

SOBRE LA ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA AL NIVEL MEDIO EN LA ARGENTINA

RAUL PEDRO MENTZ

1. INTRODUCCION.

En muchos países del mundo existe en la actualidad el propósito o el deseo de enseñar estadística, probabilidades o ambas, a los jóvenes, por ejemplo como parte de los programas de estudio del nivel medio. En algunos países desarrollados se habla de la enseñanza en las edades 9 a 19, que incluye desde la segunda mitad de los estudios primarios hasta los estudios secundarios por lo menos. En otros casos se alude a los niveles K-12, desde jardín de infantes hasta el 12° año. Un resumen de la experiencia mundial en este tema apareció hace poco (Barnett, 1982); en las tres "Conferencias Internacionales sobre la Enseñanza de la Estadística" organizadas en el ámbito del Instituto Internacional de Estadística, los temas referidos a este asunto figuraron en un lugar importante (ver por ejemplo, Proceedings of the International Conference on Teaching Statistics, Vols. I, II de 1982).

En nuestro país esta preocupación está comenzando a mostrarse y parece oportuno analizar algunos aspectos básicos del tema. En realidad, la preparación de este breve escrito ha sido motivada, en buena parte, por la aparente falta de realismo y de información al día que he notado

en algunas de las propuestas. Seguramente resultará saludable disponer de exposiciones que fijen puntos de vista razonados, para que de su análisis vayan surgiendo decisiones adecuadas a nuestra realidad educacional.

Una cuestión que debe tenerse en cuenta inicialmente, es que en el problema de la enseñanza de la estadística, de las probabilidades, o de ambas en las edades mencionadas, aún en los países ricos, que tienen mucha más experiencia (en general) que nosotros, muchos más estadísticos bien formados, y muchos más recursos para destinar a estas tareas, están encontrando dificultades para decidir **qué hay que enseñar y cómo se lo debe hacer**. Por ejemplo, creo que está resultando que ambas cosas no son independientes, sino que están estrechamente vinculadas.

En el libro de ensayos citado (Barnett, 1982), refiriéndose a los Estados Unidos y Canadá, los conocidos profesores Robert V. Hogg y Jim Swift escribieron: "Mientras Canadá está algo adelantado a los Estados Unidos en el desarrollo de los cursos de estadística en el nivel medio, hay realmente pocos profesores en estos dos países que estén cómodos enseñando estadística. Además, hay una gran escasez de material adecuado para este nivel. Por lo tanto, para mejorar sustancialmente la educación estadística en las escuelas de América del Norte, está claro que necesitamos algunos libros de texto apropiados y medios adicionales para ayudar a los profesores, para que aprendan el pensamiento y los métodos estadísticos". En la conclusión de su trabajo escribieron: "El cuadro que presentamos es

esencialmente uno de poco material que utiliza las tendencias más modernas, así como de una resistencia por parte de los profesores a exponerse al aprendizaje en áreas en las que tienen falta de confianza".

Consideraciones de este tipo condujeron a los Estados Unidos a iniciar un proyecto denominado "Quantitative Literacy Project", que a partir de 1986 publicó colecciones de ensayos destinados a servir de material didáctico para la preparación de los maestros y profesores y para la futura enseñanza en las escuelas. Para un informe reciente ver Scheaffer (1989).

En un artículo aparecido en la revista **Teaching Statistics** (Ray Paton, "Can Statistics be Rescued From Mathematics", Autumn 1990, pp. 66-69), revista editada en Inglaterra y destinada a los profesores de alumnos entre 9 y 19 años, se vuelven a analizar los problemas de qué enseñar y cómo enseñarlo, en particular, de quién está en mejores condiciones para enseñar. El autor sostiene que conviene encarar "una educación estadística en las ciencias, que emerja de problemas científicos y que no esté constreñida por herramientas y técnicas predeterminadas. El énfasis está en una buena comprensión de las ideas estadísticas en el contexto de la indagación científica". Sobre esta misma idea, en un artículo de la revista **Chance** (Naomi Vaisrub, "The Art of Teaching Guessing", Vol. 3, N° 2, Spring 1990, pp. 55 y 63), la autora concluye: "Mi preocupación es que, a menos que los métodos actuales utilizados para enseñar matemática y estadística mejoren, para

aventurarse, más allá del mundo de los áridos axiomas y teoremas, al ámbito más excitante de la exploración, el pensamiento creativo y si, aún la adivinación, la próxima generación de matemáticos y estadísticos estará incluida principalmente entre los "clasificadores y ordenadores compulsivos" [considerados por P.B. Medawar (1984) en **The Limits of Science**] con una ausencia notable de detectives, exploradores, artistas y artesanos. No permitamos que el arte de enseñar a adivinar se convierta en un arte perdido".

Considero que estos pocos ejemplos y referencias son suficientes para mostrar la preocupación actual, aún en medios donde los temas que estamos analizando reciben muy buena atención, para definir y resolver los problemas básicos de la enseñanza al nivel medio de estadística y de probabilidades.

2. La Enseñanza de Probabilidades al Nivel Medio.

Si bien el objetivo principal de este trabajo (y mi interés principal) es la enseñanza de la estadística, conviene que consideremos primero los posibles enfoques que pueden darse a la enseñanza de las probabilidades, como parte de la enseñanza de la matemática. A tal efecto parto del supuesto de que todos coincidimos en que la teoría de probabilidades es un capítulo de la matemática, y de que el estudio de las probabilidades como disciplina deductiva no puede ser sustituto de la estadística, por cuanto ésta, co-

mo disciplina, es inductiva o inferencial. A pesar de lo obvio de esta proposición, en mi experiencia en la Argentina he encontrado no pocos casos de una lamentable confusión, que puede afectar mucho al enfoque del problema que nos ocupa en este trabajo.

Un objetivo que pueden tratar de alcanzar los profesores en la enseñanza del nivel medio es mejorar, diversificar o actualizar la enseñanza de la matemática. Para este fin puede considerarse la incorporación de temas de la teoría (elemental) de las probabilidades a los programas de estudio de matemática y bajo la dirección de los profesores de esta materia.

Por ejemplo, en algún curso del nivel medio se enseña el "binomio de Newton" y los "coeficientes binomiales", y posiblemente, en el mismo o en otro curso, se enseñan (o se podrían enseñar) nociones del análisis combinatorio. Con estos elementos, utilizando sin mucha discusión la definición de probabilidad como el cociente de la cantidad de casos favorables a la de casos posibles, se podrían analizar problemas (los llamados espacios probabilísticos clásicos) como los de los juegos de azar y similares: urnas, loterías, dados, naipes, etc. Esto puede ser una buena introducción a las probabilidades y a la variabilidad.

Con alumnos muy buenos, se puede intentar un curso mas completo y complejo. En el apéndice de este trabajo está reproducido un examen, destinado a alumnos seleccionados (Nivel A) del ciclo medio de colegios ingleses, con una colección muy interesante y atractiva de problemas de proba-

bilidades.

Una pregunta que deben responder los que intenten esta posibilidad en nuestro país, es si los alumnos y los profesores están en condiciones de recibir y proporcionar el tipo de enseñanza que requiere este enfoque. No unos u otros, sino unos y otros. Es posible que en algunos establecimientos de nivel medio, todos o algunos grupos de los alumnos estén en condiciones de aprovechar la enseñanza, y que en ese ámbito haya profesores con suficiente formación básica para aprender a enseñar estos temas. Aún en este caso faltará el material didáctico, elemento imprescindible para el éxito de la empresa.

3. La enseñanza de Estadística al Nivel Medio.

Una finalidad muy ambiciosa de la enseñanza de la estadística a nivel medio (que es también aplicable a la enseñanza en muchos otros ámbitos), es proporcionar a los educandos elementos que los capaciten para interpretar adecuadamente la información numérica que los rodea, y más aún, para aprender a volcar en términos cuantitativos o estadísticos todo o una porción importante de un problema concreto con el que se encuentre en la vida real. Este enfoque justifica tratar a la estadística como parte de la "formación liberal" de los individuos y es parte de lo que en inglés, y por lo menos en los Estados Unidos de Norteamérica, se ha dado en llamar el problema de "quantitative literacy".

El problema de cómo llevar este enfoque al plano de la enseñanza en el nivel medio se puede entender mejor a través de algunos ejemplos. En una de sus clases regulares, el profesor de literatura quiere convencer a sus alumnos de que un autor ha cambiado de estilo a través de los años, o de que dos escritores determinados difieren mucho en sus estilos literarios. Para ello, adopta como criterio de "estilo" la longitud de la frase y provoca un estudio empírico, en el que los alumnos captan datos sobre longitudes de frases en escritos previamente seleccionados y llegan a describir sus resultados con técnicas estadísticas sencillas pero sugerentes y que facilitan el análisis y la discusión. Por su parte, el profesor de economía hace algo semejante: para informar a sus alumnos sobre el funcionamiento de los precios en el mercado, provoca una selección de artículos de consumo habitual bien definidos, de los que los alumnos consiguen precios en una selección de los negocios donde sus familias hacen habitualmente sus compras, y en la clase estos precios se analizan con herramientas estadísticas sencillas pero adecuadas, y se llega a conclusiones preliminares. El profesor de educación física propone a sus alumnos analizar sistemáticamente en forma estadística, los datos de una tabla del fútbol, o los resultados de las últimas olimpiadas (o de una prueba escolar), o las marcas en competencias automovilísticas, para ver el cambio a través de los años u otros aspectos, sugerir interpretaciones y extraer conclusiones preliminares. El profesor de química propone analizar estadísticamente los

pesos atómicos de la tabla de elementos, el de física propone analizar estadísticamente las densidades o pesos específicos de algunos cuerpos, el profesor de biología, el de historia, el de geografía, ...

Esto suena muy interesante, por lo menos en mi opinión, pero debemos tratar de responder a algunas preguntas importantes. ¿Están nuestros jóvenes en condiciones de seguir estos razonamientos en forma provechosa? ¿Están nuestros profesores de nivel medio en literatura, economía, educación física, biología, química, física, etc., en condiciones de liderar en el aula el análisis de estos problemas, con las ideas y las técnicas estadísticas adecuadas? En principio, la presencia de los contextos de las diversas disciplinas hace aparecer a los profesores de matemática como candidatos más remotos a enseñar de la manera señalada, y ya estamos acostumbrados a una enseñanza muy poco creativa de la propia matemática.

Una posibilidad sería crear grupos interdisciplinarios en los establecimientos de enseñanza media, que liderados por quienes estén en condiciones de ejercer el liderazgo, produzcan los avances necesarios para organizar efectivamente la enseñanza.

Y todavía nos falta decir que otro aspecto fundamental es que debe prepararse material de enseñanza (escrito) adecuado, pues los libros tradicionales están muy lejos del enfoque propuesto. Hasta hace poco tiempo la literatura originada en los Estados Unidos estuvo concentrada alrededor de dos publicaciones: el libro Statistics a Guide to

the Unknown (Tanur et al editors (1972)), un interesantísimo conjunto de ensayos sobre usos de la estadística en muchas cuestiones importantes, y la colección Statistics by Example (Mosteller et al editors (1973)), que comprende cuatro títulos: Exploring Data, Weighing Chances, Detecting Patterns y Finding Models. El programa cuantitativo Literacy Project mencionado antes publicó entre 1986 y 1987 cuatro libros: Exploring Data, Exploring Probability, The Art and Techniques of Simulation, y Exploring Surveys and Information from Samples, que están entre las referencias al final de este trabajo. En el apéndice se transcribe el contenido de la colección Exploring Data de 1973.

Hay algunos enfoques alternativos considerados a veces por los profesores. Uno de ellos es enseñar aspectos sencillos y mecánicos de la estadística descriptiva: gráficos, promedios, tablas, etc. y aplicar estos elementos a lotes de datos provenientes de distintas fuentes. Está claro que encarado de esta manera no es un sustituto de la versión "análisis exploratorio de datos contextuales" sugerida más arriba. Más bien parece un complemento de la enseñanza de la matemática, donde los objetivos son ejercitar en el cálculo numérico, diversificar los problemas que normalmente se asignan en los cursos de matemática, y otros. Si el tratamiento de estos temas se encarga a los profesores de matemática, carecerá del atractivo básico de estar relacionado con las distintas disciplinas que va estudiando el joven; si se encarga a los profesores de las otras discipli-

nas, caerá dentro del esquema ya considerado, sólo que entonces el énfasis no debe estar en lo mecánico o matemático, sino en la interpretación contextual.

Otra variante que puede considerarse es poner énfasis en el proceso de generación de datos numéricos, por ejemplo haciendo que todos o algunos de ellos se capten mediante procedimientos de simulación o muestrales. En mi opinión, estas variantes no cambian los hechos básicos considerados ya en nuestro análisis de las otras posibilidades. Con respecto al problema de la enseñanza de inferencia estadística en el nivel medio, el tema es tan complejo e importante que he decidido analizarlo con detenimiento en la Sección 5.

4. El Rol de los Estadísticos.

El enfoque usado en la presentación de los temas de las secciones 2 y 3, podría llevar a pensar que existe una dicotomía formada por los profesores de matemática y los de las disciplinas sustantivas (lenguaje y literatura, geografía, historia, biología, física, química, ciencias sociales, y otras). Esto tiene el inconveniente de que no considera que existen personas que están especializadas en estadística, por ejemplo las que tienen un título universitario de grado o de postgrado en estadística, y se dedican a esta disciplina con exclusión de las otras. Llamaremos a éstos "estadísticos" en general, y está claro que esta categoría incluye a varios casos distintos.

Un estadístico puede estar en el cuerpo docente de un colegio de nivel medio, o aspirar a incorporarse a él, para cumplir funciones de varios tipos, entre ellas las siguientes: 1) Como profesor de matemática; 2) Como profesor de estadística o de probabilidad propiamente dichas, cuando las asignaturas ya existan en el plan de estudios, como asignaturas obligatorias u optativas, como asignaturas separadas o integrando otras, etc.; 3) Como integrante del plantel docente con la función de desarrollar el material didáctico y organizar la capacitación de los profesores de las disciplinas seleccionadas para incorporar a ellas los conceptos de estadística o probabilidad.

Estas posibilidades implican distintos requerimientos sobre la formación del estadístico, y también distintas exigencias con respecto al trabajo que debe ejecutar. La primera es fácil de describir, pues la obligación docente está clara, y el estadístico interesado en explorarla, debe estar en condiciones de competir por su puesto, con personas con formación o grado en matemática. La tercera posibilidad es quizás la más compleja, por la naturaleza de las tareas que se prevén, y por requerir del estadístico una formación muy buena; sólo de esta manera podrá diseñar en la institución donde se desempeñe un programa efectivo.

5. Es posible Enseñar Inferencia Estadística en el Nivel Medio?

Algunos aspectos de la inferencia estadística se pres-

tan para ser tratados de una manera bastante informal. Por ejemplo, se pueden enseñar y utilizar procedimientos técnicos para seleccionar muestras al azar, e incluso considerar diseños muestrales algo complicados, como sería el caso del muestreo estratificado e incluso una distribución de la muestra por conglomerados, o un plan de muestreo sistemático. De esta manera, sin ahondar en los justificativos de estas cuestiones, se pueden usar diseños muestrales, procedimientos de selección al azar y disponer de esta manera de datos para alguna de las aplicaciones que hemos considerado.

Esto es, en mi opinión, muy diferente de otra cosa que he visto con frecuencia en nuestro país, que es el propósito o el empeño en considerar razonadamente aspectos teóricos o conceptuales básicos de la inferencia estadística o probabilística. Esto es, tratar de enseñar a jóvenes del nivel medio, cómo vincular la teoría deductiva de las probabilidades, capítulo de la matemática, con la inferencia o inducción estadística, que es el tema que define a la estadística contemporánea. Por ejemplo, cómo es el argumento lógico para pasar de la información proveniente de una muestra seleccionada aleatoriamente, a la correspondiente población estadística.

Mi opinión es que en general este tema es demasiado complicado para la edad de los alumnos del nivel medio, que no conviene perturbar sus mentes juveniles con estos conceptos, y que es preferible no rechazar la hipótesis del "status quo" y por lo tanto no enseñar estos temas.

El hecho de que las bases conceptuales de la inferencia estadística sean juzgadas (por mi por lo menos) como conceptos difíciles no debería sorprendernos: La humanidad tenía ya muchos miles de años de experiencia en la captación de datos, por ejemplo los censales, y tenía, además varios siglos de experiencia en el análisis probabilístico, cuando con los trabajos de Student (1908) y de Fisher (sobre todo (1922) y (1925)), se inició un proceso de esclarecimiento de los conceptos que ahora usamos con más fundamentos: población, parámetro, muestreo estadístico, distribución muestral, inferencia probabilística (paramétrica y no-paramétrica) bajo incertidumbre.

He visto con demasiada frecuencia en nuestro país que se considera, como fácilmente alcanzable la meta de enseñar eficazmente a los jóvenes algunos aspectos importantes relacionados con el proceso de inferencia estadística. Casualmente, dos hechos que me terminaron de motivar para escribir este trabajo fueron un escrito que recibí en consulta y otro que apareció publicado (Esteley et al (1990)). En el primero se consideraba la posibilidad de indagar conceptualmente en el nivel medio sobre los distintos significados de "probabilidad", y sobre el rol del muestreo en el proceso de investigación científica. En el segundo se eligió para una prueba a un grupo de alumnos, de los que más del 90% tenían 13 ó 14 años de edad, el grado de comprensión de la palabra "población" y la posibilidad de distinguir entre el uso cotidiano y el concepto de "población estadística". Me referiré en particular a este último caso.

Fisher (1958), Capítulo I, definió a la estadística como el estudio de poblaciones, ó de la variabilidad, ó de métodos para reducir datos, y advirtió que las "poblaciones estudiadas por la estadística son siempre en alguna medida abstracciones". Una lectura cuidadosa de este Capítulo I muestra que Fisher utilizó la palabra población por lo menos con los siguientes ocho significados: 1) Poblaciones de seres humanos en unión política, que es la definición inicial del diccionario, y que es, por ejemplo, la que se usa en el nombre "Censo de Población"; 2) Poblaciones de insectos sociales, que es una extensión frecuente del primer concepto; 3) Colecciones de objetos diversos; 4) Poblaciones de números (mediciones o recuentos) asociados con individuos, como en el caso de la población de las estaturas de 10.000 reclutas; 5) Población en el sentido de un colectivo, para distinguir el estudio de agregados del estudio de los individuos; Fisher da ejemplos de otras disciplinas además de la estadística que estudian agregados: La teoría Cinética de los Gases, la Teoría de la Selección Natural, la Teoría Química de la Acción de Masa, la Mecánica de las Ondas y los estudios sociales; 6) Una población de mediciones de un mismo objeto, como en la Teoría de los Errores; 7) Una distribución de frecuencias; de ellas hay distintos tipos y formas; 8) Finalmente hay el concepto de una población de experimentos: "Así como una observación aislada puede ser considerada como un individuo, y su repetición genera una población, así el resultado completo de un experimento extenso puede considerarse simplemente como uno de

una población posible de tales experimentos". Creo que aquí el concepto de Fisher está relacionado con la famosa frase inicial del trabajo de Student (1908): "Todo experimento puede ser considerado como que constituye un individuo de una "población" de experimentos que se podrían realizar bajo las mismas condiciones. Una serie de experimentos es una muestra extraída de esta población".

Quizás sea esta misma diversidad la que explica porqué en muchos libros de estadística no se dan definiciones comentadas de población, o sólo se dan definiciones operativas. Por ejemplo, todos estamos acostumbrados a la expresión " X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d. $N(\mu, \sigma^2)$ ", como especificación (que para algunos propósitos es suficiente) de una población normal, sus parámetros, un diseño muestral, una muestra aleatoria y su tamaño.

Estas cosas pueden parecer excesivamente formales, pero en mi opinión, si no comprendemos estos argumentos tampoco podremos entender por qué la estadística es una disciplina autónoma, no una rama de ninguna otra disciplina, y en qué radica que un estadístico bien entrenado descubra rápidamente al que no lo es, como el músico profesional se horroriza ante los esfuerzos del principiante.

6. Conclusión.

En la República Argentina de 1990, se está pensando en algunos ámbitos en la posibilidad de iniciar, continuar o

intensificar la enseñanza de la estadística, de las probabilidades o de ambas. En principio, los estadísticos profesionales y los que creemos sinceramente en los beneficios que la población de un país puede obtener de una mejor formación estadística, podríamos mirar estos esfuerzos con simpatía. Sin embargo, una actitud realista frente a la situación educativa actual de nuestro país, nos debe llamar a la reflexión: la hipótesis es la del "status quo", la de que es mejor no movernos de una situación en que no se enseña estadística ni probabilidades, a menos que se consideren satisfechas las condiciones mínimas para intentar la nueva modalidad con alguna posibilidad de éxito. El argumento es que puede resultar peor un esfuerzo mal diseñado y mal ejecutado, que no hacer nada nuevo.

Muchas reformas en los planes de estudio del nivel medio en nuestro país, han consistido en una resolución ministerial o de la autoridad correspondiente, que ha dispuesto la obligación de crear una nueva disciplina o asignatura, o incorporar un tema en los programas de una asignatura, sin tener en cuenta si las citadas condiciones mínimas estaban satisfechas. El sistema educativo argentino, con su estructura operativa vertical, se ha prestado para este tipo de enfoque del problema.

En muchos países del mundo la actitud con respecto a este tipo de problema es mucho más cauta. Se debe que han existido muchas experiencias negativas y se trata de evitar nuevos errores. La incorporación de la enseñanza de estadística, de probabilidades o de ambas a los planes de

estudio de los niveles pre-universitarios, está pasando por etapas preliminares: (1) Se está trabajando intensamente en la preparación de material didáctico adecuado; fruto de este esfuerzo son algunos libros, algunas revistas y noticieros ("newsletters"), programas de computación, películas y otros elementos; (2) Se están implementando proyectos destinados a capacitar a los maestros y profesores, con el propósito de ir formando una "masa crítica" de personal docente con un entrenamiento básico, que puedan considerar alternativas apropiadas para los medios en que se desempeñen; (3) Se está ampliando la base de personas bien informadas sobre el tema, entre ellas algunas autoridades educativas, profesionales estadísticos, profesores e investigadores. Estas personas son las que tomarán las decisiones básicas sobre qué enseñar y cómo hacerlo. Todos estos esfuerzos requieren recursos importantes en lo económico y la dedicación sistemática de equipos de muy buen nivel profesional.

La pregunta básica que debemos formularnos en la Argentina es en qué estado de preparación nos encontramos hoy con relación a la enseñanza de estadística o de probabilidades, por ejemplo al nivel medio (colegios secundarios). Por lo que he visto, disponemos de muy pocos elementos didácticos de buena calidad preparados específicamente para la citada enseñanza. Creo además que hemos avanzado muy poco en el entrenamiento de maestros o profesores y que por lo tanto, la base de personas bien informadas sobre el tema es extremadamente pequeña. Si nos ponemos de acuerdo en

que ésta es la verdadera situación actual, deberíamos tratar de que creen los mecanismos para ir solucionando paulatinamente los problemas, antes de tomar medidas reglamentarias (como la creación no justificada de asignaturas) que sólo pueden entorpecer el verdadero progreso en este importante tema.

Agradecimientos. Expreso mi agradecimiento a los apoderados ("trustees") de la revista Teaching Statistics y a la empresa Addison-Wesley Publishing Company, Inc. por sus permisos para reproducir el material de los apéndices 1 y 2, respectivamente.

7. Referencias Bibliográficas.

-Barnett, Vic, editor (1982), Teaching Statistics in Schools Throughout the World, The Netherlands: International Statistical Institute.

-Esteley, C. et al (1990), Concepción de población estadística. Presencia y modificación en alumnos de escuela media, Revista de Educación Matemática, Vol. 5, N° 2, 25-41.

-Fisher, R.A. (1922), On the mathematical foundations of theoretical statistics, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, A. 222, 309-368.

-Fisher, R.A. (1925), Theory of statistical estimation, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, XXII, 5, 700-725.

-Fisher, R.A. (1958), Statistical Methods for Research Workers, Thirteenth Edition, Revised, Edinburgh and London: Oliver and Boyd. (Existe traducción en castellano, de Editorial Aguilar).

-Gnanadesikan, M., R. Scheaffer and J. Swift (1986), The Art and Techniques of Simulation, California: Dale Seymour Publications.

-Landwehr, J. and A. Watkins (1986), Exploring Data, California: Dale Seymour Publications.

-Landwehr, J., J. Swift and A. Watkins (1987), Exploring Surveys and Information from Surveys, California: Dale Seymour Publications.

-Mosteller, F. et al (editors) (1973), Statistics by Example, Massachusetts: Addison-Wesley. Los títulos de las partes son: Exploring Data, Weighing Chances, Detecting Patterns, Finding Models.

-Newman, C., T. Obremski and R. Scheaffer (1986) Exploring Probability, California: Dale Seymour Publications.

-Scheaffer, R.L. (1989), The ASA-NCTM quantitative literacy project and center for statistical education: its program, progress and potential, Bulletin of the International Statistical Institute, Paris, Book 2, 185-197 y Book 4, 158-166.

"Student" (William S. Gosset) (1908), The probable error of a mean, Biometrika, vi, 1-25.

-Tanur, J. et al (editors) (1973) Statistics: A Guide to the Unknown, San Francisco: Holden-Day.

APENDICE 1. Modelo de examen final de matemáticas en el nivel A, en Inglaterra, año 1990.

PRACTICAL STATISTICS SPECIMEN PAPER

Each candidate should be given:

1. Lined writing paper.
2. Graph paper.
3. A table of random digits.
4. Two dice.
5. Three coins.
6. Five yellow, four black, three red, two green and one white coloured counters.

Candidates are advised to show all steps in working and to

explain carefully any experimental procedure undertaken.

ANSWER TWO OUT OF THE THREE QUESTIONS ON THE PAPER

Time Allowed: 3 hours.

1. On graph paper draw a square 12 cm by 12 cm.

Use the random digit table to place 36 points at random within your square. Explain your method. Now sub-divide the square into 36 2 cm by 2 cm squares, and record the number of points in each of these squares.

Form a frequency distribution for the data and calculate the mean and variance. If the mean and variance are approximately equal suggest a model for this distribution. If not, what might this suggest about the randomness of the points you originally placed in the square? Compare your chosen model with your frequency distribution by carrying out a relevant statistical test.

Answer the following questions:

(a) Explain how you might use a similar experiment to test the randomness of a set of so-called random digits.

(b) How would you adapt and use the above method to test whether daisies grow at random on a lawn?

2. A veterinary surgeon estimates that, on average, she spends 10 minutes seeing each pet in her surgery. She subsequently adopts a 10 minute appointment system.

The pets take 7 minutes, 10 minutes or 12 minutes to treat with proportions in the ratio 2:3:3 respectively. Given

that all owners arrive with their pets 5 minutes early for their appointment and that the first appointment is at 9.00 a.m. simulate 20 surgery sessions, each session of length two hours, using the three points provided. Calculate from your simulations:

- (a) The percentage of owners who have to wait more than five minutes.
- (b) The percentage of time wasted by the vet waiting for her next pet.

By looking at your data suggest an alternative appointment system. Simulate your suggested appointment system to see if it actually is an improvement.

In practice one cannot guarantee all owners arriving five minutes early. Some are likely to be early, some on time, and some late. Describe how you might incorporate this fact into either simulation. What other factors may also arise in practice? How might you take account of one of these factors?

3. The Central Limit Theorem states:

If X_1, X_2, \dots, X_n is a random sample of size n taken from ANY distribution with mean μ and variance σ^2 then for sufficiently large n , the distribution of the sample mean (\bar{X}) is approximately Normal and

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \text{ where } \bar{X} = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

- (a) How does sample size affect the approximation?
- (b) What is your understanding of "for sufficiently large n"?

Verify the Central Limit Theorem, taking 50 samples of a suitable size either from the random digit table provided or for the random numbers generated by your calculator.

State: (i) the distribution followed by the parent population,

and

(ii) your method of sampling.

(c) If you wish to verify the Central Limit Theorem for a particularly skew distribution, what adjustments would you make to your experiment?

Fuente: Teaching Statistics. Volume 12, Number 3, Autumn 1990.

APENDICE 2. Contenido del libro Statistics By Example: Exploring Data, Frederick Mosteller et al (editores), Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1973.

1. Organizing and Reading Population Data by Douglas H. Spicer.....	1
Organizing data in charts and tables clarifies information about the growth of our population.	
2. Fractions on Closing Stock Market Prices by Frederick Mosteller.....	9

Exploring data can lead us to a theory, but we may need still more data to prove or disprove it.

3. Characteristics of Families and Their Members: How to Get Information from a Table by Joseph I. Naus.. 15

To summarize our data, we may use averages, and we may also need to get relations between variables.

4. Points and Fouls in Basketball
by Albert P. Shulte..... 27

If two variables rise and fall together, does a change in one cause a change in the other?

5. Examples of Graphical Methods
by Yvonne M.M. Bishop..... 33

Special graphs called histograms display frequencies and others called scatter diagrams show relations between variables in data about diabetes, cancer, and heart disease.

6. Babies and Averages
by William H. Kruskal..... 49

The concept of averages can be both used and abused, as this example shows.

7. Collegiate Football Scores
by Frederick Mosteller..... 61

Simple questions about scores lead us to organize data into

frequency distributions which stimulate new questions. answering them gives us systematic methods of analyzing data.

8. Ratings of Typewriters	
by Frederick Mosteller.....	75

Sometimes we can get information from data more easily by merely rearranging them in a systematic way.

9. The Cost of Eating	
by William H. Kruskal.....	79

We can organize lists of prices to find the most economical way to buy goods.

10. Turning the Tables	
by Joel E. cohen.....	87

Counting possibilities gives us a way to decide whether an event is as unusual as it seems to be.

11. Testing Beer Tasters	
by William H. Kruskal.....	91

Counting possibilities and multiplying probabilities tells us about the design of an experiment.

12. Estimating the Size of Wildlife Populations	
by Samprit Chatterjee.....	99

Through the "capture-recapture" method, we can estimate the size of a population that cannot be

counted directly.

13. Tom Paine and Social Security
by William H. Kruskal and Richard S. Pieters... 105

Two centuries ago Tom Paine made errors, similar to those we make today, that resulted in underestimating the costs of a proposed welfare program.

14. Fruit Flies
by Richard F. Link..... 113

An experiment on the inheritance of size of eye in the fruit fly introduces us to the equilikely binomial distribution. We simulate the experiment by coin tossing.

Instituto de Investigaciones Estadísticas
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de Tucumán