OBJETOS MATEMÁTICOS Y REGISTROS SEMIÓTICOS PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Nydia DAL BIANCO; Silvia MARTINEZ; Fabio PRIETO

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa – Argentina
dalbianco@exactas.unlpam.edu.ar -smartinez@exactas.unlpam.edu.ar-fabio.prieto@gmail.com.ar

RESUMEN

El presente trabajo se circunscribe a una propuesta de enseñanza implementada en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa, con alumnos de primer año de Química y Biología que durante el ciclo académico 2010 cursaban Matemática.

Utilizando la plataforma Moodle y los recursos que provee el software GeoGebra se diseñó e implementó una estrategia didáctica para el desarrollo del tema Secciones Cónicas, correspondiente a una de las unidades del programa de esta asignatura.

El proceso de contextualizar objetos matemáticos en situaciones de enseñanza – aprendizaje, no sólo se consolida con la automatización de ciertos tratamientos o la comprensión de nociones, sino que implica una coordinación de registros de representación. Un sujeto comprende el significado de un determinado concepto si, por ejemplo es capaz de reconocer sus propiedades y representaciones características, establecer relaciones con otros objetos y aplicarlo en diversas situaciones problemáticas.

Los docentes que participamos en esta propuesta consideramos que a futuro realizaremos acciones de características similares en otros contenidos, reflexionando sobre nuestra práctica docente y con el objeto de favorecer el aprendizaje de esta disciplina con alumnos de carreras no matemáticas.

Introducción

Observamos que un alto porcentaje de los contenidos básicos del nivel secundario del que provienen los alumnos que cursan Matemática para las carreras de Química y Ciencias Biológicas, se les presentaba como contenidos nuevos al desarrollarlos en la cátedra, y ante reiteradas dificultades en los tratamientos algebraicos y gráficos planteamos acciones complementarias para mejorar su aprendizaje.

Inmersos en esta problemática y en el marco del proyecto “*Interacción entre objetos matemáticos y representaciones semióticas en diferentes escenarios de aprendizaje. Diseño de situaciones didácticas*” que estamos desarrollando en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam, presentamos una actividad realizada con un grupo de alumnos que cursaron la asignatura en el ciclo académico 2010.

Iniciamos con un análisis de los contenidos curriculares, particularmente en el tema de Secciones Cónicas que, no obstante ser de los denominados contenidos mínimos, no es tratado en general en el nivel secundario desde el punto de vista de las cónicas como lugar geométrico, solo observamos que se presentan las ecuaciones de algunas de ellas como la parábola o circunferencia desde el aspecto funcional o bien para introducir a partir de las mismas otros conceptos y nunca mencionadas con las propiedades y características de lugar geométrico.

En este artículo describimos la experiencia que resultó del diseño e implementación de una estrategia didáctica basada en el uso de las nuevas tecnologías, utilizando la plataforma Moodle y los recursos que provee el software GeoGebra para este tema de las Secciones Cónicas.

Marco Teórico

Los conceptos matemáticos, en general las estructuras matemáticas se aplican para organizar fenómenos tanto del mundo concreto como del matemático.

La noción pragmática de contexto dentro del modelo semiótico-epistemológico, se concibe como el conjunto de factores extra e intra lingüístico que soporta y condiciona las actividades matemáticas, fundamentalmente en el sentido y el significado de los diversos objetos puestos en juego en dichas actividades.

Un objeto matemático debe ser contextualizado en un proceso de enseñanza - aprendizaje y no sólo se consolida con la automatización de ciertos tratamientos o la comprensión de nociones, sino que implica una coordinación de registros de representación, siendo esto una de las condiciones fundamentales para la aprehensión de un concepto.

La falta de coordinación de registros permite de alguna forma la comprensión en los alumnos, pero cuando se presentan situaciones fuera del contexto en la cual se realizó el aprendizaje, la mayoría de ellos no son capaces de mostrar los conocimientos adquiridos.

Un enunciado en lenguaje coloquial, una fórmula algebraica, una representación gráfica son representaciones semióticas que pertenecen a sistemas semióticos diferentes.

"... Este recurso a varios registros parece una condición necesaria para que no se confunda a los objetos matemáticos con sus representaciones y para que también se les pueda reconocer en cada una de ellas. La coordinación de varios registros de representación semiótica aparece así como fundamental para una aprehensión conceptual de los objetos: es necesario que el objeto no sea confundido con sus representaciones y que se lo reconozca en cada una de ellas, y bajo estas condiciones acceder al objeto representado". Duval (1998).

Los diferentes valores visuales pertinentes, por ejemplo a un desarrollo algebraico o a una representación gráfica, deben ser coordinados y si no son discriminados, no manifiestan su sentido y/o significado.

Un sujeto comprende el significado de un determinado concepto si, por ejemplo es capaz de reconocer sus propiedades y representaciones características, establecer relaciones con otros objetos y aplicarlo en diversas situaciones problemáticas.

Los procesos de enseñanza se fundamentan en seleccionar situaciones específicas para afianzar el significado de los objetos matemáticos (conceptos, proposiciones, teorías, etc.).

El significado de un objeto matemático se puede dividir en diferentes clases prácticas más específicas aplicadas en determinado momento y cada una de ellas con su propio sentido.

Un objeto matemático se relaciona con otros objetos según el contexto o su notación, y cada contexto ayuda a producir determinado sentido, que en conjunto amplían el significado de dicho objeto matemático. A medida que aparece un nuevo sistema de práctica (sentido) se amplia el significado de dicho objeto.

Con el recurso de las nuevas tecnologías que permitan la interacción y coordinación entre los diferentes registros semióticos y con un trabajo minucioso sobre los objetos matemáticos y su sentido, en el marco de situaciones específicas y complementarias, se lograría un aprendizaje significativo.

Distintos estudios realizados en la Didáctica de la Matemática, permiten renovar un acercamiento a los errores de los estudiantes, siendo que estos no siempre significan desconocimiento de un determinado tema o falta de trabajo, sino que constituyen un punto de partida para que el docente contextualice situaciones de enseñanza y pueda cuestionar fundamentando las concepciones erróneas de los alumnos.

Desarrollo

El tema seleccionado para su tratamiento fue el de la unidad correspondiente a Secciones Cónicas, siendo éste para una gran mayoría de los alumnos la primera vez que lo abordaban, otros tenían algunos conceptos mínimos (gráfica de circunferencia y gráficas de parábolas como función cuadrática) y en general no lo habían analizado como lugar geométrico.

Ninguna noción de este tema se presenta en la enseñanza básica ni tampoco en los contenidos curriculares correspondientes al tercer ciclo, en la provincia de La Pampa, lugar del que provienen un alto porcentaje de los alumnos que cursan Matemática. Se menciona por primera vez en el tercer año del Polimodal: *cónicas como lugar geométrico – cónicas como secciones de un cono de revolución – Ecuaciones de circunferencia, elipse, parábola e hipérbola. Aplicaciones.*

No obstante esta referencia en los contenidos mínimos, y según la opinión de varios docentes consultados ninguno de ellos aborda este concepto, al menos considerando a las cónicas como lugar geométrico. Sí, se estudian las ecuaciones de parábola como función cuadrática y la ecuación de la circunferencia como aplicación del teorema de Pitágoras o como medio para introducir otros conceptos.

Cabe mencionar que en esta provincia como en otras, se produce un cambio en lo que se refiere a la estructura del sistema educativo pues actualmente coexisten la enseñanza básica (primario), tercer ciclo de la EGB (octavo y noveno año), polimodal (segundo y tercer año) y nuevo secundario.

Al profundizar en la enseñanza de las cónicas, se aplican conceptos básicos del cálculo algebraico como así también se interacciona con las diferentes representaciones de los objetos en sus respectivos marcos.

Desde el inicio de la cursada los estudiantes estaban habituados al uso de la plataforma e-learning en la que algunas asignaturas muestran un sitio para el desarrollo de actividades bajo esta modalidad. En particular la cátedra de Matemática utiliza dicha plataforma hace algunos años incorporando material didáctico para los alumnos, la planificación anual, trabajos prácticos con sus respectivas respuestas, apuntes de cátedra, bibliografía, comunicaciones para los alumnos y también algunas secuencias didácticas para el desarrollo de temas específicos como en este caso el de secciones cónicas.

Actualmente los recursos disponibles son numerosos y en general de fácil acceso, en esta oportunidad se optó por aplicar el Software GeoGebra, que es de distribución libre, gratuita y de código abierto, y que facilita la interacción entre los distintos registros de representación.

Inicialmente la unidad didáctica fue desarrollada en clases teóricas y prácticas con abundante ejercitación, como complemento de estas actividades los alumnos interactuaban en la plataforma respondiendo a las diversas consignas propuestas para cada una de las cónicas.

Participaron de la propuesta veintiún alumnos, trabajando en forma individual o en grupos de dos y, siendo que en general varios de ellos tienen computadora con acceso a internet, instalaron el software GeoGebra, lo que les facilitaba el trabajo en la secuencia didáctica desde su domicilio particular.

Con las respuestas a las diversas consignas elaboraban un documento de texto que se presentaba a los docentes a través de la plataforma virtual, y por esta misma vía, recibían las devoluciones correspondientes, proceso que se reiteraba hasta llegar a la solución correcta en cada uno de los ejercicios.

Los alumnos que optaban por esta modalidad de trabajo y completaban una autoevaluación, eran eximidos de rendir este tema en el examen parcial de la asignatura.

Finalizando esta actividad los alumnos participantes respondieron a una encuesta en la plataforma.

Descripción de la secuencia de actividades:

La secuencia didáctica preparada con el modelo de diseño instruccional ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación, Evaluación), incluía material teórico combinado con actividades desarrolladas con el software GeoGebra, interactuando en forma dinámica con el estudiante.

La estructura global de la secuencia didáctica presentada fue la siguiente:

-Objetivos
-Introducción
-Secciones cónicas
  Circunferencia
  Elipse
  Hipérbola
  Parábola
-Ecuaciones paramétricas
-Ejercitación
-Autoevaluación
-Encuesta
-Bibliografía

La parte de Secciones Cónicas se iniciaba con consignas para circunferencia, subdividido a su vez en tres actividades:

I) Ecuación de la circunferencia

Reconocer la propiedad de los puntos que describen la circunferencia como lugar geométrico.

Deducir la ecuación correspondiente aplicando la definición.

II) Ecuación canónica de la circunferencia

Escribir la ecuación dadas distintos elementos.

Hallar la ecuación de una circunferencia tangente a uno de los ejes coordenados y analizar si es única.

III) Ecuación general de la circunferencia

Escribir la ecuación dados los parámetros, conjeturar sobre los desplazamientos al producirse la variación de uno, de dos y de tres de esos parámetros. Completar en cada caso con los desarrollos algebraicos y gráficos correspondientes.

En la segunda actividad se presentaban las consignas de la elipse en dos partes:

I) Elipse como lugar geométrico

Reconocer que la curva descripta por el movimiento de puntos es una elipse y verificar la propiedad como lugar geométrico.

Establecer la relación entre los diversos parámetros.

II) Ecuación canónica de la elipse

Con distintas coordenadas del centro y para diversos valores de los semidiámetros, visualizar los gráficos y desplazamientos y obtener analíticamente las ecuaciones correspondientes.

La hipérbola se presentó en la siguiente actividad estructurada en dos partes:

I) Hipérbola como lugar geométrico

Comprobar que el trazo que describen el movimiento de puntos en el plano es una hipérbola y verificar la propiedad como lugar geométrico.

II) Ecuación canónica de la hipérbola

Visualizar distintas hipérbolas y determinar en caso las coordenadas del centro, focos y vértices.

Obtener la ecuación general dados algunos parámetros. Justificar los desarrollos algebraicos.

En la última parte se presentaron dos actividades para la parábola:

I) Parábola como lugar geométrico

Comprobar que la gráfica descripta en su recorrido por un punto del plano es una parábola.

Verificar la propiedad como lugar geométrico.

II) Ecuación canónica de la parábola

Para distintas coordenadas del vértice y para diversos valores del segmento fijo (distancia) del lugar geométrico, observar los correspondientes gráficos y desplazamientos.

Hallar la ecuación canónica dado las coordenadas del foco y la ecuación de la recta directriz.

Análisis de las producciones:

Circunferencia

En la primera parte solo una alumna presentó la deducción de la ecuación de la circunferencia, el resto de esas consignas fueron contestadas correctamente.

La ecuación de una circunferencia tangente a uno de los ejes coordenados la obtuvieron en general bien, no obstante mostraron distintas respuestas al analizar si era única. Por ejemplo un grupo escribió una ecuación, manifestando que ésta no es única, pero no concluyó cuántas ni cuales eran la o las restantes.

Otros alumnos respondieron textualmente: “No, no es única. Porque existen muchas circunferencias tangentes a este punto y de radio 2 que poseen diferente centro.”

En el análisis de la tercera parte correspondiente a la ecuación general de la circunferencia se encontraron diversidad de respuestas, destacándose fundamentalmente las dificultades en las expresiones escritas en cuanto a los desplazamientos por las variaciones de los parámetros.

En otras producciones se observaron errores en los desarrollos algebraicos, como así también en la sustitución de las coordenadas del centro y del radio en la ecuación canónica correspondiente, la que resultaba de la visualización realizada con el software GeoGebra, destacándose la no coincidencia entre los valores dados en la consigna para el radio de la circunferencia, con los correspondientes al gráfico obtenido. Tampoco se respeta la consigna de escribir primero la ecuación canónica, desarrollarla y verificarla con la obtenida con el software.

Para este caso no se tuvo en cuenta el significado de los objetos, en particular de los parámetros específicos y la respectiva coordinación de los mismos, en cuanto al registro gráfico y algebraico fundamentalmente. Transcribimos a continuación la consigna de la parte III) y el desarrollo presentado por dos alumnas, donde se observa en la respuesta a 3.5 y 3.6 el error antes mencionado, que persistió luego de la devolución para que realizaran la correcciones indicadas.

Deslizar los puntos D, E o F y observar la ecuación.

3.1) Analizar el comportamiento de la gráfica con respecto al valor de los parámetros D, E y F.

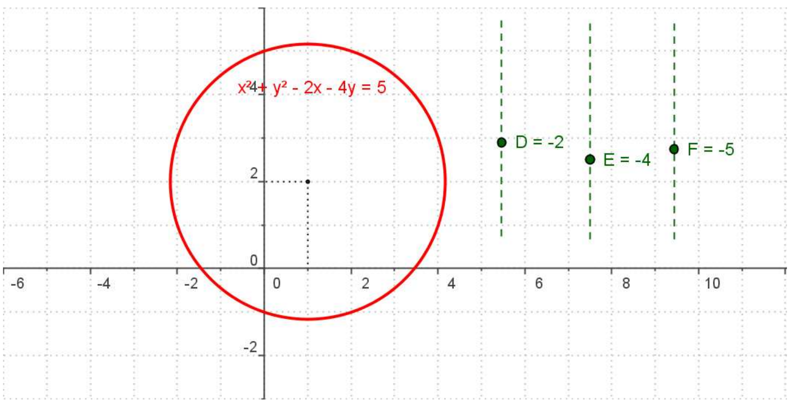
3.2) ¿Cómo se modifica el gráfico si se varía el parámetro D?

3.3) ¿Y si se varía el parámetro E?

3.4) ¿Y si se varía el parámetro F?

3.5) Modificar los parámetros D,E y F de modo que el centro sea el punto (1,2) y el radio sea 5.

3.6) Escribir la ecuación canónica correspondiente a la circunferencia obtenida en el apartado 5), desarrollar los cuadrados y comparar con la ecuación que se muestra en pantalla.



3.6) $X^2 + Y^2 - 2X - 4Y = 5$ C= (1;2)

$(X^2 - 2X) + (Y^2 - 4Y) = 5$ $r^2 = 10 = 3{,}16$

$1[(X - 1)^2 – 1] + [(Y - 2)^2 – 4] = 5$

$(X – 1)^2 – 1 + (Y – 2)^2 – 4 = 5$

$(X – 1)^2 + (Y – 2)^2 – 5 = 5$

$(X – 1)^2 + (Y – 2)^2 = 5 + 5$

$(X – 1)^2 + (Y – 2)^2 = 10$

Elipse

En cuanto a considerar el lugar geométrico a partir de la curva descripta por el movimiento de puntos, en general los alumnos reconocieron sin dificultades la propiedad que se verifica en una elipse, como así también establecieron correctamente la relación entre los diversos parámetros.

Al visualizar los gráficos que se obtenían por los desplazamientos correspondientes, debían describir las distintas elipses que mostraba el software y caracterizar cada una de ellas.

En esta instancia se presentaron mayores dificultades en redactar lo que observaban, en particular en la variación de los distintos parámetros y las ecuaciones obtenidas, como así también en la modificación de las coordenadas del centro, en los valores de los semidiámetros y el valor de la excentricidad.

El lenguaje específico de la matemática no es sencillo de incorporar, pero tampoco es factible de ser simplificado o modificado. Es fundamental considerar que el desconocimiento de determinados términos significa un obstáculo para la comprensión del tema implícito.

Hipérbola

De igual forma que en elipse, se obtuvieron respuestas correctas al considerar la hipérbola como lugar geométrico.

En la visualización de las distintas hipérbolas dadas a partir de sus ecuaciones, debían obtener de cada una la gráfica correspondiente dada por el GeoGebra y determinar en cada caso las coordenadas del centro, focos y vértices.

En general no mostraban la gráfica y en varias actividades se destacó la no correspondencia entre gráficos y ecuaciones, como así también errores entre ecuaciones y coordenadas de vértices y determinación de asíntotas. Se muestra la respuesta enviada de dos trabajos:

7.1) Visualizar ahora la hipérbola de ecuación $4x^2 - y^2 = 4$. Dar coordenadas de los vértices.

4X^2-Y^2=4

4X^2/4-Y^2/4=4/4

X^2-Y^2/2^2=1

C=(0,0) Vertices= a: 1^1/2 b:2^1/2

Y= + - b/aX

Y= + - 2^1/2/1X

C^2= a^2+b^2

C=(1+4)^1/2

C=5^1/2

7.1) Visualizar ahora la hipérbola de ecuación $4x^2 - y^2 = 4$.Dar coordenadas de los vértices.

Vértices: A = (1,0) y A" = (-1,0)

7.2) Mover los puntos O, A y B hasta visualizar la hipérbola de ecuación $\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

Dar coordenadas de los vértices, de los focos y del centro.

Vértices: A = (2,1) y A" = (-6,1)

Focos: F = (3,1) y F" = (-7,1)

Centro: C = (-2,1)

7.3) Visualizar la ecuación canónica de la hipérbola de centro (-3,-4) y semiejes a = 3, y b = 5 y obtener la ecuación general.

La ecuación canónica obtenida es:

$$\frac{(x+3)^2}{9} - \frac{(y+4)^2}{25} = 1$$

Desarrollando cuadrados y demás operaciones, llegamos a la ecuación general que es:

$x^2 - y^2 + 6x - 8y - 8 = 0$

En el cuadro anterior que muestra una de las respuestas, observamos que se ha comprendido el significado del concepto de hipérbola, reconociendo correctamente a través de la visualización con el software, su representación, característica y sus elementos: Sólo en el ítem 7.3) se han cometido errores en los desarrollos algebraicos al buscar la ecuación general, en particular en cuadrados de binomios y también en el trabajo con fracciones de distinto denominador. En este caso la corrección también fue devuelta en forma errónea, es decir que no hubo coordinación entre los registros gráfico y algebraico.

Parábola

En este tema fue donde menos errores presentaron, no obstante destacamos falta de precisión en algunas expresiones coloquiales de las respuestas, por ejemplo para la cónica como lugar geométrico y para la consigna: ¿qué característica cumple el vértice V de la parábola en relación a la directriz d y al foco F?.

Transcribimos dos de las respuestas :

..........“el vértice V es perpendicular a la directriz, y paralelo al foco F”.

.... “es el punto medio del segmento y representa el vértice de la parábola”.

En la segunda parte la mayor dificultad se presentó en la interpretación de las consignas y en la formulación correcta de lo observado, por ejemplo al desplazar los distintos puntos de la parábola y las coordenadas del vértice indicados en los enunciados utilizando el software GeoGebra.

Solo dos grupos presentaron dificultades en la escritura de la ecuación canónica de la parábola dados el foco y la ecuación de la recta directriz.

Etapa de devolución y resultados

Las resoluciones de las distintas actividades enviadas a la plataforma Moodle por medio de un documento de texto, se corregían y reenviaban para que cada alumno o el grupo de alumnos analizara las observaciones señaladas en cada consigna, a fin de que sean enviadas nuevamente para su evaluación final.

Si el documento presentado alcanzaba un porcentaje previamente determinado de ejercicios correctos correspondientes a las cuatro cónicas, además de aprobar la autoevaluación correspondiente en la plataforma web, los alumnos no debían responder a ese tema en el próximo examen parcial de la asignatura.

Los alumnos completaron una autoevaluación que consistía en ejercicios tipo múltiple choice, en el primero debían seleccionar a qué cónica pertenecía cada ecuación, el segundo indicar a qué lugar geométrico correspondían los datos de la consigna, el tercero debían relacionar ecuaciones con gráficas y el último señalar puntos de intersección entre dos cónicas.

De los siete grupos constituidos con dos alumnos cada uno, aprobaron todas las instancias de la propuesta un total de cinco; en cuanto al trabajo individual fueron siete los alumnos que optaron por esta forma y aprobaron cinco.

También los alumnos que participaron de la experiencia debían completar una encuesta la cual diseñamos con el objeto de conocer su opinión respecto a la metodología de trabajo, material de estudio , ventajas y desventajas del uso de estas herramientas.

A partir del análisis de estas encuestas observamos que en general con respecto a la metodología de trabajo manifestaron su conformidad y solicitaron que esta metodología se aplique en otros temas de la asignatura.

En cuanto al material de estudio consideraron que les resultó suficiente para entender el tema abordado.

Las principales desventajas que ellos mencionaron hacen referencia al hecho de tener que trabajar solos o no contar con el profesor para poder evacuar dudas que se les presentan ocasionalmente, también por tener que corregir reiteradamente los ejercicios hasta que estuviesen resueltos en forma correcta sin indicarles cual era el error cometido (con respecto a este último punto cabe aclarar que en la devolución que el docente hacía, se le indicaba al alumno que el ejercicio estaba mal pero no se les decía cual era el error, esto tenía como finalidad que el alumno mismo se de cuenta cual era el error cometido y por qué).

Como ventajas mencionaron que el tema en la forma presentada resultó más entretenido, además de permitirles realizar los gráficos con más facilidad y comprenderlo mejor. También destacaron en la encuesta que la flexibilidad de los horarios para poder trabajar en cualquier momento, como la posibilidad de efectuar las correcciones de los ejercicios en más de una oportunidad favoreció el proceso de aprendizaje.

En el anexo de este trabajo se adjuntan la Autoevaluación y la encuesta realizada a los alumnos.

Conclusiones

La utilización de la plataforma Web promueve herramientas para el trabajo colaborativo y resulta motivadora para los estudiantes, quienes participaron en forma comprometida con la propuesta, además permite al docente realizar un seguimiento continuo de las actividades del curso. La plataforma ofrece una variedad de recursos que facilitan la organización y presentación de muy diversos contenidos en distintos formatos como foros, cuestionarios y otras tareas.

El software GeoGebra incorporado en la plataforma contribuyó a la comprensión de los conceptos , en particular lo que respecta a la visualización gráfica de secciones cónicas así como también el desarrollo algebraico implícito en este tema, que permitió a los alumnos interactuar con los diversos registros de representación, considerando que el proceso de contextualizar objetos matemáticos no sólo se consolida con la automatización de ciertos tratamientos o la comprensión de nociones, sino que implica una coordinación de registros de representación.

Los recursos que ofrecen las nuevas tecnologías combinados en forma adecuada con los materiales didácticos, propician un proceso de cambio gradual a través de la incorporación de estrategias y herramientas, con el objeto de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Los docentes que participamos de esta experiencia continuamos elaborando acciones de características similares para otros contenidos de la asignatura que, de ser posible, implementaremos en el transcurso de este año siempre con el objeto de favorecer el aprendizaje de esta disciplina en alumnos de carreras no matemáticas.

Bibliografía

1. BROUSSEAU, G. (1987). "*Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*" . Recherches en didactique des mathématiques *7.2.* Versión en español publicada por FaMAF. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.
2. CHEVALLARD, Y. (1997). "*La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado"*. Aique.
3. DUVAL, R. (1998). *"Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento"*. Investigaciones en Matemática Educativa II. pp. 173-202. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
4. DUVAL, R. (1999). *"Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos de aprendizajes intelectuales"*. Traducción al español por Myriam Vega. Colombia.
5. GODINO, J. (1999). "*Perspectiva Semiótico – Antropológica de la Didáctica de las Matemáticas*". Facultad de Ciencias de la Educación . Granada. España.
6. GODINO, J. (2001). *"Análisis Semiótico y Didáctico de los procesos de instrucción Matemática"*. Disponible: http://www.ugr.es/~godino/doctorado/Documentos.htm.
7. GODINO J Y BATANERO C. (1994). *"Significado institucional y personal de los objetos matemáticos"*. Recherches en Didactique des Mathemathiques. Vol. 14 nº 3. pp.325-355
8. LEHMANN, C.H. (2000). *"Geometría Analítica"*.Limusa. Noriega Editores. México.
9. SANTALO, L; BROUSSEAU G; SAIZ, I. (1994). "*Didáctica de Matemáticas aportes y reflexiones*" . Piados Educador. Buenos Aires. Argentina.

ANEXO

Autoevaluación

#	Nombre de la pregunta
1	Seleccionar a que Cónica pertenece cada ecuación
2	El lugar geométrico de los puntos que equidistan del eje y y del punto (4,0) es:
3	Relaciona cada ecuación con la gráfica correspondiente:
4	Los puntos de intersección entre las Cónicas son

1 Puntos: 0.8/1

Seleccionar a que Cónica pertenece cada ecuación

$2x^2+2y^2-10x+6y-15=0$	Elipse	✗
$3x^2+4y^2-12x-48y=-144$	Elipse	✓
$4x^2-20x-24y+97=0$	Parábola	✓
$x^2+y^2+2x+2y+2=0$	Punto de coordenadas (-1,-1)	✓
$9x^2-4y^2-54x+8y+113=0$	Hipérbola	✓

2 Puntos: 1/1

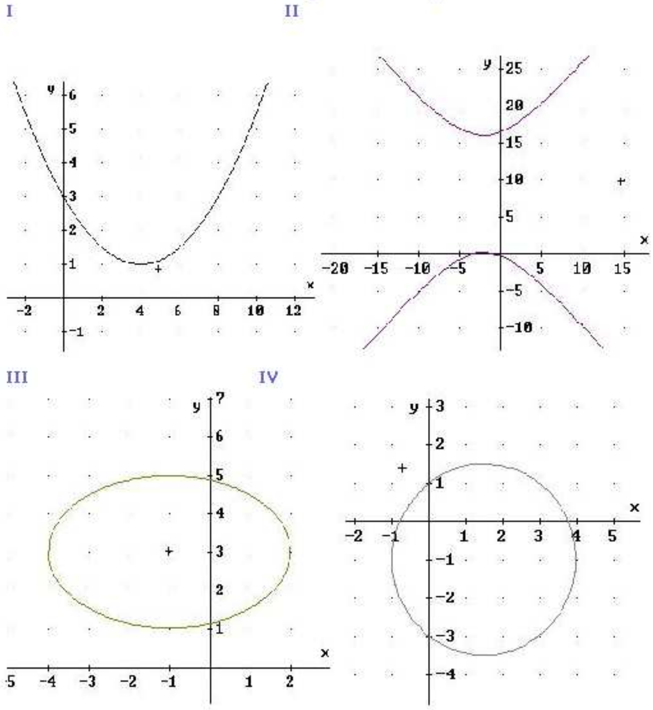
El lugar geométrico de los puntos que equidistan del *eje y*, y del punto (4,0) es:

Seleccione una respuesta.

- A. Ninguna de las opciones propuestas es correcta ✗
- B. Parábola ✓
- C. Recta ✗
- D. Elipse ✗
- E. Hipérbola ✗
- F. Circunferencia ✗

3 Puntos: 1/1

Relacionar cada ecuación con la gráfica correspondiente:



$\begin{cases} x=-1-3Cos(t) \\ y=3+2Sen(t) \end{cases}$	III) ✓
$(x-4)^2=8(y-1)$	I) ✓
$\frac{(y-8)^2}{64}-\frac{(x+2)^2}{36}=1$	II) ✓
$x^2+y^2-3x+2y-3=0$	IV) ✓

4
Puntos: 1/1

Los puntos de intersección entre las Cónicas : $\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{9}=1$ y $(x+3)=\frac{3}{4}y^2$ son:

Seleccione al menos una respuesta.

- A. P2 = (3,0) ✗
- B. P5 = (0,1) ✗
- C. P3 = (0,2) ✓
- D. P1 = (-3,0) ✓
- E. P4 = (0,-2) ✓
- F. P6 = (-2,2) ✗

Encuesta

1
Puntos: 1

¿Cómo te resultó esta metodología de trabajo?

Seleccione al menos una respuesta.

- A. Más entretenida ✓
- B. Más fácil ✓
- C. Más accesible ✓
- D. Más difícil ✗

2
Puntos: 1

¿El material de la página fue suficiente para entender el tema?

Seleccione una respuesta.

- A. Si ✓
- B. No ✗
- C. regular ✓

3
Puntos: 1

Mencione algunas desventajas con respecto a esta forma de trabajo.

Respuesta: se complicaba al momento de redactar las respuestas que tenian ecuaciones.

Hacer comentario o evitar calificación

Respuesta: lo unico que podria decir es que no tenemos a los profesores como en la clase presencial para que nos saque las dudas.

Respuesta: Una de las desventajas que tuve es que teniamos que hacer las cosas solos y si teniamos dudas de algunos ejercicios teniamos que hacerlo como nos salga, despues si estaba mal nos decian que corrigieramos lo que teniamos mal pero no nos decian donde estaba el error y si no te dabas cuenta donde estaba el error te desaprobaban. Eso es lo que me parecio a mi pero la forma de trabajo estuvo muy buena!

Respuesta: No encuentro desventajas, a mi me ayudo mucho esta metodologia.

4
Puntos: 1

Mencione algunas ventajas con respecto a esta forma de trabajo

Respuesta: Una de las ventajas es que lo podias volver a corregir, si fuera el caso de un parcial y tenes varias cosas mal desaprovas y esto es como que nos da una oportunidad mas.

Respuesta: lobueno es que el trabajo lo podemos realizar en horarios de nuestra eleccion y con mas tranquilidad debido al tiempo que nos dieron.

Respuesta: Es más dinámica y entretenida.

5
Puntos: 1

¿Crees que la metodología utilizada en este curso (semi-presencial) se podría aplicar para otros temas de la asignatura Matemática?

Seleccione una respuesta.

- A. Si ✓
- B. No ✗