Problemas para Resolver

1) Se escriben $n.m$ números naturales al azar en un rectángulo de dimensiones $n \times m$.

Para cada columna $i = 1, 2, \ldots, m$, tomar c_i igual al máximo de los números en esa columna, y calcular minmax= mínimo de los c_i.

Para cada fila $j = 1, 2, \ldots, n$, tomar f_j igual al mínimo de los elementos de esa fila, y tomar maxmin igual al máximo de los f_j.

Probar que minmax $\geq$maxmin.

2) En un cierto mes, un inspector visita un colegio un Lunes. En el momento en el que la radio anuncia el mediodía, el inspector observa que el reloj del colegio está atrasado un minuto y se lo hace notar a la directora.

"Oh, si, en realidad es peor: el reloj adelanta 7 minutos por hora. Pero ya nos hemos acostumbrado."

Aunque al director le pareció que un reloj que adelanta tanto no puede ser bueno, lo dejó pasar.

Más tarde, en el mismo mes, vuelve a la escuela, y observa que en un momento dado, al dar la radio la hora en punto, el reloj está sincronizado.

"Ah, veo que arreglaron el reloj".

"No, sigue adelantando 7 minutos por hora"

a) ¿ Cuándo se realizó la segunda visita del inspector?

b) Probar que el reloj es analógico (con manecillas) y no digital.

c) El inspector decide hacer arreglar el reloj y manda un técnico. Desafortunadamente, este no puede repararlo.

"Pero ahora adelanta sólo 2 minutos por hora"

El inspector observa que el reloj está atrasado otra vez 1 minuto.

"Podría haberlo dejado en hora, por lo menos"

"Bueno, alguna vez volverá a coincidir"

"No, no lo hará."

¿ Por qué?

d) En general, probar que un reloj analógico que adelante n minutos por hora, dará la hora exacta exactamente una vez al mes, si n es algún primo mayor que 5 (y menor que 60, obvio) o $n = 49$. En todos los otros casos, o no dará la hora exacta nunca, o la dará más de una vez. Y si alguna vez está exactamente atrasado 1 minuto, entonces nunca dará la hora exacta. (Esto vale para los meses de Abril, Junio, Septiembre y Noviembre. Los otros meses pueden complicar la cosa.)

3) Un magnate griego tiene una cierta cantidad de lingotes de oro. Al tratar de dividirlo entre sus tres hijos varones, le sobran dos. La mujer le dice que no se olvide de sus 4 hijas. Al intentar dividir entre todos sus hijos e hijas, ahora le sobran 5 lingotes. "Y yo?" dice la mujer. Al dividir entre sus hijos, hijas y su mujer, le sobra sólo un lingote. Si se sabe que tiene menos de 100 lingotes, ¿ Cuántos lingotes tenía?

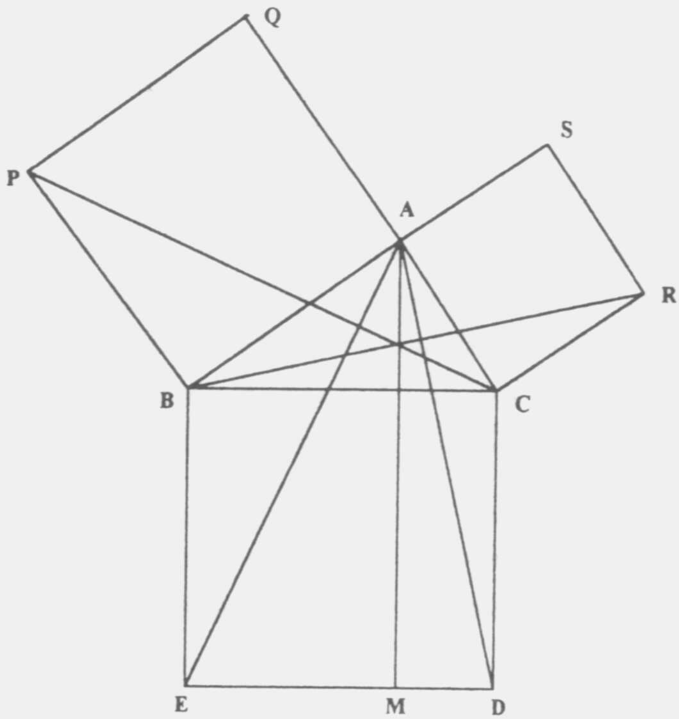
4) Sea $a_1, a_2, \ldots, a_n$ una sucesión finita de números naturales. Probar que existen i, j naturales tales que $a_i + a_{i+1} + \ldots + a_j$ es divisible por n.

Daniel Penazzi

Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba.

Diagrama de **los Elementos de Euclides** para la demostración del teorema de Pitágoras (libro I, proposición 47).



Con admirable imaginación poética unos geómetras han visto en esta llamativa figura "la silla de la novia", otros "el molino de viento" y aún otros "la cola del pavo real".

Trazándola con cuidado, el lector puede comprobar experimentalmente que los segmentos PC, BR y AM se cortan en un punto.

¿Casualidad del dibujo o inexorable ley geométrica? He aquí el problema.

Norberto Fava.

Fac. Ciencias Exactas. Universidad de Buenos Aires.