S.3

DIALOGO SOBRE EL LENGUAJE DEL LIBRO DE LA NATURALEZA

Parte II

Alfred Renyi

A seguir presentamos la segunda parte de este diálogo, en la que participan Galileo (G) y la Sra. Niccolini (N). Con esto concluímos la serie de diálogos escritos por el destacado matemático húngaro A. Renyi (ver biografía en este número) traducidos por el Prof. E. Fernández Stacco.

N: Pruebe estos duraznos florentinos cuyo aspecto es muy agradable, señor Galileo. Si uno los observa, olvida cualquier problema. He escuchado vuestra discusión con gran placer, aunque no la entendí totalmente. Cuando tenga tiempo, le pediré que me explique algunas cosas.

G: Hagámoslo ahora. Catalina, deseo hablar contigo sobre la ciencia, porque tienes una mente abierta y pura; no contaminada con la pedantería escolástica.

N: ¿No preferiría descansar?. ¿No está cansado después de esta conversación?

G: De ninguna manera, solamente estoy un poco turbado. Estoy absolutamente fresco y hablaré contigo con mucho placer, sobre lo que desees. Díme en que estás interesada.

N: No comprendí lo que usted dijo sobre las enseñanzas de Copérnico: que está convencido de su verdad, pero que no puede probarlas. ¿Si no puede probarlas, por qué está convencido de que son ciertas?. ¿Sin embargo, si usted tiene buenas razones, por qué es necesaria otra prueba?

G: Esta es una cuestión espinosa y no puedo responderla en una o dos palabras; primero debo decirte algunas cosas sobre el método científico. Pero antes de hacerlo, deseo preguntarte algo, ya que me muero de curiosidad. Díme, ¿Cómo llegastes a la conclusión de que tu sirviente me estaba espiando?.

N: Le diré a usted qué ocurrió, ya que lo ha descubierto de todas formas. Me llamó la atención que José -así se llamaba el pillo- desaparecía a veces por algunas horas. El viernes pasado al mediodía cuando fuí al mercado, lo ví en un portal, hablándole al oído a un fraile domínico. Por supuesto, ello era sospechoso, pero no estaba segura aún de su significado. Pensé que debía poner a prueba al muchacho. Coloqué uno de mis halcones en un saco y le pedí al Padre Castelli que lo enviara a nosotros, con la recomendación de que era para usted. Cuando escuché llamar a la puerta, envié a José a abrir. Luego de unos minutos fuí por él. El halcón estaba volando por todas partes del corredor mientras José, con las manos ensangrentadas, trataba de agarrarlo. Estaba casi segura, pero aún tenía algunas dudas; quizá él fuera curioso solamente. Decidí entonces hacer otra prueba. Escribí una carta al arzobispo Ascanio Piccolomini en la cual informaba sobre su salud; intencionalmente dejé la carta sobre la mesa; luego derramé tinta en el suelo. Lamé a José y le dije que limpiara, y salí a la terraza; mientras tanto observaba que estaba haciendo en mi pequeño espejo veneciano. Ví que el pillo leía la carta acuciosamente y tomaba notas de ella. Estaba ahora casi segura de mi suposición pero, para un control final, le pregunté al otro día. ¿Tú sabes leer y escribir?. Me contestó que no sabía escribir, ni siquiera su propio nombre. Dije entonces, sal de mi casa, no necesito un zopenco de esta naturaleza. No sé realmente porqué estoy fatigando a usted con esta larga historia.

G: No me cansas. De lo que has dicho se desprende que, aunque no lo hayas estudiado nunca, tienes más conocimiento del método científico que todos los peripatéticos de la Universidad de Padua. ¿En efecto, qué has hecho realmente?. Tú observaste que José desaparecía y te preguntaste cuál podía ser la razón de ello. Cuando lo viste cuchicheando con el domínico ideaste una hipótesis -la hipótesis de que José era un espía-. No esperaste entonces hasta que se presentara una nueva oportunidad de observación, sino que planificaste un experimento con el halcón. Te dijiste: si José es un espía, él abrirá la bolsa. Así ocurrió. Una mente superficial hubiera dado por demostrada la sospecha. Pero tú te planteaste la siguiente pregunta: ¿no puedo explicar la acción de José de otra forma, por ejemplo, por el hecho de que sea curioso?. Reconociste que, aunque el experimento dió el resultado previsto, no era concluyente. Entonces ideaste un nuevo experimento, con la carta. El resultado nuevamente fué el esperado por tí. A pesar de todo ello, hiciste un último ensayo; le preguntaste si él sabía leer y escribir. Como él lo negara, te convenciste realmente de que el era un espía y lo despediste. Aquél que desea descubrir los misterios de la naturaleza tiene que utilizar esencialmente el mismo método. En base a la observación, construye una hipótesis y trata de comprobarla con experimentos bien proyectados. No es suficiente oír las palabras azarosas de la naturaleza; tiene que interrogar a la naturaleza. Si el experimento no da el resultado esperado, entonces nuestra hipótesis queda refutada. Pero si da el resultado esperado, la hipótesis no está aún probada, ya que debemos plantearnos la pregunta: ¿No puedo explicar el resultado de otra forma?. Si encontramos otra explicación, una nueva hipótesis diferente de la primera, entonces tenemos que hacer otro experimento para decidir cuál, si la primera o segunda hipótesis, es la verdadera. Si el resultado del segundo experimento está nuevamente en concordancia con la primera hipótesis, pero contradice la segunda, entonces debemos abandonar la segunda, o por lo menos cambiarla.

N: Pero entonces este proceso no terminaría nunca ya que uno puede encontrar siempre explicaciones complicadas para todos los experimentos realizados. Por ejemplo, podemos interpretar que fue por curiosidad que José leyó la carta. Por supuesto ello no es suficiente para explicar por qué la copió. Pero puedo idear para ello otra explicación, por ejemplo que le gustaba mi estilo. Podemos también explicar el hecho de que haya negado ser capaz de leer y escribir ya que temía que le diera un trabajo de copiado. ¿Todo esto significa que las hipótesis sobre la naturaleza pueden solamente ser refutadas, pero nunca aprobadas efectivamente?.

G: No. Por supuesto, luego de todo experimento contradictorio podemos modificar las hipótesis erróneas, y de esa forma eliminar la contradicción. Pero todo experimento que nos conduce al resultado esperado sobre la base de nuestras hipótesis y la cual es incompatible con las hipótesis contrarias -excepto cuando es modificada- corrobora nuestra hipótesis. Muchos de estos experimentos concordantes van conformando en nosotros la firme convicción de que la hipótesis es cierta, si bien no tenemos en ese momento una demostración concluyente.

N: Estoy empezando a comprender. Si remiendo una vieja y raída camisa solamente para hacerla pedazos en algún momento, entonces pienso que debo tirarla ya. Pero todavía no me ha respondido usted. ¿Cómo podemos estar siempre absolutamente seguros de que nuestras hipótesis sobre la naturaleza son verdaderas?

G: En realidad, una hipótesis física sobre la naturaleza no puede ser probada de la misma forma que un teorema matemático, es decir, deduciéndola de ciertos axiomas por una serie de conclusiones lógicas. Las hipótesis sobre la naturaleza son realmente axiomas, y los axiomas no pueden ser demostrados tampoco en matemática. No podemos probar los axiomas de la geometría. Vemos que ellos son ciertos solamente porque la geometría que en ellos se basa describe correctamente el espacio en que vivimos. Las hipótesis físicas, en general, no pueden demostrarse de manera formal. Lo único que podemos hacer es extraer conclusiones partiendo de esas hipótesis sobre eventos observables y experimentalmente controlables y verificar esas conclusiones. Pero la deducción de conclusiones basadas en nuestras hipótesis se hacen por los métodos de la matemática, de forma que usamos las hipótesis como axiomas y a partir de ellos concluímos con rigor matemático.

N: Comienzo a entender ahora por qué es necesaria la matemática en el estudio de la naturaleza.

G: Esta es una solamente de las razones por las cuales la matemática es indispensable para el estudio de la naturaleza. Hay otra más profunda: las mismas leyes fundamentales de la naturaleza no pueden ser expresadas de otra forma que en fórmulas matemáticas. <u>El gran libro de la naturaleza puede ser leido unicamente por aquellos que conozcan el lenguaje en que se halla esecrito, y ese lenguaje es la matemática</u>. Todos aquellos que están solamente parloteando sobre la naturaleza en lugar de observarla y forzarla, a través de experimentos, a hablar, nunca lo sabrán. Pero si alguien tiene éxito en hacer hablar a la naturaleza, entonces ella lo hace en el lenguaje de la matemática; y si no conocemos ese lenguaje, no podemos comprender lo que nos dice. Y no es suficiente para algunos conocer ese lenguaje de forma inconsistente -desgraciadamente, hay mucha gente en estas condiciones- porque puede ocurrir fácilmente que interprete erróneamente lo que la naturaleza quiere expresarle; y si él desea expresar sus propias ideas en el lenguaje de la matemática, el resultado será un tartamudeo miserable. Hay muchos filósofos que tienen ideas singulares -me atrevería a decir bárbaras- sobre la matemática. Hoy en día no pueden negar la necesidad de la matemática, pero dicen que los que la usan para el estudio de la naturaleza no necesitan conocerla cabalmente. Lo afirman diciendo que ellos necesitan solamente los resultados finales; no tienen tiempo y paciencia para batallar con las demostraciones y la formulación exacta de los teoremas. Es la misma estupidez que si alguien dice: "Cortemos las hojas y las raíces de los árboles ya que necesitamos solamente sus frutos". Todo aquel que desee gozar de los frutos de la matemática debe -quiéralo o no- aceptar también su forma de reflexión.

N: No comprendo cómo alguien que desea utilizar la matemática, sea hostil a su espíritu. Soy una principiante en matemática, y conozco solamente aquello que usted, señor Galileo, me ha comunicado durante nuestras conversaciones; sería por lo tanto pretencioso de mi parte dar una opinión sobre la materia. También, tengo algunas observaciones. Sin embargo, no quiero cansarlo. Usted sabe ciertamente todo lo que puedo de cir.

G: Por favor, sigue adelante y díme tus reflexiones; estoy muy interesado en tus observaciones. Tu pensamiento imparcial frecuentemente repara en cosas que escapan a la atención de mis instruídos colegas.

N: Me he dado cuenta de que no comprendo realmente un teorema matemático hasta no haber entendido perfectamente su demostración.
A veces ocurre que comprendo perfectamente el teorema solamente cuando usted me ha dado otra demostración, bastante diferente de la primera. Cuando ocurrió por primera vez que usted dió una prueba adicional para un teorema, admito que no entendí para qué se necesitaba, porque una demostración no era suficiente. Pero me dí cuenta entonces que es realmente útil examinar una

cuestión por diferentes lados, del mismo modo que es interesante observar una estatua desde ángulos diferentes. Por supuesto, comprendo porqué algunos retroceden ante una demostración difícil; yo también frecuentemente fui amedrentada por una larga y complicada cadena de argumentos que tenía que seguir paso a paso. Muchas veces me he sentido como un montañista que escala hasta la cima de la montaña entre peligrosos precipicios y que debe mirar únicamente delante de sus pies, teniendo cuidado de no dormirse. Cuando alcanza la cumbre, sin embargo, y mira a su alrededor, el magnífico panorama es compensación por el duro trabajo. Primero me encargué de comprender las demostraciones tediosas únicamente en la esperanza de su perspectiva; pero recientemente también he encontrado placer en los sorprendentes e ingeniosos pasos de la demostración, así como se encuentra la alegría en la música mas hermosa. Pienso que la situación es análoga a la del montañista: primero acomete la dura prueba de resistencia en la expectativa de una hermosa panorámica; pero cuando la ha completado, la ascensión en sí, el vencer los obstáculos y el descubrimiento de nuevos asideros llegan a ser para él también una fuente de placer.

G: No sabes lo feliz que me hacen tus palabras. En mi larga vida, sólo unos pocos estudiantes han comprendido tan bien mis enseñanzas y el real espíritu de la matemática. Cuando te digo algo nuevo, siempre miro a tus ojos. Espero que ellos se iluminen, porque eso significa que has comprendido el punto. En la enseñanza, este fulgor en los ojos siempre me da gran placer. Es el mismo regocijo que se siente cuando el fuego en la estufa, el cual estamos tratando de revivir, estalla en llamaradas. Hay maestros que tratan de enseñar matemática mediante la memorización de reglas y desarrollando rutinas mecánicamente. Ellos son chapuceros, y tales enseñanzas carecen de importancia. El maestro verdadero trata principalmente de hacer que el estudiante entienda; trata de enseñarle a pensar. Aquel que aprende solamente recetas, en lugar de comprender lo que estudia, no será capaz de utilizar esas recetas correctamente porque uno puede contar bien solamente pensando. Aquel que cuenta en lugar de pensar generalmente computa todo en forma muy complicada, y frecuentemente no cuenta lo que necesita; aún si en el cómputo no hay errores, el resultado es de escaso valor y sin utilidad alguna. Quiero agregar dos cosas a lo que has dicho. Primero, la matemática no solamente es útil y aún indispensable si alguien quiere entender la naturaleza o utilizar sus potencias -por ejemplo en la construcción de máquinas- sino que también es interesante y hermosa, una aventura excitante y maravillosa del pensamiento humano. Pienso que la belleza de la matemática no es una cuestión subsidiaria o accesoria; es uno de sus caracteres más distintivos. La verdad es siempre hermosa y la belleza es siempre verdadera. Los viejos griegos conocían esto muy bien. Sólo aquellos que tienen bárbaras ideas sobre la matemática no comprenden esto: o ellos son ciegos a la belleza de la matemática, o si la ven, desconfían de ella. Piensan que la belleza es un lujo superfluo; y cuando le dan la espalda, piensan que se acercan a la realidad. Ellos sonríen bobamente en el papel de hombres prácticos y arrogantemente menosprecian a aquellos que profundizan el real espíritu de la matemática. Sin embargo, nada es más irracional que su arrogancia que expresa realmente su propia impotencia. Es la misma arrogancia de Alejandro Magno quien en su cólera impotente, cortó el nudo gordiano con su espada porque no fue capaz de resolver su enigma. En la corte de los tiranos bárbaros del este, el arte y las ciencias eran realmente artículos de lujo. Pero en la antigua Grecia, el arte y la ciencia forman ambas parte constitutiva de la vida; por diferentes medios ambas ayudaron al hombre a conocerse a sí mismo y a conocer el mundo. Al fin, después de 2000 años hemos comenzado a retomar el trabajo de los griegos. Debemos continuar partiendo del punto en que Arquímedes se detuvo.

N: Tiene usted razón. Los artistas de nuestra época hacen lo mismo. Pero usted dijo que tenía dos observaciones sobre lo que había dicho; ¿Cuál es la otra?.

G: Mi segunda observación está estrechamente conectada con la primera. Hasta ahora he hablado sobre la belleza de la matemática y sobre el placer, que está muy próximo al placer que la belleza pura produce en el hombre, y cuya comprensión cabal provoca las señales radiantes en los ojos. Pero este placer puede ser alcanzado solamente mediante el duro trabajo. Encuentro la analogía del escalador muy apropiada porque muestra ésto también. Sin un esfuerzo mental severo nadie puede ir muy lejos en matemática. Pero quien haya probado el placer del conocimiento puro, quienquiera que haya visto la belleza de la matemática estará dispuesto a realizar serios esfuerzos. El propósito principal de la enseñanza de la matemática debe ser el de familiarizar al estudiante con ese placer, y a través de él educarlo en el pensamiento lógico y disciplinado que es indispensable en la matemática. Esto vale la pena, ya que aquél que alcanza a través de la matemática el arte del pensamiento lógico, puede utilizarlo en cualquier aspecto de la vida.

N: Hay algunos hombres que dicen que conduciría al caos que toda persona pensará con su propia cabeza. Dicen que es mejor para la gente el seguir a las autoridades. ¿Cuál es su opinión sobre el particular?.

G: Toda mi vida ha sido de lucha contra tales puntos de vista. Te daré solamente un ejemplo. Aristóteles pensaba que para mantener el movimiento era necesaria alguna fuerza. Pero esto no es cierto: la tesis principal de mi nuevo trabajo, apoyada por una gran cantidad de evidencias es que, solamente para cambiar el movimiento es necesaria una fuerza; si no actúa ninguna fuerza sobre un cuerpo en movimiento el mantiene su movimiento. Sin darse cuenta de esta circunstancia, no se pueden realmente entender las leyes del movimiento. La razón por la cual ésto no fue comprendido hasta ahora es, que por 2000 años la gente creyó en la autoridad de Aristóteles, más que en sus propios ojos. También en la vida diaria es tan importante que todo el mundo piense por sí mismo como en la ciencia. Las personas no son ovejas que uno debe conducir, entre perros aullantes, hasta el pesebre. Los hombres difieren de los animales en que son capaces de pensar. Aquellos que no desean que la gente piense por sus propios medios quieren hacerlos descender al nivel de los animales. Pero pienso que nos hemos alejado mucho del objeto original de nuestra conversación. No sé si he dado respuesta a tu pregunta.

N: Todavía no comprendo del todo exactamente qué quiso significar diciéndole a Torricelli que usted no había aún logrado la demostración concluyente de la teoría de Copérnico. De lo que ha dicho previamente, se sigue que tal demostración definitiva no existe.

G: No tiene razón, señora. Se puede imaginar una demostración que finalmente refute la hipótesis de que la tierra esta inmóvil en el centro del universo y que el sol gire a su alrededor. Cuando hablo sobre la demostración concluyente de la teoría de Copérnico, entiendo por ella una observación o experimento que sea irreconciliable en cualquier forma sensible con el concepto del mundo de Ptolomeo. Yo busco continuamente tal demostración. Para entender porqué la cuestión es tan difícil, piensa en el experimento siguiente: imagínate que estás en un barco, en una habitación clausurada, sin ventanas; si te levantas durante la noche no sabes si el barco está parado o se mueve con velocidad uniforme en línea recta, porque no puedes darte cuenta de la diferencia entre los dos estados, aún en el caso de estar equipada con instrumentos. Por ejemplo, si tú dejas caer algo, caerá en la misma forma si el barco está parado o si se mueve. Por supuesto, esto no sería cierto si la velocidad o la dirección del barco cambian. Pero mientras el barco se mueve uniformemente en línea recta, no puedes darte cuenta de ello desde la cabina. Por supuesto, si la cabina tiene una ventana a través de la cual puedes ver la costa, eres capaz de juzgar si el barco se mueve con respecto a la playa. Pero si estás en mar abierto, y ves solamente otro barco, te das cuenta de que tu barco se mueve con respecto al otro, no puedes saber si ello ocurre porque se mueve tu barco o el otro barco, o ambos.

N: Lo comprendo. Pero de acuerdo con la teoría de Copérnico, la tierra no se mueve en línea recta; mejor dicho se mueve alrededor del sol. ¿No es similar al caso en que el barco cambia de dirección, lo cual, como ha dicho, puede advertirse desde la cabina cerrada?

G: Es difícil de notarlo si el barco cambia su dirección despaciosamente; apreciamos solamente cambios bruscos. La tierra gira alrededor del sol una vez por año; por lo tanto en unas horas, la dirección del movimiento cambia imperceptiblemente. Esto hace que la observación sea difícil.

N: ¿Y qué me puede decir sobre la rotación sobre su propio eje?. Como yo lo entiendo, de acuerdo con Copérnico, la tierra efectúa una rotación completa cada día. ¿Se puede advertir este movimiento directamente?.

G: Veo por tu pregunta que comprendes bien qué tipo de demostración concluyente estoy buscando. Sin embargo, como he dicho, aún no la he encontrado; pero creo que la ciencia pronto la encontrará.

N: Tengo otro problema: no comprendí cabalmente qué dijo usted cuando se refirió a que las leyes de la naturaleza estaban escritas en el lenguaje de la matemática. Estaría mas claro si me diera un ejemplo.

G: Por favor, acércate a la ventana. Mira esta esfera; la dejaré libre; observa cómo cae hasta el piso. Obsérvala en su caída. ¿Qué has notado?.

N: Pareciera que cae cada vez más rápido.

G: Tienes razón, ¿Pero cómo gana velocidad? Existe una regularidad simple, maravillosa. Si consideras las distancias que cubre la esfera durante períodos iguales, están en proporción unas con otras como los números impares: esto es, recorre durante el 2° segundo 3 veces la distancia del primer segundo; en el tercer segundo cinco veces la distancia; en el cuarto siete veces, etc. En otras palabras, el cuerpo que cae aumenta su velocidad uniformemente -su movimiento es uniformemente no uniforme-. Ya en el pasado los escolásticos se ocuparon de este movimiento; pero ellos no usaron matemática, aunque este movimiento no puede realmente entenderse sin ella.

N: Esto es realmente interesante.

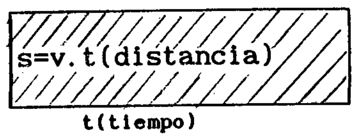
G: Aguarda un instante, no he terminado aún con lo que quiero decir sobre los cuerpos en caída libre. Lo que he dicho anteriormente puede expresarse diciendo que la velocidad del cuerpo aumenta proporcionalmente con el tiempo. Observemos ahora la distancia recorrida por el cuerpo en su caída desde el comienzo hasta un instante arbitrario. Si indicamos la distancia -que es cubierta en el primer segundo- por a, entonces, como he dicho, en el 2° segundo la distancia es 3a; por lo tanto la suma de las distancias cubiertas durante los dos primeros segundos es $3a+a = 4a$. ¿Recuerdas qué dije sobre la distancia recorrida durante el tercer segundo?

N: Por supuesto, lo recuerdo: 5a, y por lo tanto durante 3 segundos la suma es $4a+5a = 9a$; en el cuarto segundo

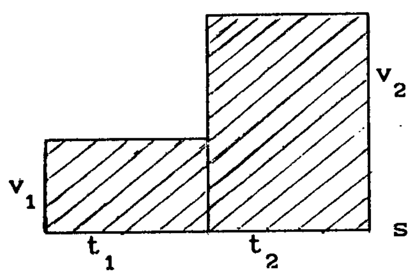
-como usted dijo- la distancia alcanzada es 7a, y la distancia total recorrida en 4 segundos es 16a.

G: Entonces el cuerpo durante la caída recorre en 2 segundos la distancia 4a, durante 3 segundos la distancia 9a, durante 4 segundos la distancia 16a. ¿Vés tú alguna regularidad en esto?.

v (velocidad)

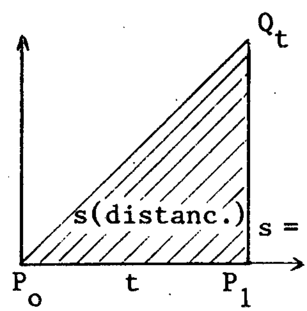


movimiento con velocidad constante.



$s = v_1 t_1 + v_2 t_2$

movimiento con velocidad a trozos.



$s = \frac{1}{2}\ at.t = \frac{1}{2}\ at^2$

movimiento con velocidad variando uniformemente.

N: Me parece que la distancia recorrida desde el comienzo es proporcional al cuadrado del número de segundos. ¿Es así realmente?

G: Sí, y es cierto no solamente en el caso en que el tiempo considerado es igual a 1.2.3.4,... segundos, sino en general.

N: ¿Cómo puede probarse esa regularidad universalmente?

G: Es muy simple. Dibuja una recta. Elige un punto p_o sobre la recta, que corresponde al instante en que comien za el movimiento. Entonces, todo punto p_t sobre la recta L que está a la derecha de p_0 corresponde al instante t después que ha comenzado el movimiento. En cada punto p_t dibuja una perpendicular a L y elige sobre ella un punto Q_t cuya distancia a P_t es igual a la velocidad del cuerpo que cae en el instante t correspondiente al punto P_t. Como la velocidad se incrementa proporcionalmente al tiempo, los puntos Q_t estarán sobre una recta que parte de P_0.

N: Esto es claro, ¿Pero cómo se puede ver de la figura la distancia total recorrida?.

G: Esto es simple: la distancia recorrida hasta el instante t es igual al área del triángulo $P_0P_tQ_t$.

N: ¿Cómo es eso?

G: Si la velocidad es constante, la distancia recorrida es igual al producto del tiempo y la velocidad. Si un segmento horizontal representa el tiempo, un segmento vertical la velocidad, la distancia cubierta es igual al área del rectángulo que tiene como lados a los segmentos mencionados. Si la velocidad cambia, la situación se hace más complicada, pero la distancia continuará siendo igual a un área. Por ejemplo, si la velocidad es constante por algún tiempo, y luego cambia bruscamente a un valor más alto y permanece allí, entonces la distancia recorrida será igual al área del dominio formado por dos rectángulos. Si la velocidad cambia frecuentemente, pero permanece constante entre dos cambios bruscos consecutivos, entonces la distancia recorrida será igual al área del dominio compuesto por varios rectángulos. Si la velocidad a partir de 0 cambia continuamente a una tasa uniforme, entonces, la distancia recorrida será igual al área de un triángulo. Para comprender esto, tienes que ver que el triángulo puede considerarse como compuesto de una infinidad de rectángulos paralelos de diferentes alturas.

N: Es realmente maravilloso. ¿Tratará sobre esta cuestión su libro sobre la matemática del movimiento?.

G: Sí, y también sobre muchas otras cosas similares. De la misma forma como podemos predecir donde estará la piedra en su caída después de 2 o 3 segundos, también se puede demostrar que una piedra arrojada a lo lejos en cualquier dirección volará siguiendo una trayectoria parabólica. Este punto no sólo es interesante en situaciones prácticas, sino porque a través de él puedo demostrar cómo se pueden combinar diferentes movimientos. En realidad no comprendo por qué, cuando Ptolomeo trató de computar las órbitas aparentes del sol, la luna y -los planetas los cuales son observados día tras día, año tras año- nadie, excepto quizá Arquímedes, examinó cuidadosamente qué ocurre cuando se deja caer una piedra o es lanzada a lo lejos. Además, digo -aún si soy sospechoso nuevamente de herejía- que aquí en la tierra, el movimiento sigue las mismas leyes que en los cielos.

N: Así todo el universo es como un gran reloj, en el cual se puede computar exactamente cómo giran sus engranajes, desde el más pequeño hasta el más grande.

G: Estas maravillosas regularidadaes conforman solamente un capítulo del "libro de la naturaleza"! Hay también muchas irregularidades, eventos aleatorios impredecibles.

N: ¿Qué quiere usted decir?

G: Piensa en las nuevas estrellas las cuales ocasionalmente -por ejemplo, hace 60 años- aparecieron de repente en el firmamento. Durante algunos años ellas alumbran más y más brillantemente, y luego desaparecen tan rápido como vinieron. Piensa en las manchas solares que giran alrededor del sol próximas a su superficie. A veces crecen, a veces disminuyen, aparecen, se arremolinan y desaparecen. El universo no es similar en todos sus aspectos a un mecanismo; en algunos casos es similar a una impredecible y caprichosa mujer.

N: De lo que usted dice, se desprende que en el libro de la naturaleza habrá algunos capiítulos no escritos en el lenguaje de la matemática, porque tratarán con eventos impredecibles.

G: Estás equivocada, pero puedo comprenderlo fácilmente, porque hasta ahora solamente se han dado los primeros pasos para tratar de describir matemáticamente el azar; pienso que es posible hacerlo, como lo he demostrado recientemente con un ejemplo muy simple.

N: ¿Cuál es el ejemplo?

G: El juego de dados, ese viejo pero aún popular juego de azar. Si lanzamos un dado, cómo caiga depende completamente del azar. Si los lados del dado están numerados 1,2,3,4,5,6 y arrojamos el dado una vez, entonces podemos decir únicamente que el número que veremos será uno de esos seis. Pero -si arrojamos el dado muchas veces, observamos entonces cierta regularidad: cada uno de los seis números aparecerá aproximadamente el mismo número de veces. Es aún más interesante si arrojamos dos dados al mismo tiempo y sumamos los números que vemos sobre ellos. ¿Qué podemos esperar?.

N: Es bastante claro; la suma puede ser todo número entre dos y doce.

G: Sí, pero estas 11 posibilidades no ocurren con la misma frecuencia. Se obtendrá más a menudo 7, aproximadamente 1\6 de todos los lanzamientos; luego vienen el 6 y el 8 , cada uno de los cuales puede obtenerse aproximadamente en un 5/36 de todos los lanzamientos; 5 y 9 estarán en 1/9 de todas las instancias, mientras que 4 y 10 se obtendrá en 1/12 de todos los casos; y el 3 y el 11 se obtienen en 1/18 de todos los lanzamientos. Finalmente, la suma 2 y 12 aparecerá en 1/36 de todos los casos.

N: Eso sueña extraño. ¿Cómo ocurre?.

G: Existe una razón muy simple. Podemos arrojar 4 como suma de 3 formas; como la suma de 3 y 1 -ya sea con el primer dado mostrando el 3 y el segundo el 1 o viceversa- y también como suma de 2 y 2. Pero podemos arrojar 12 de una única forma, cuando ambos dados muestran el 6. Por lo tanto, entre las sumas, el 4 aparecerá aproximadamente 3 veces más frecuentemente que el 12.

N: Agunas veces trataré de jugar a los dados siguiendo esas reglas. ¿Usted cree que se puede ganar mucho dinero con este conocimiento?

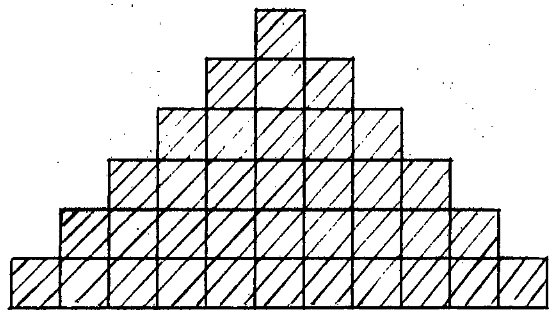
G: El juego es honesto, si se fijan las reglas de tal manera que ningún jugador está en situación más favorable que los otros. Por supuesto, si las reglas no se fijan correctamente, entonces un jugador puede ganar mucho si tiene suficiente dinero para hacerlo hasta que las leyes del azar prevalezcan en su provecho.

N: Nunca pensé que la matemática fuera básica aún en los juegos de azar. ¿Cómo se llama esa rama de la matemática?

G: Es tan nueva que aún no tiene nombre. Podría llamarse el cálculo de probabilidades.

N: ¿Cómo es que no he oído todavía hablar de ella?

G: Los matemáticos, acostumbrados a tratar con lo que es regular y exacto, hasta hace muy poco fueron renuentes a tratar con el azar, porque no les parecía que le fuera concerniente a ellos. La autoridad de Aristóteles actuó en la misma dirección; de acuerdo con él, la matemática debía tratar con lo invariable. ¿Y qué puede ser más caprichosamente variable que el azar?. Pero hubo otros prejuicios más viejos: es una vieja costumbre ver en los eventos de azar, como el arrojar un dado, el vuelo de los pájaros, y la forma irregular del hígado de un animal sacrificado, manifestaciones de la voluntad de los dioses. Todo ello ha causado un santo estremecimiento en la gente frente a los eventos aleatorios; la mayoría de ellos rozan casi la blasfemia al tratar de explicar tales sucesos con el pensamiento humano. Sin embargo, mi punto de vista es que el hombre tiene su cerebro en orden para usarlo.



2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

2 = 1 + 1
3 = 1 + 2 = 2 + 1
4 = 1 + 3 = 2 + 2 = 3 + 1
5 = 1 + 4 = 2 + 3 = 3 + 2 = 4 + 1
6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3 = 4 + 2 = 5 + 1
7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 + 1
8 = = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2
9 = = 3 + 6 = 4 + 5 = 5 + 4 = 6 + 3
10 = = 4 + 6 = 5 + 5 = 6 + 4
11 = = 5 + 6 = 6 + 5
12 = = 6 + 6

N: Me gusta la forma en que la matemática -aunque solo conozco tanto como lo que he escuchado de usted- simplifica las cosas más complicadas; bajo la luz de la antorcha de la matemática, muchas cuestiones que eran difíciles e incomprensibles llegaron a ser cristalinas y simples.

G: Si, es cierto. Pero debo decirte, la matemática a veces muestra que las cosas aparentemente simples son en realidad muy complicadas.

N: ¿Qué significa eso, maestro?

G: Daré un solo ejemplo muy simple. En este papel escribimos los enteros de cero en adelante, como sigue: 0,1,2,3,... Imaginemos que la serie de estos números continúa hasta infinito. Ahora señalemos entre estos números los cuadrados. Tu vez que, a medida que avanzamos nos encontramos cada vez con menos números cuadrados porque las distancias entre ellos son cada vez más grandes.

N: Realmente, las distancias son 1,3,5,7,9,... justamente los números impares.

G: Similar a las distancias que cubren las piedras en caída libre. Pero ahora dime: ¿Si digo que hay menos números cuadrados que números en general, estoy en lo cierto?

N: Exactamente.

G: Hagamós lo siguiente: escribe nuevamente la serie de los enteros, y escribe bajo cada número su cuadrado. En la segunda línea hay únicamente números cuadrados. ¿No están ahí y cada uno aparece una sola vez?

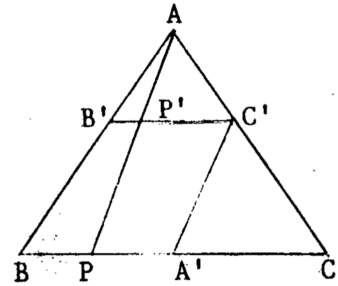
N: Sí.

G: Debajo de cada número hay otro, y por lo tanto en la segunda línea hay tantos números como en la primera. ¿Aún dices que hay menos números cuadrados que números en general?

0.1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16...
0.1.4.9.16.25.36.49.64.81.................

N: Este ejemplo me ha confundido completamente. ¿Cuál es la cuestión?.

G: Que lo que es cierto para objetos finitos no es necesariamente cierto para el caso infinito. Efectivamente, Zenón ya conocía ésto - ¿Recuerdas su paradoja del estadio? El se dió cuenta que podemos proyectar los puntos de un segmento B'C' desde el punto A en un segmento mayor BC de tal forma que cualquiear punto p' del segmento menor le coresponde un punto P en el segmento mayor. Solamente que él no sabía que esta paradoja también ocurre en relación con los enteros.



N: En la misma forma se puede demostrar que, en general, hay tantos números pares como enteros, a pesar de que solamente cada segundo entero es par.

G: Veo que realmente has comprendido lo que he dicho. Podemos afirmar que alguien comprende algo completamente cuando es capaz de transformarlo o modificarlo por sí mismo; en una palabra crearlo nuevameante.

N: Eso es realmente cierto. Si puede cocinar siguiendo las recetas, es realmente una buena cocinera. La buena cocinera modifica las recetas libremente, pone más o menos especias, en una medida tal que lo que ella cocina será cada vez un plato diferente.

G: Una buena cocinera hace experimentos, como un científico y puede hacerlo libremente sin ser sospechosa de herejía.

N: Señor Galileo, mientras me estaba contando cosas tan interesantes, llegó la noche. Pienso que es hora para usted de ir a acostarse. Lamento que lo haya retenido tanto tiempo. Probablemente lo haya cansado el explicarme estas cosas.

G: ¡Oh, para nada, nuestra conversación me agradó demasiado! Durante su transcurso he olvidado mi situación.

N: Realmente, no debe pensar mucho en eso.

G: ¿Siempre me preguntas sobre matemática para distraer mi pensamiento de muchos problemas?

N: Espero que no se enoje por ello, ¿No es cierto?. Créame, aún si he tenido tales pensamientos, realmente estoy muy interesada en estos problemas. Me parece, sin embargo, señor Galileo, que usted puede leer no solamente el libro de la naturaleza sino también el pensamiento humano, si así lo desea. Yo no comprendo por qué no usa ese conocimiento en contra de sus enemigos; se podría defender mejor a sí mismo y los irritaría menos.

G: El leer tu pensamiento angelical es tan puro como el placer que me representa la investigación de las maravillas de la naturaleza. Pero no me agrada el leer el pensamiento de mis enemigos; únicamente al cerdo le gusta hurgar en la basura.

N: Sin embargo, si usted vence su repugnancia y trata de leer el pensamiento de sus enemigos, conjeturo que podría cambiar su opinión sobre el plan de Torricelli y sus entusiastas amigos.

G: ¿Tu también sugieres que debo escapar?. ¿Piensas que debo aceptar su ofrecimiento?

N: La única razón por la cual no respondo con un simple "si" es que no conozco cuán ciertos son sus planes y si ellos realmente tendrían éxito. En su lugar, señor Galileo, yo trataría de escaparme. Si el plan es realizable -no estoy totalmente convencida de ello- entonces debería aceptarlo. No deseo interferir, pero ahora, ya que me lo ha preguntado, debo dar mi opinión.

G: ¿Tú tampoco crees en que ganaré?

N: Ha dicho que sólo cree en la verdad. Estoy de acuerdo que tarde o temprano la verdad prevalecerá, solamente que no estoy convencida de que estemos vivos para cuando ello ocurra. Usted dice que los cargos son infundados y que ellos no pueden probarlos. Me parece que está cometiendo un error: usted piensa que la Inquisición usa los mismos altos niveles en comprobar las demostraciones como usted hace con la ciencia. Pero no hablemos sobre ello. Quizá soy muy pesimista. Ahora es realmente hora de ir a descansar. Espero que esta noche pueda dormir tan bien como lo hizo la noche pasada.

G: La última noche soñé que la habitación en donde estaba comenzó de repente a volar, cada vez más alto, más allá de las nubes, fuera en el espacio vacío. No te imaginas cuán feliz me sentía al poder observar desde tanta distancia la tierra -la que cada vez era más pequeña, y brillaba en el cielo oscuro por la luz del sol exactamente como brilla la luna-. La ví en movimiento, girando majestuosamente alrededor del sol y también sobre su propio eje. Fuí tan feliz como quizá nunca antes en mi vida. ¡Ví con mis propios ojos el movimiento de la tierra! Miré a través del telescopio que previamente había usado para investigar el cielo; ahora miraba hacia abajo con él desde el firmamento hacia la tierra; lo apuntó hacia Roma. Era un excelente telescopio, mucho mejor de los que había construído previamente, de manera que podría reconocer los rostros. Imagínate, yo ví a Inchofer y a Pasqualigo, aquellos dos oscuros asnos, caminando por el río Tiber y discutiendo algo. Apreté un botón de mi telescopio y de repende pude escuchar su conversación; ellos platicaban sobre el movimiento de la tierra y afirmaban que era una doctrina falsa y herética. Pero la tierra no se inmutaba por estos necios parloteadores; ella continuaba en su órbita con dignidad y giraba sobre su eje llevándolos a ambos. Continuaban denigrando a Copérnico y a mí; fué tan ridículo que estallé en tal carcajada que mis oídos quedaron vibrando. Reí tan fuerte, que me desperté.

N: Es realmente un sueño hermoso. Quizá esta noche sueñe con una época en la cual aún los niños pequeños aprendan en la escuela que la tierra se mueve alrededor del sol.

G: Sueño con ello frecuentemente cuando no estoy desvelado, y estoy seguro que esa época llegará pronto. El progreso de la ciencia no puede ser detenido,. Pero a veces tengo dudas si esos tiempos serán tan felices como me imagino. ¿No tendrá esa época sus propios prejuicios y dogmas?. ¿No existirán entonces hombres estúpidos, envidiosos, rencorosos e intrigantes?. ¿No tratarán tales individuos de mancillar el honor de la gente honesta en base a sus intrigas? ¿No habrá todavía parásitos en el verde árbol floreciente de la ciencia?

N: Ciertamente habrá entonces tales gusanos. Pero habrá siempre hombres para los cuales la verdad es más importante que cualquier otra cosa, y mirarán hacia atrás, a vuestra época, y verán a Galileo Galilei superando a sus contemporáneos por dos cabezas, y orgullosos se declararán a si mismos sus discípulos y los continuadores de su obra.