0° .

Se han realizado simulaciones para otros ángulos de ataque (2° , 6° y 8°) en los que se ha encontrado el mismo comportamiento desde el punto de vista cualitativo; por esta razón no se han mostrado en el presente estudio.

Regresando a los resultados presentados en las Fig. 12 y 15, además de lo descrito anteriormente con respecto al comportamiento de la máxima sustentación, se puede notar que la variación del desfase provoca una disminución importante de C_L en la segunda mitad del ciclo; esto contribuye a disminuir el valor resultante de sustentación. Una forma de analizar la sustentación de manera global

durante el ciclo de batimiento es a través de la sustentación media.

En la Fig. 16 se presenta la sustentación media (\bar{C}_L) en función del desfase, para diferentes ángulos de ataque (0° , 2° , 4° , 6° y 8°). Claramente se puede observar que \bar{C}_L no se modifica significativamente con la variación del desfase. Para un ángulo de ataque de 0° la sustentación media se mantiene nula para todo desfase. Para el resto de los ángulos de ataque, se puede observar que \bar{C}_L es levemente superior para $\varphi = 0^\circ$ comparado con el valor que toma para $\varphi = 90^\circ$. La Fig. 16 muestra claramente, que el ángulo de ataque tiene una influencia más preponderante sobre la sustentación media que la que aporta el desfase.

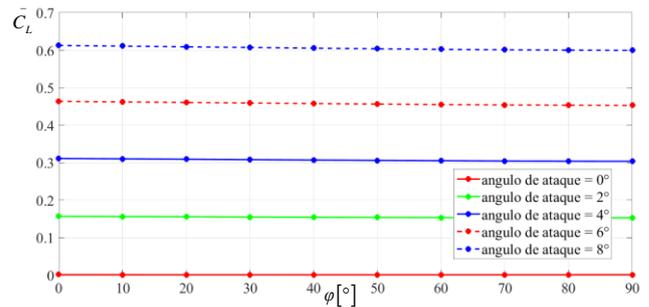


Fig. 16: Sustentación media en función del desfase para diferentes ángulos de ataque.

Análisis de la fuerza resultante en la dirección del vuelo

Para los estudios realizados en este trabajo, el eje y siempre es coincidente con la dirección de corriente libre o con la dirección de vuelo del vehículo. Por este motivo la comprensión del comportamiento de la fuerza resultante en la dirección de vuelo se puede entender mediante el análisis del coeficiente C_Y . Este último coeficiente se obtiene como la proyección de la fuerza aerodinámica total en la dirección del eje y dividida por la presión dinámica y la superficie del ala; esto es similar a como se ha descrito anteriormente para el coeficiente de sustentación y resistencia. Si el coeficiente C_Y es positivo indica que la fuerza resultante es en el sentido positivo del eje y, lo que implica una fuerza de empuje; en el caso contrario ($C_Y < 0$) la fuerza tiene el sentido de la corriente libre (o es opuesta al sentido de la dirección de vuelo del vehículo); lo que implica una fuerza de resistencia.

En la Fig. 17 se presenta el comportamiento de C_Y para diferentes desfases considerando un ángulo de ataque igual a 4° . En esta figura se puede apreciar para los desfases desde $\varphi = 50^\circ$ y hasta $\varphi = 90^\circ$, que el coeficiente C_Y comienza a crecer hasta alcanzar un máximo, y luego decrece con un comportamiento oscilatorio. Para el resto de los desfases (esto es desde $\varphi = 0^\circ$ y hasta $\varphi = 40^\circ$), en la primera parte se puede ver que C_Y disminuye hasta un mínimo y luego comienza a crecer hasta alcanzar un máximo. Es posible notar en la primera mitad del ciclo (entre $t/T = 0$ y $t/T = 0.5$) que el único que proporciona empuje completamente (esto es $C_Y > 0$) es $\varphi = 90^\circ$. En esta primera mitad del ciclo, para $\varphi = 0^\circ$ y hasta $\varphi = 80^\circ$, el C_Y toma valores negativos (es decir hay resistencia) para algunos intervalos de tiempo. En la segunda mitad del ciclo los desfases tienen asociados intervalos de tiempo en los que C_Y es positivo (empuje) y otros intervalos en los que C_Y es negativo (resistencia). Para tener una comprensión global del comportamiento de C_Y ,

resulta conveniente analizar su valor medio en el ciclo completo de batimiento.

En la Fig. 18 se muestra el comportamiento del C_Y medio (\bar{C}_Y) en función del desfase. En esta figura se puede observar que para valores desde $\varphi = 30^\circ$ y hasta $\varphi = 90^\circ$ se produce empuje (presentándose el máximo para $\varphi = 90^\circ$) y para los otros desfases se produce resistencia ($C_Y < 0$). Estos resultados corresponden a un estudio para un ángulo de ataque de 4° ; sin embargo, se ha realizado un análisis considerando otros valores del ángulo de ataque en el que se ha encontrado que este ángulo tiene una ligera influencia en el comportamiento de \bar{C}_Y . La Fig. 19 muestra que los cambios en magnitud de \bar{C}_Y debido a la variación de ángulo de ataque son pequeños.

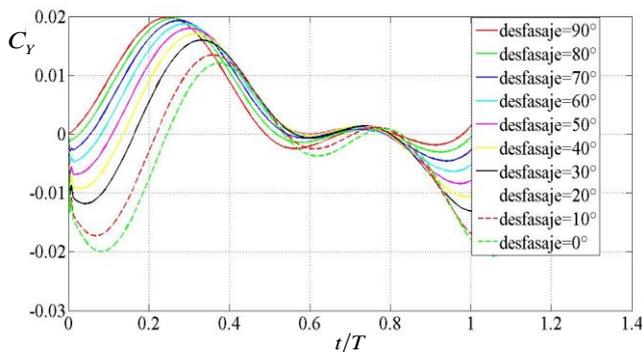


Fig. 17: Variación temporal del C_Y para diferentes desfases y para ángulo de ataque igual a 4° .

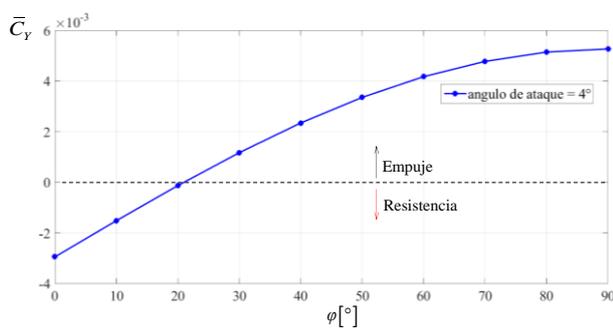


Fig. 18: C_Y medio en función del desfase para ángulo de ataque igual a 4° .

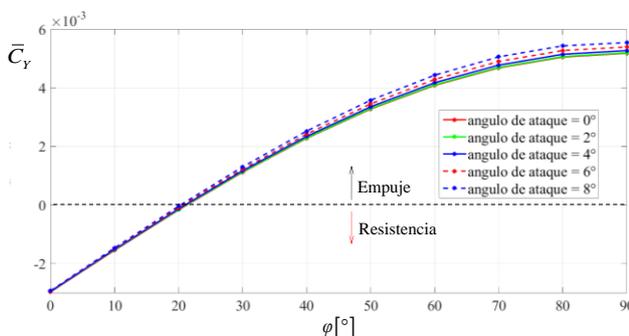


Fig. 19: \bar{C}_Y en función del desfase para diferentes ángulos.

De manera opuesta a lo que sucede con el C_L medio (ver Fig. 16), la Fig. 19 revela que el coeficiente tiene mayor influencia por el ángulo de desfase que por el ángulo de ataque.

Si bien \bar{C}_Y muestra tener una leve influencia en su magnitud debido a la variación en el ángulo de ataque, las simulaciones muestran que el comportamiento de C_Y en función del tiempo se ve modificado por este último ángulo (Fig. 20). A modo de ejemplo en la Fig. 20 se presenta la variación temporal de C_Y para diferentes ángulos de ataque y para un desfase en particular ($\varphi = 90^\circ$). Lo primero que se puede observar en esta figura es que, para un ángulo de ataque nulo, el coeficiente C_Y es siempre positivo, lo que implica que se está produciendo empuje en todo el ciclo. La segunda observación es que a medida que el ángulo de ataque se incrementa, en la primera mitad del ciclo el empuje se incrementa, y por otro lado, durante la segunda mitad del ciclo, C_Y disminuye su valor. Claramente se observa que para los ángulos de ataque 6° y 8° el C_Y se hace negativo en la segunda mitad del ciclo, lo que implica que en este lapso la fuerza aerodinámica total representa resistencia en el vuelo.

Resulta más que importante mencionar que los valores de empuje y resistencia han sido computados con un modelo de flujo potencial. En este modelo tanto la fuerza de succión producida en el borde de ataque como las fuerzas viscosas no son consideradas, por lo que pueden existir diferencias en los resultados si se considera un modelo de mayor fidelidad. Sin embargo, los resultados aquí presentados permiten brindar información del comportamiento del empuje y resistencia, y pueden ser considerados como un punto de partida hacia la búsqueda de un entendimiento cabal en la aerodinámica de micro vehículos aéreos autopropulsados.

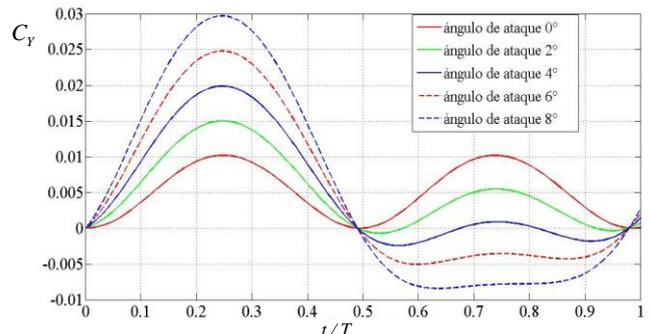


Fig. 20: Variación temporal del C_Y para diferentes ángulos de ataque.

Influencia de la amplitud de la torsión en las fuerzas aerodinámicas

Adicionalmente a los resultados presentados anteriormente, se ha realizado un estudio para comprender como influye la magnitud de la torsión en las características aerodinámicas en el modelo de ala batiente. En este caso se ha utilizado una amplitud de batimiento de $\alpha_1 = 15^\circ$ un ángulo de desfase de $\varphi = 90^\circ$ y un ángulo de ataque de 8° , y se han utilizado diferentes amplitudes para el ángulo de torsión del ala β_1 .

En la Fig. 21 se presenta la variación temporal del coeficiente de sustentación C_L para diferentes amplitudes del ángulo de torsión. Se puede ver que la magnitud de la torsión modifica significativamente la variación temporal de la sustentación. La primera observación que se puede extraer de los resultados presentados en esta grafica es que a medida que se incrementa la magnitud en la torsión, la sustentación decrece en la primera mitad del ciclo y se incrementa en la segunda mitad. Se puede ver que para el ángulo de torsión de $\beta_1 = 12^\circ$ la sustentación no presenta significativa variabilidad

en su magnitud; lo que puede resultar interesante para lograr un vuelo estable.

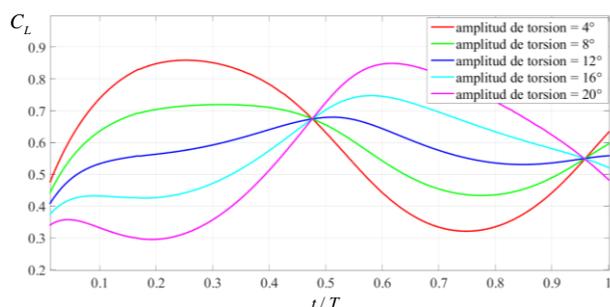


Fig. 21: Variación temporal del C_L para diferentes ángulos de torsión

Por otro lado, se puede observar que $\beta_1 = 4^\circ$ maximiza la sustentación en la primera mitad del ciclo mientras que $\beta_1 = 20^\circ$ maximiza la sustentación en la segunda mitad del ciclo. Estos resultados sugieren que, posiblemente, se pueda combinar las amplitudes en la torsión (esto es utilizar $\beta_1 = 4^\circ$ en la primera mitad del ciclo y $\beta_1 = 20^\circ$ en la segunda mitad) para maximizar la sustentación en el ciclo de batimiento completo.

En la Fig. 22 se presenta la sustentación media en términos de la amplitud de torsión. Se puede ver que para $\beta_1 = 4^\circ$ se obtiene la máxima sustentación media y para $\beta_1 = 20^\circ$ se obtiene la mínima sustentación media.

Por otro lado, resulta interesante analizar cómo afecta la variación de la torsión en la fuerza aerodinámica neta en la dirección de vuelo del vehículo. De la misma forma que antes, el análisis del comportamiento de esta fuerza se logra a través del estudio del coeficiente de aerodinámico C_Y .

En la Fig. 23 se muestra la evolución temporal de C_Y para diferentes ángulos de torsión. En esta grafica se observa que el incremento de torsión levemente incrementa el empuje en la primera mitad del ciclo de batimiento, y por otro lado, incrementa la resistencia ($C_Y < 0$) en la segunda mitad del ciclo.

En la Fig. 24 se presentan los resultados correspondientes al C_Y medio, donde se puede observar que $\beta_1 = 4^\circ$ y $\beta_1 = 8^\circ$ proveen empuje al vehículo, sin embargo, $\beta_1 = 16^\circ$ y $\beta_1 = 20^\circ$ producen una fuerza media opuesta al avance del vehículo.

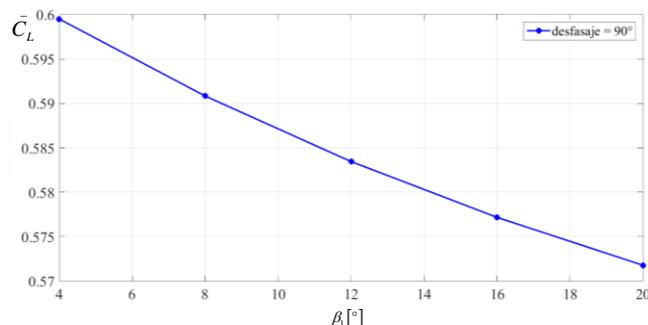


Fig. 22: Variación temporal del \bar{C}_L para diferentes ángulos de torsión.

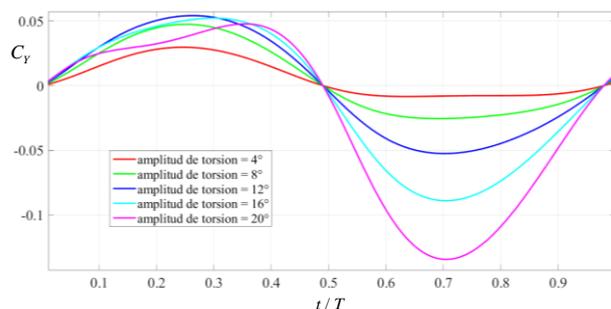


Fig. 23: Variación temporal del C_Y para diferentes ángulos de torsión.

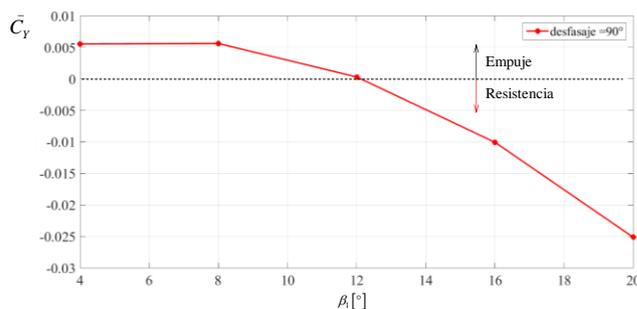


Fig. 24: Variación temporal del \bar{C}_Y para diferentes ángulos de torsión.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron resultados numéricos concernientes al comportamiento aerodinámico de un concepto de micro vehículo aéreo de alas batientes inspirado en la biología. El objetivo principal es explorar cómo influyen diferentes patrones de la cinemática del ala sobre el comportamiento de las características aerodinámicas.

Uno de los principales estudios consistió en entender la influencia que tiene el desfase entre la torsión y el batimiento del ala sobre las características aerodinámicas. Entre los principales resultados se encontró que la variación del desfase provoca un cambio en el valor máximo de la sustentación dentro del ciclo de batimiento y, además, que no provoca un significativo cambio en la sustentación media; este comportamiento resultó cualitativamente similar para diferentes ángulos de ataque. Por otra parte, también se encontró que la fuerza aerodinámica en la dirección de vuelo, es modificada por la variación del ángulo de desfase. Se encontró que para ciertos ángulos de desfase la cinemática prescrita provee propulsión; sin embargo, para otros ángulos la fuerza aerodinámica en la dirección de vuelo resulta en resistencia aerodinámica. Adicionalmente, se realizó un análisis para comprender en que forma, la magnitud del ángulo de torsión afecta a las características aerodinámicas. Se pudo observar que el ángulo de torsión modifica significativamente el comportamiento tanto en los aspectos cualitativo y cuantitativo de la sustentación y de la propulsión. Uno de los resultados más interesante nos permite sugerir que a través del ángulo de torsión se puede maximizar la sustentación media durante el ciclo de batimiento.

REFERENCIAS

- [1] Cáceres Contreras Dante A. (2018), “Aerodinámica No estacionaria de micro vehículos aéreos de alas batientes”, Trabajo final de carrera, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
- [2] Anderson J. D. (1994), *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*, McGraw-Hill.
- [3] Anderson J. D. (2001), *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill.
- [4] Ceballos L. R., Preidikman S., Roccia B. A. y J. C. Massa, (2014), “Validación de una Herramienta Computacional que Simula el Comportamiento Aerodinámico de Vehículos Aéreos con una Configuración de Alas Unidas” *XXI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, San Carlos de Bariloche, Argentina*.
- [5] Neef M., and Hummel D., (2001), “Euler Solution for a Finite-Span Flapping Wing,” *Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications*, edited by T. J. Muller, *Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA*, Reston, VA, vol. 195, pp. 429–449, Chap. 19.
- [6] Nguyen A.T., Kim J.K., Han J.S., and Han J.H., (2016), “Extended Unsteady Vortex-Lattice Method for Insect Flapping Wings”, *Journal of Aircraft*, vol. 53, No. 6, pp. 1709-1718.
- [7] Preidikman S., (1998), “Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems”, Ph.D. Dissertation, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA.
- [8] Roccia B., (2009), “De la biología a los insectos robots – desarrollo de simulaciones numéricas para el estudio de la cinemática de alas batientes” Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto.
- [9] Roccia, B. A., Preidikman, S., Massa, J. C., and Mook, D. T., (2013) “Modified Unsteady Vortex-Lattice Method to Study Flapping Wings in Hover Flight,” *AIAA Journal*, vol. 51, No. 11, pp. 2628–2642.
- [10] Verstraete M. L., Preidikman S., y Massa J. C., (2010), “Características Aerodinámicas de Aviones No- Tripulados con Alas que Mutan”, *Mecánica Computacional*, vol. 29, pp. 5081-5104.
- [11] Verstraete M. L., Preidikman S., Roccia B. A., and Mook D. T., (2015), “A numerical model to study the nonlinear and unsteady aerodynamics on a bioinspired morphing wing concept”, *International Journal of Micro Air Vehicles*, vol. 7, No. 3, pp. 327-345, 2015.