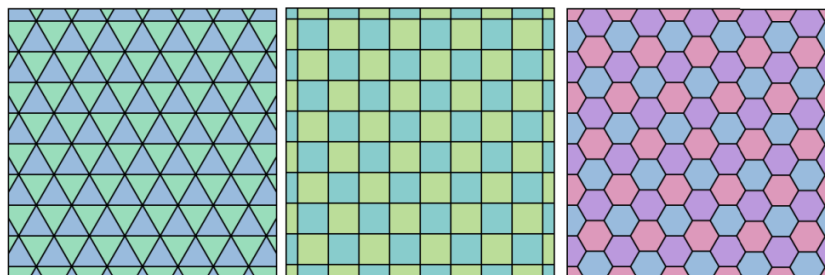


se conocen todas las formas de embaldosar el plano con un único polígono convexo?

Se dice que un polígono P (entendiendo por esto al polígono en sí y a su región interior) embaldosa o tesela al plano si es posible cubrir completamente el plano con imágenes simétricas (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de P , y donde las únicas intersecciones posibles entre los polígonos se dan entre vértices o lados (total o parcialmente). Consideraremos sólo polígonos convexos de n lados, ya que si el polígono no es convexo hay infinitas posibilidades, como sabe cualquier admirador del artista holandés M. C. Escher.

Primero recordemos que si los polígonos son regulares, sólo se puede cubrir el plano con triángulos, cuadrados o hexágonos. Este hecho que es conocido por los fabricantes y colocadores de baldosas, ya era conocido por los antiguos griegos. Es claro que triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares teselan el plano (ver figura, sacada de Wikipedia <https://es.wikipedia.org/wiki/Teselado-regular>) y es fácil probar que ningún otro n distinto de 3, 4 ó 6 es posible.



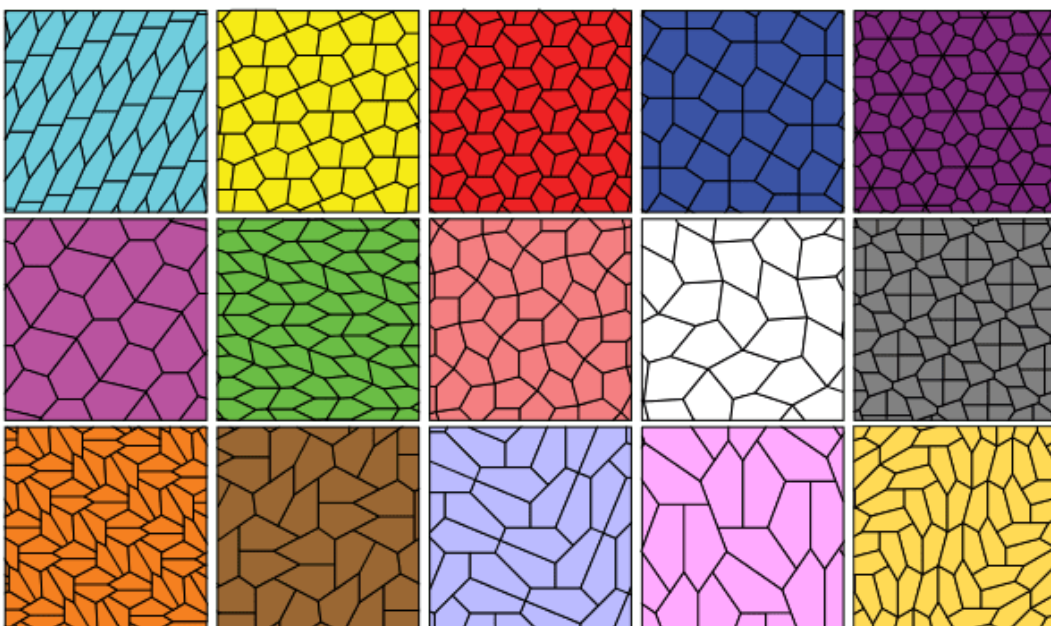
En lo que se refiere a polígonos convexos irregulares, tenemos lo siguiente:

- Todo triángulo tesela el plano.
- Todo cuadrilátero convexo embaldosa el plano.
- Existen 15 familias de pentágonos convexos que teselan el plano.
- Hay 3 familias de hexágonos convexos que embaldosan el plano.
- Ningún polígono de 7 o más lados puede teselar el plano.

La historia de esta clasificación, que involucró el trabajo de mucha gente, es muy interesante y recién se pudo completar en 2017. A principios del siglo XX ya se sabía que no se podía teselar el plano con polígonos convexos de 7 o más lados. También se sabía que se puede embaldosar el plano con cualquier triángulo o cuadrilátero convexo. Por lo que el problema era descubrir qué pentágonos y hexágonos convexos embaldosan el plano.

Karl Reinhardt encontró 5 familias de pentágonos en 1918 y 50 años más tarde R. B. Kerschner (1968) encontró 3 familias más además de las 3 familias de hexágonos. De este manera, sólo quedaba abierto el caso de los pentágonos. En 1975, el conocido divulgador Martin Gardner escribió un artículo sobre el problema, básicamente sobre el trabajo previo de Kerschner, en su columna "Juegos Matemáticos" de la revista *American Scientific* y llamó la atención de mucha gente. Entre ellos estaban Richard James III quien halló una familia más de pentágonos en 1975 y la matemática aficionada Marjorie Rice, quien encontró ¡4 familias más entre 1977 y 1978! La familia 14 apareció en 1985 de la mano de Rolf Stein. Treinta años después, Casey Mann, Jennifer McLoud-Mann y David Von Derau (2015) encontraron la quincuagésima familia, aunque aún no se sabía si podría haber otras familias posibles.

A continuación un ejemplo de teselados del plano con pentágonos convexos (imagen por Ed Pegg Jr, via Wikimedia Commons), uno de cada una de las 15 familias existentes (por orden de izquierda a derecha y de arriba a abajo).



Finalmente, en 2017, Michaël Rao utilizando una mezcla de argumentos matemáticos y búsqueda por computadoras, encontró que sólo estas 15 familias son posibles, cerrando el problema. Los resultados de Rao han sido chequeados por Thomas Hales en 2017.

Algunos de los detalles históricos, bibliográficos y matemáticos sobre esta historia (el '¿sabías cómo...?') aparecerán en un artículo en el próximo número de la Revista.

Michaël Rao es un matemático de 41 años de edad que trabaja en el Centro Nacional de Investigación Científica de Francia (CNRS) y en la Escuela Normal Superior de Lyon (Francia). Thomas Hales es un profesor de Matemáticas de la Universidad de Pittsburgh (Estados Unidos).