Soluciones de Problemas

Soluciones de problemas del Vol. 11 N^o 2, enviadas por la Lic. Isabel Viggiani Rocha; Instituto de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas y Tecnología; Universidad Nacional de Tucumán

1.- ¿Qué triángulo tiene mayor área: uno con lados de longitud 3,4 y 5 m, u otro cuyos lados sean los cuadrados de esos números ?.

El triángulo de lados 3, 4 y 5 es un triángulo rectángulo. Por lo tanto su área será $S = \dfrac{3.4}{2} = 6$

En cambio el 2do "triángulo" tiene sus lados de 9, 16 y 25 m. Sin Embargo con estas medidas, no existe triángulo pues $9 + 16 = 25$ y para que exista un triángulo la suma de las longitudes de 2 lados (en realidad cada par) debe ser mayor que la longitud del lado no considerado. Por lo tanto $S = 0$.

E indudablemente el triángulo 3-4-5 es el de mayor área.

2.- Supongamos que no hubiera ninguna montaña, sierra, mar, etc. en el ecuador de la Tierra. Si se tomara un cable cuya longitud fuese igual a la longitud de la circunferencia de la Tierra más 13 m. y se envolviera el ecuador con él ¿Podría un hombre arrastrarse por debajo de este cable?

Sí pues:

$$l_t = 2\pi r_t$$

$$l_c = 2\pi\ r_c = 2\pi(r_t + r_\Delta) = l_t + 13$$

$$2\pi r_t + 13 = 2\pi(r_t + r_\Delta)$$

$$r_\Delta = \frac{13}{2\ \pi} \cong 2,069m.$$

Es decir que el cable se encuentra a una altura de $\dfrac{13}{2\pi}m$ sobre la superficie de la tierra

a) Un hombre va de un pueblo A a un pueblo B por un camino cuesta arriba a un promedio de 4 km/h. Luego vuelve cuesta abajo de B a A a un promedio de 6 km/h.

Su amigo va por un camino llano desde A hasta otro pueblo C, ida y vuelta a un promedio de 5 km/h. Si la distancia de C a A es la misma que la de B a A ¿Quién vuelve primero?

b) En general, si 2 personas van desde un punto A a uno B, el primero yendo a v_1 km/h y volviendo a v_2 km/h; mientras el segundo va y vuelve a un promedio de $\dfrac{v_1+v_2}{2}$ km/h, probar que sólo llegarán al mismo tiempo si $v_1 = v_2$. ¿Quién gana si no es así?

a) $t_{AB} = \dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{6} = \dfrac{25}{60}x.$

$\boxed{t_{AC} = \dfrac{2x}{5} = \dfrac{24}{60}x.}$ Vuelve primero el que va de A a C y a A.

b) $t_{AC} = 2\left(\dfrac{v_1+v_2}{2}\right)^{-1} x = \dfrac{4x}{v_1+v_2}$

$$t_{AB} = \frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2} = \frac{v_1+v_2}{v_1v_2}x$$

$$t_{AC} = t_{AB} \Longrightarrow \frac{4x}{v_1+v_2} = \frac{v_1+v_2}{v_1v_2}x \Longrightarrow 4\,v_1v_2 = (v_1+v_2)^2$$

$$\therefore\ v_1^2 + 2v_1v_2 + v_2^2 = 4\,v_1v_2$$

$$\therefore\ v_1^2 - 2\,v_1v_2 + v_2^2 = 0 \Longrightarrow (v_1 - v_2)^2 = 0 \Longrightarrow v_1 = v_2$$

¿quién gana?

$$\frac{4}{v_1+v_2} < \frac{v_2+v_1}{v_1\,v_2}? \qquad \text{ó} \qquad \frac{4}{v_1+v_2} > \frac{v_1+v_2}{v_1\,v_2}?$$

$4\,v_1v_2 < (v_1+v_2)^2 \Longrightarrow (v_1-v_2)^2 > 0$ gana el de A-C-A.