

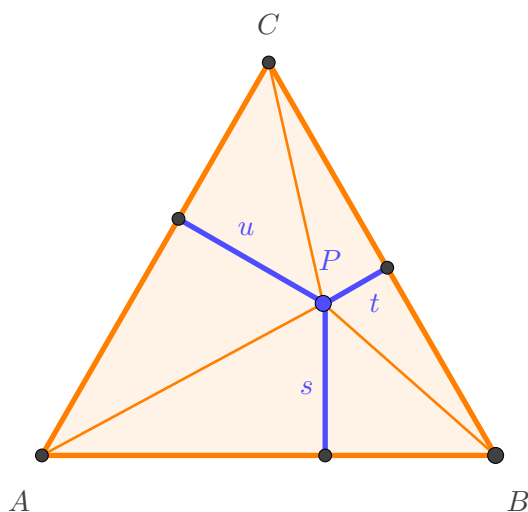
¿dado cualquier punto interior en un triángulo equilátero la suma de las distancias del punto a los lados es igual a la altura del triángulo?

Este resultado es conocido como el Teorema de Viviani.

La demostración de este hecho es muy sencilla. Consideremos un punto P interior a un triángulo equilátero $T = \triangle ABC$. Luego el triángulo T queda dividido en 3 triángulos mas pequeños,

$$T_1 = \triangle APB, \quad T_2 = \triangle BPC \quad \text{y} \quad T_3 = \triangle CPA.$$

Sea h la altura de T y sean s , t y u las alturas de los triángulos T_1 , T_2 y T_3 , respectivamente.



Además, como el triángulo T es equilátero, todos los triángulos T , T_1 , T_2 y T_3 tienen bases congruentes, digamos de longitud b . El área de T es igual a la suma de las áreas de los 3 triángulos interiores, es decir

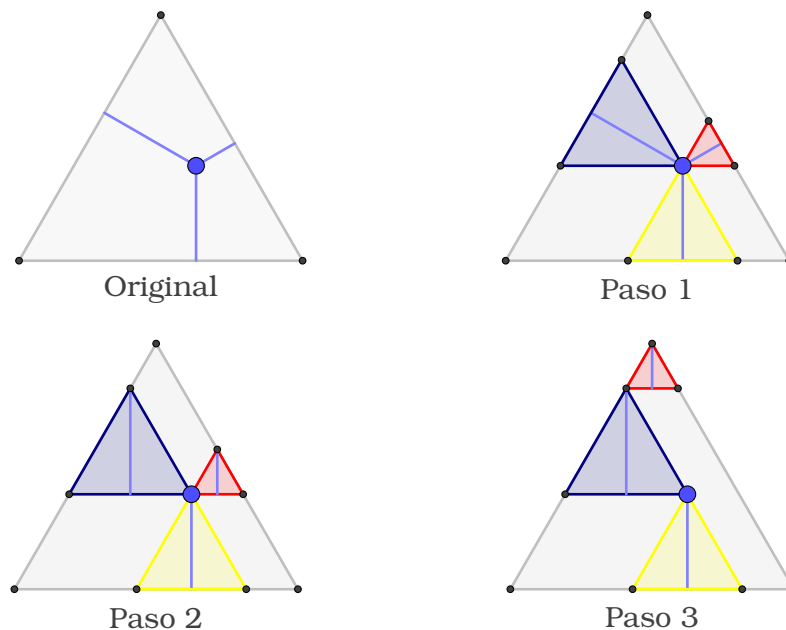
$$\frac{1}{2}bh = A(T) = A(T_1) + A(T_2) + A(T_3) = \frac{1}{2}b(s + t + u),$$

de donde se obtiene

$$h = s + t + u$$

que es lo que queríamos ver.

Prueba gráfica. Es muy interesante el hecho de que hay una demostración gráfica de este hecho en 3 simples pasos:



A pesar de que la demostración es evidente por sí misma, hacemos algunos comentarios para justificar completamente cada paso.

- *Paso 1:* usando líneas paralelas a los lados de T que pasan por P quedan determinados 3 triángulos interiores que son semejantes a T , y por lo tanto equiláteros.
- *Paso 2:* por construcción, el segmento que da la distancia de P a cada lado de T es la altura del triángulo más pequeño correspondiente. Como los triángulos interiores son equiláteros, estos pueden ser rotados de modo que las alturas queden verticales.
- *Paso 3:* cualquiera de los dos triángulos con vértice en P que no tocan la base puede ser desplazado paralelamente hasta hacer coincidir un vértice con C .

De esta manera es claro que la altura del triángulo mayor coincide con la suma de las alturas de los tres triángulitos interiores, y esto equivale a la suma de las distancias de P a los lados de T .

Vincenzo Viviani (5/4/1622 – 22/11/1703, Florencia) fue un matemático y físico italiano. En 1639 comenzó a trabajar con Galileo Galilei y más tarde escribió la primera biografía conocida sobre él. Viviani reconstruyó además los escritos de Arquímedes y Euclides. En 1661 llevó a cabo el ensayo que posteriormente se conocería como el péndulo de Foucault (ya que este experimento fue repetido y descrito por Jean Foucault casi 200 años más tarde). En 1660 con Giovanni Alfonso Borelli, realizó un experimento para determinar la velocidad del sonido. Además del teorema, una curva y un cráter lunar llevan su nombre.

