

Sobre la distribución del tamaño de las gotas en un aerosol (*spray*)

Luis F. Gutiérrez Marcantoni^{1,2}, José P. Tamagno¹ y Sergio A. Elaskar^{2,3}

¹ Dpto. Aeronáutica, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina

² Universidad Católica de Córdoba, Facultad de Ingeniería, Córdoba, Argentina

³ Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología (IDIT), CONICET y Universidad Nacional de Córdoba, Argentina

Fecha de recepción del manuscrito: 31/07/2019

Fecha de aceptación del manuscrito: 25/04/2020

Fecha de publicación: 30/04/2020

Resumen— Se describe como debe utilizarse la función propuesta por Rosin y Rammler, para cuantificar la distribución de las gotas producidas por un aerosol *spray*. Dicha función, caracterizada por dos parámetros básicos un diámetro representativo y un exponente, se destaca por su simplicidad y eficiencia demostrada en múltiples aplicaciones ingenieriles. El atomizador o pulverizador al cual, como ejemplo, se ha aplicado la función distribución es el conocido como Plain-jet Airblast Atomizer, de notable aceptación industrial por la simplicidad de su diseño y construcción. Además la ecuación experimental que describe el SMD (Sauter mean diameter) del inyector, es decir, el parámetro esencial que requiere cualquier aplicación del método aquí descrito, es una de las mejores disponibles

Palabras clave— Atomizador, tamaño de las gotas, distribución de las gotas, diámetro medio

Abstract— It is here described how the function proposed by Rosin and Rammler should be used to quantify the distribution of drops produced by a spray. This function characterized with two basic parameters, a representative diameter and an exponent, stands out for its simplicity and efficiency in multiple engineering applications. The atomizer or sprayer to which, as an example, the distribution function has been applied is the well known Plain-jet Airblast Atomizer. For the simplicity of its design and construction, this atomizer has a remarkable industrial acceptance. Furthermore, the experimental equation that predicts its SMD (Sauter mean diameter), that is an essential parameter required by any application of the method here described, is one of the best available.

Keywords— Atomizer, droplets size, droplets distribution, droplets dispersion, mass mean diameter, Sauter mean diameter

NOMENCLATURA

ALR: relación másica aire/líquido

D : diámetro de la gota

d_0 : diámetro del orificio de descarga

$D_{0,1} \dots D_{0,999}$: diámetros representativos de las gotas

D_{peak} : valor del diámetro pico de las gotas

MMD: diámetro Másico Medio ($D_{0,5}$)

N : número de gotas

p : presión

Q : fracción (o porcentaje) del volumen líquido que contiene gotas cuyos diámetros son menores que D .

q : parámetro de la distribución de las gotas (R-R)

R-R: Rosin-Rammler

SMD: diámetro medio de las gotas (Sauter, D_{32})

V : volumen

X : diámetro característico de las gotas según R-R

δ : índice de dispersión de las gotas

μ : viscosidad dinámica

ρ : densidad

σ : tensión superficial

Δ : factor de lapso relativo en la dispersión de las gotas

Δ_{lim} : factor límite de la dispersión

INTRODUCCIÓN

Varias funciones empíricas han sido propuestas para caracterizar la distribución del tamaño de las gotas en un aerosol. No obstante, cabe señalar que por ahora no hay justificaciones técnicas para fundamentar que existe una función de distribución superior a todas las otras. Por tanto, las mejores razones para seleccionar una distribución son: sencillez matemática, facilidad computacional y consistencia con los fenómenos físicos involucrados. Intuitivamente, con las

funciones que utilizan la mayor cantidad de parámetros ajustables debería realizarse el mejor trabajo, pero dichas funciones son complicadas no solo por la matemática sino también por mostrar tendencias hacia inestabilidades numéricas. Por estas y otras razones de uso, las funciones de distribución con dependencia de tan solo dos parámetros siguen siendo ampliamente utilizadas. Con este contexto, la función más utilizada para la distribución de las gotas por su tamaño en un aerosol, sigue siendo una que originalmente fue desarrollada en el año 1933 por Rosin y Rammler (1933).

Aunque siendo aplicable para una amplia gama de tamaños de gota, la función se destaca por su simplicidad y esta es una de las principales razones para su popularidad. Aún más, habilita extrapolar hasta gotas cuyas dimensiones son tan pequeñas que son difíciles de medir. La principal desventaja de la expresión R-R es que no puede ser utilizada en distribuciones que contienen múltiples picos, pero sí es muy útil cuando el pico es único. Cabe señalar que Rizk y Lefebvre (1984) comprobaron que la función R-R original, ocasionalmente no describe con adecuada exactitud la distribución en el aerosol de la gotas de gran tamaño y han introducido modificaciones, pero manteniendo siempre la dependencia de los dos parámetros de la versión original. Sin embargo, antes que la versión modificada de Rizk y Lefebvre pueda ser considerada superior a la fórmula R-R estándar, deben efectuarse más evaluaciones comparativas.

LA DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DE LAS GOTAS SEGÚN ROSIN-RAMMLER (R-R)

Dicha distribución puede expresarse de la forma:

$$1 - Q = \exp \left[- \left(\frac{D}{X} \right)^q \right] \quad (1)$$

donde Q es la fracción del volumen líquido que contiene las gotas cuyos diámetros son menores que D . Aplicando la función R-R es posible describir la distribución del tamaño de las gotas en términos de los parámetros X y q . El exponente q es una medida de como se distribuyen las gotas según su tamaño, mientras más alto es su valor más uniforme es el aerosol. Si $q \rightarrow \infty$ todas las gotas son del mismo tamaño. En la mayoría de los aerosoles el valor de q utilizado se ubica entre 1,5 y 4. X está dado por el valor de D con el cual se cumple $1 - Q = \exp(-1)$. La solución de esta ecuación da por resultado $Q = 0,63212$, lo cual implica que X es el diámetro de gota tal que el 63,2% del volumen líquido total lo ocupan gotas con diámetros menores que D . Un gráfico típico de la distribución R-R se muestra en la Figura 1. El valor de q es dado por la pendiente de la línea recta que describe los diámetros de las gotas y son compilados en función de $\ln(1 - Q)^{-1}$. Si para construir la Figura 1 se utilizan datos experimentales, es de esperar cierta dispersión respecto de la línea recta que mejor los representa.

Chin y sus colaboradores (Zhao et al. (1986)), argumentan en apoyo de la distribución R-R destacando su simpleza y porque puede construirse con relativa facilidad utilizando un analizador estándar del tamaño de las gotas. Otra ventaja útil es que los diámetros de las gotas pueden relacionarse entre sí vía el parámetro q .

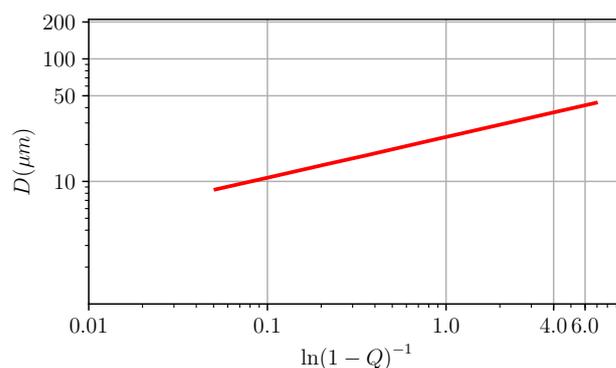


Fig. 1: Gráfico típico resultante de la aplicación del método R-R.

DIÁMETROS REPRESENTATIVOS

Desde un punto de vista ingenieril es siempre deseable que la distribución de las gotas pueda representarse de manera concisa como lo hacen R-R con una función de dos parámetros, uno de los cuales es un diámetro representativo y el otro atañe a datos de las gotas ordenadas por su tamaño. En algunas instancias puede ser ventajoso introducir otro término, tal como un parámetro que exprese el tamaño mínimo de las gotas, pero básicamente, deben ser dos los parámetros necesarios para describir la función de su distribución.

Muchas son las posibles selecciones del diámetro representativo y cada uno de dichos diámetros desempeña un rol en la definición de la función de distribución. Las diversas posibilidades incluyen la siguiente lista:

- $D_{0,1}$: diámetro de la gota tal que el 10% del volumen líquido total es en gotas cuyos diámetros son más pequeños.
- $D_{0,5}$: diámetro de la gota tal que el 50% del volumen líquido total es en gotas cuyos diámetros son más pequeños. Este es el diámetro medio másico (Mass Median Diameter - MMD). Obviamente, el otro 50% es en gotas cuyos diámetros son mayores.
- $D_{0,63212}$: diámetro de la gota tal que 63.2% del volumen líquido total es gotas cuyos diámetros son más pequeños. Este diámetro es X en la ecuación 1.
- $D_{0,9}$: diámetro de la gota tal que el 90% del volumen líquido total es en gotas cuyos diámetros son más pequeños.
- $D_{0,999}$: diámetro de la gota tal que el 99.9% del volumen líquido total es en gotas cuyos diámetros son más pequeños.

Utilizando la función de distribución R-R, se pueden obtener los valores de la relación D/X para cada fracción Q del volumen total líquido. Estos valores se presentan en la Tabla 1. Con los valores presentados con la Tabla 1, se pueden obtener otras relaciones útiles. Por ejemplo:

$$\frac{D_{0,1}}{MMD} = \frac{D_{0,1}}{X} \frac{X}{MMD} = (0,152)^{\frac{1}{q}} \quad (2)$$

$$\frac{D_{0,9}}{MMD} = \frac{D_{0,9}}{X} \frac{X}{MMD} = (3,322)^{\frac{1}{q}} \quad (3)$$

TABLA 1: VALORES DE LA RELACIÓN $(D/X)^q$ CALCULADOS UTILIZANDO LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN ROSIN-RAMMLER.

Q	$(D/X)^q$
0.025	0.02532
0.05	0.05129
0.10	0.10536
0.20	0.22314
0.30	0.35667
0.40	0.51083
0.50	0.69315
0.60	0.91629
0.63212	1.00000
0.70	1.20397
0.80	1.60944
0.90	2.30259
0.95	2.99573
0.975	3.68888
0.99	4.60517
0.999	6.90776

$$\frac{D_{0,999}}{MMD} = \frac{D_{0,999}}{X} \frac{X}{MMD} = (9,96578)^{\frac{1}{q}} \quad (4)$$

La distribución de gotas según R-R puede detectar un único pico. Si dicho pico existe debe determinarse donde dQ/dD alcanza su valor máximo, lo cual implica que $d^2Q/dD^2 = 0$. Esta última condición se satisface cuando

$$\frac{D_{peak}}{X} = \left(1 - \frac{1}{q}\right)^{\frac{1}{q}} \quad (5)$$

A partir de la ecuación (5), se puede determinar la fracción del volumen líquido Q vinculada con el diámetro representativo D_{peak} :

$$\begin{aligned} q = 2 & \quad Q_{peak} = 0,39347 \\ q = 3 & \quad Q_{peak} = 0,48658 \\ q = 4 & \quad Q_{peak} = 0,52763 \end{aligned}$$

También puede evaluarse

$$\begin{aligned} \frac{D_{peak}}{MMD} &= \frac{D_{peak}}{X} \frac{X}{MMD} \\ &= \left(1 - \frac{1}{q}\right)^{\frac{1}{q}} \left(\frac{1}{0,69315}\right)^{\frac{1}{q}} \\ &= \left(1,443 - \frac{1,443}{q}\right)^{\frac{1}{q}} \end{aligned} \quad (6)$$

Se observa que cuando el parámetro $q = 4$, la fracción del volumen líquido Q_{peak} excede a la fracción del volumen líquido $Q_{MMD} = 0,5$, y la relación entre sus diámetros representativos $\frac{D_{peak}}{MMD} = 1,02$, valor que se obtiene con la ecuación (6).

DIÁMETROS MEDIOS

En muchos cálculos de transferencia de masa y de procesos fluido-dinámicos resulta conveniente trabajar con diámetros medios o promediados, en lugar de utilizar una distribución completa del tamaño de las gotas. Por ello, el concepto

de diámetro medio se ha generalizado y su notación estandarizada Mugele y Evans (1951). En general, se puede expresar por

$$(D_{ab})^{a-b} = \frac{\int_{D_0}^{D_m} D^a \left(\frac{dN}{dD}\right) dD}{\int_{D_0}^{D_m} D^b \left(\frac{dN}{dD}\right) dD} \quad (7)$$

La ecuación (7) se puede aproximar por:

$$D_{ab} = \left(\frac{\sum_i N_i D_i^a}{\sum_i N_i D_i^b}\right)^{\frac{1}{(a-b)}} \quad (8)$$

donde i denota la gama de tamaños considerados, N_i es el número de gotas en el rango de tamaño i , y D_i es el diámetro medio correspondiente a dicho tamaño. Así por ejemplo, D_{10} ($a = 1; b = 0$) es el promedio lineal de todas las gotas del aerosol, D_{30} ($a = 3; b = 0$) es el diámetro de la gota cuyo volumen si se lo multiplica por el número de gotas iguala el volumen líquido de toda la muestra. De especial interés es el diámetro medio D_{32} ($a = 3; b = 2$), también conocido como el diámetro medio de Sauter (Sauter Mean Diameter - SMD) Sauter (1926, 1928). D_{32} es el diámetro de la gota cuya relación superficie-volumen es la misma que la de todo el aerosol. La calidad de un proceso de atomizado o pulverizado se describe en términos de un tamaño medio de las gotas y de las varias definiciones de dicho tamaño la más utilizada es la propuesta por Sauter. Ahora bien, para incorporar el diámetro SMD como un diámetro representativo de la distribución R-R, tiene que expresarse como SMD/X para cierta fracción Q del volumen líquido.

Chin y sus colaboradores en su trabajo de 1986 (Zhao et al. (1986)) demostraron la relación:

$$\frac{MMD}{SMD} = \frac{MMD}{X} \frac{X}{SMD} = (0,69315)^{\frac{1}{q}} \Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right) \quad (9)$$

por consiguiente:

$$\frac{SMD}{X} = \left[\Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right)\right]^{-1} \quad (10)$$

designando con Γ la función Gamma Moretti (1959). Téngase en cuenta que la integral que define la función Γ exige, por razones de convergencia, que su argumento cumpla con el requisito $0 < (1 - 1/q) < 1$.

Relaciones entre otros diámetros representativos de la distribución R-R y el SMD se pueden obtener procediendo como se indica a continuación:

$$\frac{D_{0,1}}{SMD} = \frac{D_{0,1}}{X} \frac{X}{SMD} = (0,10536)^{\frac{1}{q}} \Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right) \quad (11)$$

$$\frac{D_{0,9}}{SMD} = \frac{D_{0,9}}{X} \frac{X}{SMD} = (2,30259)^{\frac{1}{q}} \Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right) \quad (12)$$

$$\frac{D_{0,999}}{SMD} = \frac{D_{0,999}}{X} \frac{X}{SMD} = (6,90775)^{\frac{1}{q}} \Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right) \quad (13)$$

$$\frac{D_{peak}}{SMD} = \frac{D_{peak}}{X} \frac{X}{SMD} = \left(1 - \frac{1}{q}\right)^{\frac{1}{q}} \Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right) \quad (14)$$

Valores de la función Γ para sus argumentos determinados variando el parámetro q desde 1,4 a 4,0, están dados en la Tabla 2.

TABLA 2: VALORES DE LA FUNCIÓN Γ . COMPUTADOS CON ARGUMENTOS DEFINIDOS POR VALORES DEL PARÁMETRO q TALES QUE $1,4 \leq q \leq 4$

q	$\Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right)$
1.4	3.1491
1.6	2.3704
1.8	1.9929
2.0	1.7725
2.2	1.6290
2.4	1.5287
2.6	1.4549
2.8	1.3985
3.0	1.3541
3.2	1.3183
3.4	1.2888
3.6	1.2642
3.8	1.2433
4.0	1.2254

Cuando se utiliza la distribución R-R, se constata que la relación entre dos cualesquiera diámetros representativos es una función del parámetro q . Por lo tanto, en lugar de X se puede utilizar cualquier diámetro representativo y se obtendrá la misma distribución. Por ejemplo, la ecuación de la distribución R-R (ecuación (1)), puede ser escrita como sigue

$$Q = 1 - \exp\left[-0,69315 \left(\frac{D}{MMD}\right)^q\right] \quad (15)$$

habida cuenta que $(D/X)^q$ se puede escribir de la manera

$$\left(\frac{D}{X}\right)^q = \left(\frac{D}{MMD} \frac{MMD}{X}\right)^q = 0,69315 \left(\frac{D}{MMD}\right)^q$$

También puede serlo de la forma

$$Q = 1 - \exp\left\{-\left[\Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right)\right]^{-q} \left(\frac{D}{SMD}\right)^q\right\} \quad (16)$$

si $(D/X)^q$ se expresa por

$$\left(\frac{D}{X}\right)^q = \left(\frac{D}{SMD} \frac{SMD}{X}\right)^q = \left(\frac{D}{SMD}\right)^q \left[\Gamma\left(1 - \frac{1}{q}\right)\right]^{-q}$$

Utilizando la ecuación (16), se puede determinar la fracción del volumen líquido Q_{SMD} vinculado con el diámetro representativo $\frac{SMD}{X}$ para varios valores del parámetro q :

$$\begin{aligned} q = 2 & \quad Q_{SMD} = 0,2726 \\ q = 3 & \quad Q_{SMD} = 0,3315 \\ q = 4 & \quad Q_{SMD} = 0,3583 \end{aligned}$$

Se observa que todas las fracciones del volumen líquido Q_{SMD} computadas con valores del parámetro q tales que $2 \leq q \leq 4$, ninguna exceda a las del volumen líquido Q_{peak} previamente computadas.

¹La función Gamma también se conoce como la función Factorial porque para un número entero n se verifica que $\Gamma(n+1) = n!$

EL PROCESO DEL ATOMIZADOR

Generalmente, la calidad de un proceso de atomizado o pulverizado se describe en términos de un tamaño medio de las gotas. De las varias definiciones del diámetro medio, la más utilizada es el diámetro medio propuesto por Sauter. Los casos más simples de ruptura del chorro líquido y formación de las gotas, han sido estudiados por más de cien años, pero los resultados de estos estudios no predicen las características de los aerosol con exactitud satisfactoria Bayvel (2019). La situación es aún peor con tipos de atomizadores o pulverizadores sofisticados. Es notable que los modelos matemáticos para tratar el proceso de atomizado aún no hayan tenido éxito. Por tanto, en las aplicaciones ingenieriles resulta útil contar con algunas estimaciones de la relativa calidad o finura del aerosol generado por un determinado dispositivo que se utiliza con varios líquidos. Aún cuando el diseño tiende a ser empírico deben, en principio, estimarse los efectos sobre el tamaño medio de las gotas vinculados con las propiedades y variables del líquido, del gas circundante y las dimensiones que son determinantes para el funcionamiento del inyector Lefebvre y McDonell (2017a).

Se sabe que las propiedades más relevantes del líquido a ser atomizado son la tensión superficial, viscosidad y la densidad. Si el líquido se inyecta en un medio gaseoso, la única propiedad termodinámica del gas a considerar es la densidad. Las variables importantes del líquido a tener en cuenta son la velocidad del chorro o lámina y la turbulencia propia de la corriente líquida. Las variables del gas a tener en cuenta son su velocidad absoluta y la relativa respecto de la del líquido y también la influencia de la turbulencia propia de la corriente gaseosa. Si el líquido se inyecta en un gas en reposo, el gas adyacente al aerosol ya no permanece en reposo y puede alcanzar velocidades altas por la transferencia de cantidad de movimiento desde el líquido. Todo lo mencionado conlleva, lamentablemente, a que las velocidades donde se va produciendo el atomizado no puedan ser evaluadas con suficiente exactitud Lefebvre y McDonell (2017a).

Diseñado el atomizador, la ausencia de un tratamiento teórico general del proceso de atomizado ha conducido a la formulación de ecuaciones empíricas para expresar la relación entre el tamaño medio de las gotas en el aerosol con las propiedades del líquido y del gas, con las condiciones del flujo de ambos y las dimensiones de elementos componentes considerados esenciales para su funcionamiento. Muchas de las ecuaciones sobre el tamaño de las gotas que han sido publicadas tienen un valor que puede ser cuestionado y en ciertos casos, se basan en resultados obtenidos utilizando técnicas experimentales que ya no son consideradas válidas. En otras al insertar valores apropiados de las propiedades y variables de las fases fluida y gaseosa, se obtienen valores improbables del SMD, Lefebvre y McDonell (2017b). La ecuación seleccionada para ser presentada en esta sección, corresponde a un pulverizador que utiliza un chorro de aire (*Plain-jet Airblast Atomizer*), y es considerada como una de las mejores disponibles para cálculos ingenieriles del tamaño medio de las gotas producidas con esta clase de atomizadores.

El atomizador Plain-jet Airblast

En este tipo de atomizador (Figura 2), el líquido (por lo general un combustible), se inyecta en una corriente de ai-

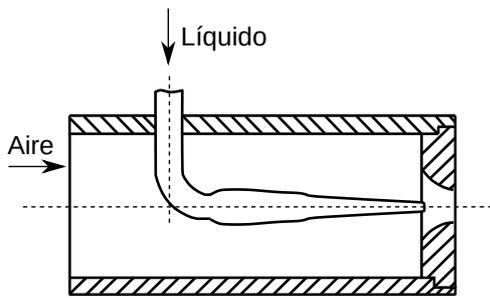


Fig. 2: Atomizador Plain-jet Airblast según Lorenzetto y Lefebvre (1977)

re cuya velocidad es alta. Su aceptación se fundamenta en la simplicidad de su diseño y construcción. Por su simplicidad, el concepto *air blast* se presta para una amplia variedad de diseños, los cuales han sido muy utilizados por diversas industrias. A partir del análisis de datos experimentales que tienen en cuenta los cambios del tamaño medio de las gotas al variar la presión del aire, la relación másica aire-líquido y el diámetro del orificio de la tobera por donde se inyecta el líquido Rizk y Lefebvre (1984); Lefebvre y McDonnell (2017c) derivaron la siguiente ecuación, correcta en dimensiones, para el diámetro medio SMD².

$$\frac{SMD}{d_0} = 0,48 \left(\frac{\sigma}{\rho_A U_R^2 d_0} \right)^{0,4} \left(1 + \frac{1}{ALR} \right)^{0,4} + 0,15 \left(\frac{\mu_L^2}{\sigma \rho_L d_0} \right)^{0,5} \left(1 + \frac{1}{ALR} \right) \quad (17)$$

donde: d_0 diámetro del orificio de descarga; U_R velocidad del aire relativa a la del líquido; ρ densidad; σ tensión superficial; μ viscosidad dinámica y ALR la relación másica aire/líquido. Los subíndices A y L denotan aire y líquido, respectivamente. La densidad del aire se expresa en términos de la ecuación de estado ya que se dan como datos la presión y temperatura.

Procedimientos para obtener las propiedades del aire necesarias para crear las velocidades relativas U_R

Dado el número de Mach (subsónico) a la salida del conducto del aire, se presentan en la Tabla ?? las relaciones entre presiones y temperaturas estáticas locales con valores de estancamiento. Estos valores han sido identificados con el subíndice 0, Tamagno et al. (2008).

TABLA 3: RELACIONES ENTRE PRESIONES Y TEMPERATURAS ESTÁTICAS LOCALES CON VALORES DE ESTANCAMIENTO

Mach	p/p_0	T/T_0
0.20	0.9725	0.9921
0.30	0.9395	0.9823
0.40	0.8956	0.9690
0.45	0.8703	0.9611

Supóngase ahora que la temperatura de estancamiento es $T_0 = 293 K$, o sea $20^\circ C$.³ Con los valores T/T_0 de la Tabla 1,

²No todas las ecuaciones empíricas satisfacen un análisis dimensional
³20°C es un valor ambiental típico.

TABLA 4: PROPIEDADES DEL AIRE A LA SALIDA DE SU CONDUCTO (ANTES DE LA INTERACCIÓN CON LA FASE LÍQUIDA).

Mach	$T (K)$	$T (^\circ C)$	$a (m/s)$	$V [m/s]$	$p_0 [MPa]$
0.20	290.68	17.7	341.79	68.346	0.104190
0.30	287.81	14.8	340.10	102.030	0.107850
0.40	283.92	10.9	337.79	135.116	0.113136
0.45	281.60	8.6	336.29	151.383	0.116425

se pueden calcular las temperaturas del aire T a la salida del conducto y también las velocidades del sonido, denominada a , para dichas temperaturas, ($a = 20,047\sqrt{T}$). Las correspondientes temperaturas en grados centígrados, las velocidades y la presión total para que el aire adquiriera las velocidades relativas deseadas respecto del líquido, se pueden obtener procediendo como se indica a continuación.

Para el cálculo de p_0 se ha supuesto que la presión atmosférica es $101325 Pa$.

Los datos presentados en la Tabla. 4 son aplicables cuando la presión en la sección de salida tanto para el aire como con el líquido, es la atmosférica ($\sim 101,325 kPa$). Si se aumenta la presión en el conducto de aire a $766 kPa$ Lefebvre y McDonnell (2017a) la velocidad del aire a la salida de su conducto sería supersónica, e invalidaría todo lo expuesto. No obstante, Lefebvre y McDonnell no comentan esta posibilidad y por lo tanto cabe suponer que sus datos ($10 \leq U_R \leq 120 m/s$) continúan siendo válidos. Para evitar la ocurrencia supersónica, puede utilizarse con el conducto de aire el concepto de *doble garganta*. Después de la primera garganta la corriente de aire permanece subsónica ($M < 1$) y con alta presión, y se expande a condiciones supersónicas después de la segunda garganta. Los experimentos se realizarían entre la primera y la segunda garganta. Este proceso, conceptualmente sería el más simple lo cual no invalida la existencia de otros, probablemente más complejos y de mayores costos. Cabe señalar que no ha sido posible acceder a ninguna descripción de la metodología experimental utilizada por Lefebvre y McDonnell (2017a)

El líquido (kerosene), es considerado incompresible y la densidad ρ es constante. Por lo tanto, sus propiedades antes de la interacción con la fase gaseosa, son determinadas mediante la aplicación de la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{cons..}$$

Ejemplos de aplicación de la ecuación (17)

Restricciones y dimensiones críticas Lefebvre y McDonnell (2017c):

- $d_0 = 0,55 - 0,75 \text{ mm}$
- $10 \leq U_R \leq 120 \text{ m/s}$
- $100 \leq p_A \leq 766 \text{ kPa}$
- $2 \leq ALR \leq 8$
- $0,0013 \leq \mu_L \leq 0,0183 \text{ kg/m.s}$

Parámetros utilizados en la aplicación

1. $d_0 = 0,55$ mm
2. Velocidades del aire, las necesarias para obtener las velocidades relativas $U_R = 100$ m/s y $U_R = 50$ m/s
3. $p_A = 500$ kPa
4. $ALR = 3$
5. Líquido: Kerosene
 $[\sigma = 0,021$ kg/s²; $\mu_L = 0,0016$ kg/m s; $\rho_L = 800$ kg/m³]

Con estos datos se obtienen:

$$SMD = 17 \mu\text{m} (U_R = 100\text{m/s})$$

$$SMD = 29 \mu\text{m} (U_R = 50\text{m/s})$$

Luego de la determinación de diámetros medios SMD para el atomizador Plain-jet Airblast con dos velocidades U_R del aire, se pueden utilizar ecuaciones de la clase (11 - 14) para el cálculo del diámetro correspondiente a una distribución R-R. No obstante, cabe observar que dichas ecuaciones están escritas para un valor dado del parámetro q el cual no se conoce. Únicamente si los datos experimentales obtenidos con el atomizador en estudio, se presentaran como se muestra en la Figura 1 puede asignarse un valor al parámetro q , caso contrario, solamente puede afirmarse que para todos los aerosol $1,5 \leq q \leq 4$. Por lo tanto, aquí se presentan resultados que se obtienen con los valores 2, 3 y 4 del parámetro q . Para los diámetros representativos de la distribución Rosin-Rammler dados en las ecuaciones (11-14), se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 5. Los diámetros primeros corresponden a $SMD = 17 \mu\text{m}$, y los segundos a $SMD = 29 \mu\text{m}$. En consecuencia, la medida de todos los diámetros se dan en μm .

TABLA 5: DIÁMETROS REPRESENTATIVOS DE LA DISTRIBUCIÓN ROSIN-RAMMLER DADOS EN LAS ECUACIONES (11-14)

$q = 2; \Gamma = 1,7727.$		
$D_{0,1} / SMD = 0,57540$	$D_{0,1} = 9,8$	$D_{0,1} = 16,7$
$D_{0,9} / SMD = 2,68995$	$D_{0,9} = 45,7$	$D_{0,9} = 78,0$
$D_{0,999} / SMD = 4,65911$	$D_{0,999} = 79,2$	$D_{0,999} = 135,1$
$D_{\text{peak}} / SMD = 1,25349$	$D_{\text{peak}} = 21,3$	$D_{\text{peak}} = 36,4$
$q = 3; \Gamma = 1,3542$		
$D_{0,1} / SMD = 0,63960$	$D_{0,1} = 10,9$	$D_{0,1} = 18,5$
$D_{0,9} / SMD = 1,78822$	$D_{0,9} = 30,4$	$D_{0,9} = 51,9$
$D_{0,999} / SMD = 2,57906$	$D_{0,999} = 43,8$	$D_{0,999} = 74,8$
$D_{\text{peak}} / SMD = 1,18300$	$D_{\text{peak}} = 20,1$	$D_{\text{peak}} = 34,3$
$q = 4; \Gamma = 1,2253$		
$D_{0,1} / SMD = 0,69809$	$D_{0,1} = 11,9$	$D_{0,1} = 20,2$
$D_{0,9} / SMD = 1,50937$	$D_{0,9} = 25,7$	$D_{0,9} = 43,8$
$D_{0,999} / SMD = 1,98645$	$D_{0,999} = 33,8$	$D_{0,999} = 57,6$
$D_{\text{peak}} / SMD = 1,14038$	$D_{\text{peak}} = 19,4$	$D_{\text{peak}} = 33,1$

Si a los valores de los diámetros ya presentados se agregan otros listados en la Tabla 1, se pueden construir los gráficos de las Figura 3 y 4, donde se presentan los diámetros que según la distribución de Rosin-Rammler corresponden a cada valor de la variable Q , es decir a la fracción (o porcentaje) del

volumen líquido total en gotas cuyos diámetros son menores al diámetro representativo D seleccionado⁴.

VARIOS CONCEPTOS SOBRE LA DISPERSIÓN DE LAS GOTAS

El factor de lapso relativo

Este parámetro se define por:

$$\Delta = \frac{D_{0,9} - D_{0,1}}{D_{0,5}} = \frac{D_{0,9}}{MMD} - \frac{D_{0,1}}{MMD} \quad (18)$$

Indica de manera directa, la diferencia entre los tamaños de las gotas del aerosol con relación al MMD. Cuanto más próximo a cero es el valor de Δ , más uniforme es el aerosol. Para una distribución R-R, mediante las ecuaciones 2 y 3 se obtiene

$$\Delta = (3,322)^{\frac{1}{q}} - (0,152)^{\frac{1}{q}} \quad (19)$$

resultando ser una función que depende únicamente del parámetro q .

El índice de dispersión

El índice de dispersión es un parámetro que suele utilizarse para expresar el rango de las gotas dispersas. Para una distribución R-R se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \delta &= \int_0^{D_m} D \frac{dQ}{dD} dD \\ &= \int_0^{D_m} q \left(\frac{D}{X}\right)^q \exp\left[-\left(\frac{D}{X}\right)^q\right] dD \end{aligned} \quad (20)$$

El índice δ es más complejo y no ofrece ventajas sobre el factor Δ . Por lo tanto, en la mayoría de los problemas ingenieriles se prefiere el factor Δ ya que provee una adecuada descripción de la dispersión.

El tamaño límite de las gotas

Con el propósito de obtener una estimación del tamaño máximo de las gotas, resulta útil la definición de un factor límite para la dispersión. Dicho factor se puede definir por

$$\Delta_{lim} = \frac{D_{0,999} - D_{0,5}}{D_{0,5}} \quad (21)$$

Si se supone una distribución R-R el factor límite Δ_{lim} se puede expresar por

$$\Delta_{lim} = \frac{D_{0,999}}{MMD} - 1 = (9,96578)^{\frac{1}{q}} - 1 \quad (22)$$

donde se ha reemplazado $D_{0,5}$ por MMD . Para valores típicos de q se obtiene:

$$q = 2 : D_{0,999} = 3,157 MMD$$

$$q = 3 : D_{0,999} = 2,152 MMD$$

$$q = 4 : D_{0,999} = 1,777 MMD$$

⁴Es constructivo que el lector del presente trabajo construya con los datos de las Figuras 3 o 4, un gráfico como el que se presenta en la Figura 1.

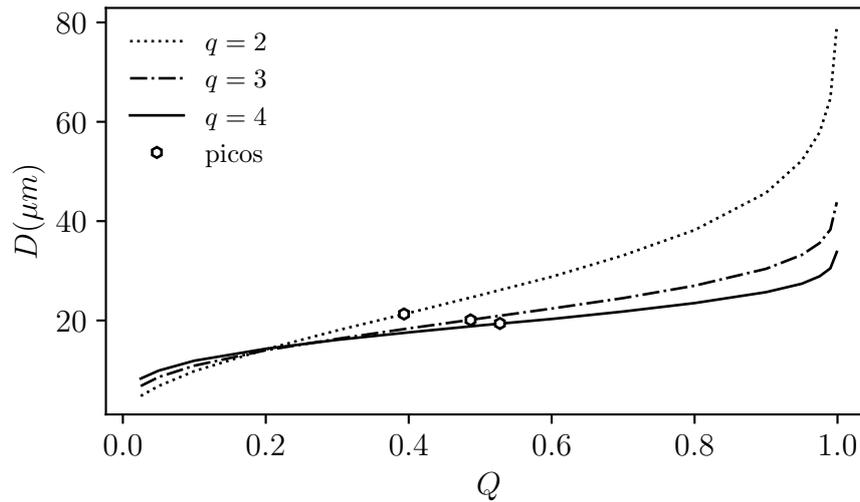


Fig. 3: Influencia de q en las distribuciones del tamaño de las gotas en función de fracciones de volúmenes líquidos Q ($SMD = 17\mu m$)

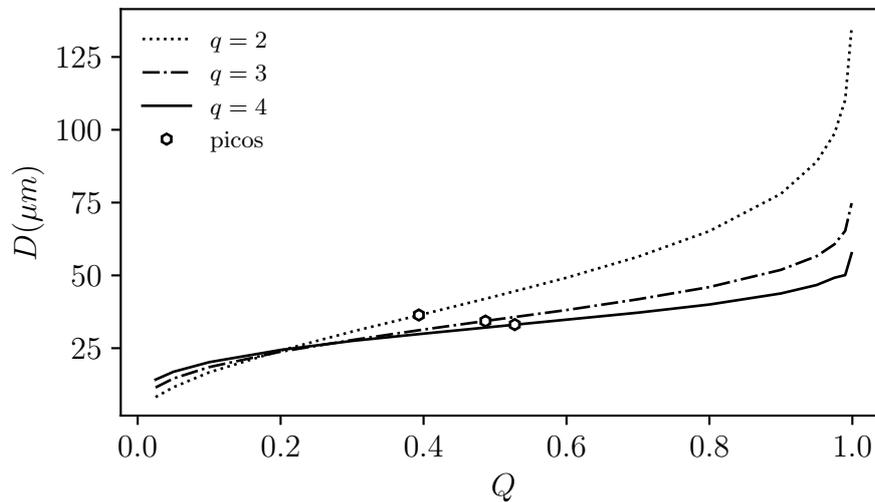


Fig. 4: Influencia de q en las distribuciones del tamaño de las gotas en función de fracciones de volúmenes líquidos Q ($SMD = 29\mu m$)

Indice de uniformidad

El índice de uniformidad para las gotas (Droplet uniformity index- DUI), propuesto por Tate Tate (1982) y definido en función de volúmenes, se puede expresar de la forma siguiente:

$$DUI = \frac{\sum_i Q_i (D_{0,5} - D_i)}{D_{0,5}} \tag{23}$$

donde D_i es el punto medio del tamaño clase i y Q_i es la fracción correspondiente del volumen líquido. Esta expresión indica la dispersión relativa al MMD y tiene en cuenta a todas las clases previa identificación por sus respectivos tamaños. Para una distribución R-R, se verifica que el DUI depende principalmente del parámetro q .

CONCLUSIONES

No es simple confirmar si el método de Rosin-Rammler presentado y analizado, es superior a todos los otros exist-

tentes Lefebvre y McDonell (2017a). Para confirmar o no tal conclusión, deberían realizarse estudios teóricos basados en conocimiento más completos que los actuales sobre los mecanismos involucrados en la formación de las gotas. No obstante, la distribución R-R ha demostrado su utilidad en múltiples y variadas aplicaciones ingenieriles.

Como un cierre de lo expuesto, se mencionan algunos conceptos que podrían ser útiles para evitar equívocos muy comunes:

- No existe un único parámetro que pueda describir en su totalidad el tamaño de las gotas. Las gotas más pequeñas o las más grandes suelen ser de suma importancia en muchas aplicaciones prácticas (por ejemplo, las más pequeñas en la combustión, y las más grandes en la fumigación de cultivos). Ni el SMD ni tampoco el MMD pueden de por sí, dar esta información.
- Diámetros medios y diámetros representativos (propios de la distribución R-R), son por naturaleza diferentes. El

MMD = $D_{0,5}$ no es un diámetro medio, es un diámetro representativo.

- La distribución R-R del tamaño de las gotas se define con dos parámetros, un diámetro representativo y otro (q) que incumbe a la dispersión de las gotas según su tamaño.
- El factor de lapso relativo, puede ser utilizado para identificar en un aerosol la distribución de las gotas por su tamaño.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a el CONICET, MINCYT y SECYT-UNC por el soporte económico.

REFERENCIAS

- [1] Bayvel, L. (2019). *Liquid atomization*. Routledge.
- [2] Lefebvre, A. H. y McDonell, V. G. (2017a). pp. 56–60. En: *Atomization and sprays*. CRC press.
- [3] Lefebvre, A. H. y McDonell, V. G. (2017b). pp. 133–134. En: *Atomization and sprays*. CRC press.
- [4] Lefebvre, A. H. y McDonell, V. G. (2017c). pp. 159–160. En: *Atomization and sprays*. CRC press.
- [5] Lorenzetto, G. y Lefebvre, A. H. (1977). “Measurements of drop size on a plain-jet airblast atomizer”. *AIAA journal*, 15(7):1006–1010.
- [6] Moretti, G. (1959). *Métodos matemáticos de la Física -Tomo I-*. Imprenta y Editora Coni, Buenos Aires.
- [7] Mugele, R. y Evans, H. (1951). “Droplet size distribution in sprays”. *Industrial & Engineering Chemistry*, 43(6):1317–1324.
- [8] Rizk, N. y Lefebvre, A. (1984). “Spray characteristics of plain-jet airblast atomizers”.
- [9] Rosin, P. y Rammler, E. (1933). “The laws governing the fineness of powdered coal.-j. institute of fuel, 7: 29-36. evaluation of the folk and ward graphic measures”. *J. Sedimen. Res*, 48:863–878.
- [10] Sauter, J. (1926). *Die Grössenbestimmung der im Gemischnebel von Verbrennungskraftmaschinen vorhandenen Brennstoffteilchen:(Mitteilung aus d. Labor. f. techn. Physik d. Techn. Hochsch. München); mit 26 Abb. u. 8 Zahlentaf.* VDI-Verlag.
- [11] Sauter, J. (1928). “Determining size of drops in fuel mixture of internal combustion engines”. Reporte técnico N° 390, NACA.
- [12] Tamagno, J. P., Schultz, W., y Elaskar, S. E. (2008). En: *Dinámica de los gases-Tomo I*. Editorial científica universitaria, Córdoba-Argentina.
- [13] Tate, R. (1982). “Some problems associated with the accurate representation of droplet size distributions”. *Proceedings of the 2nd Iclass*.
- [14] Zhao, Y., Hou, M., y Chin, J. (1986). “Drops size distributions from swirl and airblast atomizers”. *Atomization and Spray Technology*, 2:3–15.