



ARTÍCULOS

Análisis Neoclásico del Problema de la Localización Industrial Optima

Héctor Grupe

Revista de Economía y Estadística, Tercera Época, Vol. 18, No. 1-2-3-4 (1974): 1º, 2º, 3º y 4º Trimestre, pp. 33-53.

<http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3698/>



La Revista de Economía y Estadística, se edita desde el año 1939. Es una publicación semestral del Instituto de Economía y Finanzas (IEF), Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Valparaíso s/n, Ciudad Universitaria. X5000HRV, Córdoba, Argentina.

Teléfono: 00 - 54 - 351 - 4437300 interno 253.

Contacto: rev_eco_estad@eco.unc.edu.ar

Dirección web <http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/index>

Cómo citar este documento:

Grupe, H. (1974). Análisis Neoclásico del Problema de la Localización Industrial Optima. *Revista de Economía y Estadística*, Tercera Época, Vol. 18, No. 1-2-3-4: 1º, 2º, 3º y 4º Trimestre, pp. 33-53.

Disponible en: [<http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3698/>](http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3698/)

El Portal de Revistas de la Universidad Nacional de Córdoba es un espacio destinado a la difusión de las investigaciones realizadas por los miembros de la Universidad y a los contenidos académicos y culturales desarrollados en las revistas electrónicas de la Universidad Nacional de Córdoba. Considerando que la Ciencia es un recurso público, es que la Universidad ofrece a toda la comunidad, el acceso libre de su producción científica, académica y cultural.

<http://revistas.unc.edu.ar/index.php/index>

ANÁLISIS NEOCLÁSICO DEL PROBLEMA DE LA LOCALIZACIÓN INDUSTRIAL ÓPTIMA

HÉCTOR J. C. GRUPE

El presente análisis ha sido desarrollado al dictar la asignatura "Economía Espacial" en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba, en el Curso correspondiente al año 1971 y publicado en [3].

Esta comunicación constituye una extensión de dicho desarrollo, la cual tiene las siguientes ventajas: 1) Es teóricamente más explicativa que los desarrollos actualmente disponibles; 2) Permite extender el análisis a situaciones en las cuales los fletes no sean proporcionales a las distancias; 3) Permite solucionar, sin grandes complicaciones, situaciones que contemplen varias fuentes de materias primas y varias localizaciones de mercado; 4) Permite la solución, sin artificios especiales, de situaciones concretas con un número discreto de localizaciones posibles las cuales, a su vez, pueden incluir puntos singulares en la red de transporte (estaciones de trasbordo, por ejemplo) y precios de insumos no transportables diferenciados según localizaciones.

1. *Análisis Weberiano de la Localización Industrial Óptima.* El análisis desarrollado por A. Weber [11] incluye un fuerte supuesto restrictivo: el de funciones de producción de proporciones fijas. Incluye, además, un problema fundamental: la determinación de la localización de costo de transporte mínimo, correspondiendo a la planta una función de producción de proporciones fijas.

Este problema, identificado en la literatura como "Problema de Weber", ha dado origen a una extensa serie de trabajos [1-2-5-10], valiosos en cuanto arrojan alguna luz en relación a métodos anteriormente propuestos¹ para la solución del mismo o aportan una nueva forma de solución.

¹ El artículo [10], por ejemplo, de algún modo invalida el antiguo método denominado "de los pesos" ([6], pág. 19).

El inconveniente de estos trabajos reside en que, orientados a la solución de un problema específico, son de naturaleza exclusivamente matemática y no contribuyen al avance del análisis por modificación del supuesto fundamental.

2. *Generalización del Problema de la Localización Industrial Optima.* La eliminación, para el análisis, del supuesto de funciones de producción de proporciones fijas y la introducción de las posibilidades de sustitución fue realizada por primera vez por A. Predöhl en [9] y posteriormente elaborada por L. Moses en [7].

Los siguientes párrafos, transcritos de [9], resumen el planteamiento del problema realizado por dicho autor: "Como a distintos niveles de renta de la tierra corresponde un gasto distinto de capital y trabajo y como, por otra parte, en ese gasto de capital y trabajo se incluye el costo de transporte hasta la última etapa, la localización está determinada, en última instancia, por dos puntos de sustitución: la relación entre explotaciones de la tierra y gastos de capital y trabajo, de un lado y la relación entre gastos de capital y de trabajo y gastos en transporte por otro lado... Los dos puntos de sustitución relevantes desde el punto de vista de la localización no pueden ser resumidos a uno solo, expresando la renta de posición por los costos de transporte".

El primer intento de formalización de este esquema de análisis corresponde a W. Isard [4], a nuestro entender con éxito relativo por cuanto, cuando realiza el análisis gráfico ([4], Caps. 5 y 6) mantiene el supuesto de funciones de producción de proporciones fijas y cuando realiza el análisis matemático ([4], pág. 223) no toma en consideración las dificultades para definir la función $g(l_1, l_2, l_3) = 0$ en forma adecuada para solucionar el problema de mínimo condicionado que plantea.

A los efectos de lograr una formalización adecuada de la idea esbozada por Predöhl y esquematizar un método de solución, pueden establecerse los siguientes supuestos:

1. En un plano homogéneo existen dos fuentes, M_1 y M_2 , de materias primas y un mercado consumidor C, al cual le corresponde un nivel de demanda \bar{q} para un determinado bien cuya producción requiere, exclusivamente, las materias primas 1 y 2.
2. Los precios de las materias primas (p_1 y p_2) son precios f.o.b. en M_1 y M_2 y el precio del producto elaborado (p_q es precio c.i.f. en C).

3. A la planta le corresponde una función de producción de la forma general $q = f(x_1, x_2)$, en la cual x_1 y x_2 son cantidades de materias primas. Esta función de producción permite sustitución continua entre los insumos. Una función del tipo Cobb-Douglas constituye un ejemplo adecuado.
4. Están dadas las tarifas t_1 , t_2 y t_q para las materias primas y el producto elaborado.

Dada una localización i ($i = 1, 2, \dots, n$) en el interior de M_1M_2C (Figura 1), dado que los ingresos son constantes por la constancia de p_q y \bar{q} , el problema de maximización de los beneficios se convierte en el problema de minimización de los costos de producción y distribución expresados por

$$C = (p_1 + t_1 d_{1i}) x_{1i} + (p_2 + t_2 d_{2i}) x_{2i} + \bar{q} t_{qi}$$

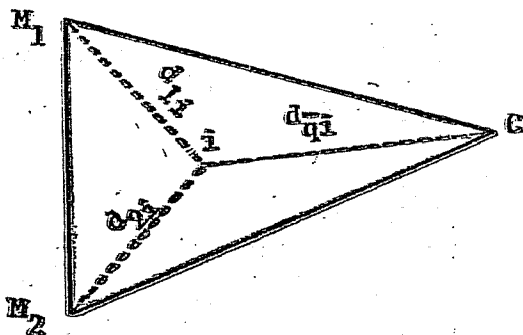


Figura 1.

La única condición que puede imponerse para la minimización es:

$$\bar{q} = f(x_1, x_2)$$

dado que resulta prácticamente imposible establecer una relación funcional entre d_{1i} , d_{2i} , d_{qi} que incluya x_1 y x_2 , tal como lo establece W. Isard en [4] o que sea independiente de ellas: $g(d_{1i}, d_{2i}, d_{qi}) = 0$, para tratarla como una restricción más [4]. Quedan dos caminos: 1) Eliminar x_1 y x_2 expresándose en función de precios f.o.b., costos de transporte y \bar{q} , tal como se hace en [8] o 2) Proceder como se desarrolla a continuación.

Si se hace

$$p_{1i} = p_1 + t_1 d_{1i}$$

$$p_{2i} = p_2 + t_2 d_{2i}$$

el empresario, en cualquier localización i ($i = 1, 2, \dots, n$) va a tratar de hacer mínimo su costo de producción

$$C_i = p_{1i} x_{1i} + p_{2i} x_{2i}$$

eligiendo combinaciones de insumos x_{1i} , x_{2i} tales que se verifique

$$\text{mín } C = p_{1i} x_{1i} + p_{2i} x_{2i}$$

sujeto a

$$\bar{q} = f(x_1, x_2)$$

Si se pasa del problema continuo que plantea el plano homogéneo a un problema discreto, cubriendo M_1M_2C con una retícula (Figura 2), para cada vértice de la misma ($i = 1, 2, \dots, n$) resulta posible calcular, conocidos d_{1i} , d_{2i} , d_{-qi} .

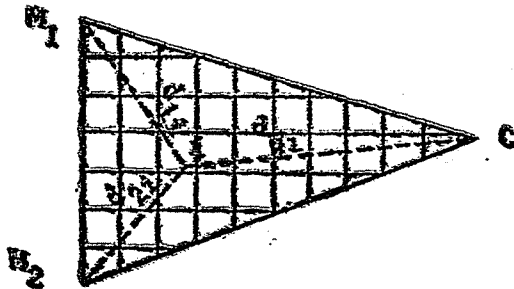


Figura 2

1. Los correspondientes x_{1i} y x_{2i} que determinan los mínimos costos de producción en cada localización i ($i = 1, 2, \dots, n$).

2. Los costos de producción

$$C'_i = p_1 x_{1i} + p_2 x_{2i}$$

determinados valorando los insumos a precios f.o.b.

3. Los costos de transporte totales para cada localización i ($i=1,2,\dots,n$)

$$C_i = x_{1i} d_{1i} t_1 + x_{2i} d_{2i} t_2 + \bar{q} d_{qi} t_q$$

Conocidos C'_i y C_i para cada vértice i de la retícula ($i=1,2,\dots,n$), se puede plantear la sustitución entregastos en insumos y gastos en transporte, determinando la localización de mínimo costo total C .

Con este fin se puede recurrir al análisis gráfico tomando, en un sistema de ejes coordenados, C'_i en abscisas y C_i en ordenadas, con lo cual cada vértice i de la retícula queda definido por sus coordenadas C'_i y C_i en el plano (x,y) (Figura 3).

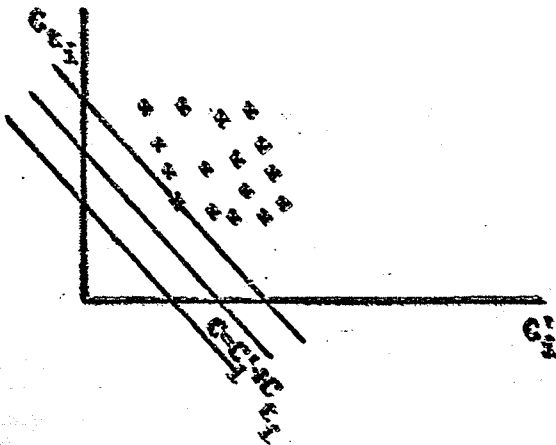


Figura 3

Una línea a 45° de pendiente negativa tiene por ecuación, en este diagrama

$$C = C'_i + C_i$$

y para distintos valores de C genera una familia de rectas de iso-costo total de producción y transporte, incluida la distribución de la producción y el abastecimiento de materias primas.

La localización óptima se encontrará, evidentemente, en el vértice i situado sobre la recta C más próxima al origen.

El esquema así planteado, combinación de soluciones analíticas y gráficas, resulta de utilidad para entender el problema de la localización industrial óptima como un problema de sustitución de gastos, tal como lo plantea A. Predöhl en [9].

La solución de casos concretos, mediante la utilización de computadoras, exige el abandono del análisis gráfico, tanto para la construcción de la retícula base, como para la selección de la combinación de costos de producción expresados a precios f.o.b. y costos totales de transporte que determinan la localización de costo total mínimo.

La solución, en el caso del plano homogéneo, se obtiene introduciendo en el programa de computación, entre otras, las siguientes etapas:

- 1) Trazado de la retícula base;
- 2) Cálculo de las distancias d_{ji} ;
- 3) Cálculo del costo C_i para cada vértice de la retícula;
- 4) Selección del costo total mínimo (producción + transporte);
- 5) Densificación de la retícula base en torno al i al cual le corresponde el mínimo;
- 6) Cálculo de las distancias d_{ji} ;
- 7) Cálculo del costo C_i para cada vértice de la nueva retícula;
- 8) Selección del i al cual le corresponde el costo total mínimo;
- 9) Continúa la iteración.

En el caso de localizaciones discretas se hace necesario introducir el análisis de redes a efectos de determinar los recorridos más cortos de materias primas y productos elaborados correspondientes a cada localización, sobre cuya base se han de determinar los correspondientes d_{ji} .

Dado que el problema está planteado como la búsqueda empírica de un mínimo, disponiéndose de un número discreto de valores de la función a minimizar, no se plantea la necesidad de verificar el cumplimiento de condiciones de primero y segundo orden para el mínimo.

En [8] se plantea esa necesidad, a nuestro entender en forma errónea. Esto porque la función presenta, al estar fijado \bar{q} , un mínimo absoluto, a diferencia de lo que ocurre en el análisis de Mo-

ses [7], en el cual q es variable y pueden presentarse varios mínimos para distintos valores de q .

No se presentan, de este modo, problemas matemáticos para soluciones en puntos singulares. (vértices) [8], las cuales son económicamente factibles.

El esquema de solución permite, además, el análisis para casos en los cuales se modifiquen algunos supuestos del plano homogéneo, entre ellos, la introducción de tarifas no proporcionales a las distancias y costos diferenciales para algunos insumos no transportables (mano de obra, por ejemplo).

En el Anexo se incorporan tres ejemplos que muestran formas alternativas de operación frente a diferencias en las características del problema planteado.

A N E X O

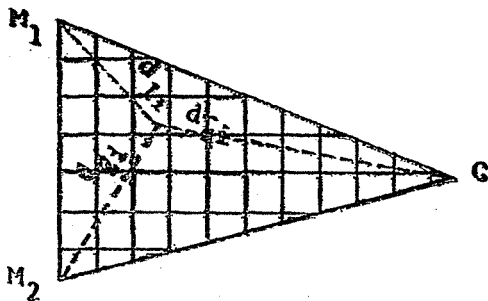
Supóngase dos fuentes de materias primas M_1 y M_2 y un mercado consumidor C , en un plano homogéneo.

A la planta cuya localización se desea determinar le corresponde una función de producción del tipo Cobb-Douglas de la forma $q = Ax^\alpha x^\beta$ y un nivel de producción \bar{q} dado por la demanda en C . En la función de producción, x_1 y x_2 son cantidades de materias primas.

De acuerdo a lo establecido en el cuerpo principal de esta comunicación el problema se reduce a determinar

$$\text{mín } C_1 = p_1x_{11} + p_2x_{21} + x_{11}t_1d_{11} + x_{21}t_2d_{21} + \bar{q}t_3d_{q1}$$

una vez que se ha cubierto el plano M_1M_2C con una retícula base.



Las cantidades de insumos x_{1i} y x_{2i} se determinan resolviendo

$$\text{minimizar } C = (p_1 + t_1 d_{1i}) x_{1i} + (p_2 + t_2 d_{2i}) x_{2i}$$

Sujeto a
$$\bar{q} = A x_{1i}^{\alpha} x_{2i}^{\beta}$$

Utilizando los multiplicadores de Lagrange se obtiene, haciendo

$$p_1 + t_1 d_{1i} = p_{1i}$$

$$p_2 + t_2 d_{2i} = p_{2i}$$

la siguiente expresión:

$$L = p_{1i} x_{1i} + p_{2i} x_{2i} + \lambda (A x_{1i}^{\alpha} x_{2i}^{\beta} - \bar{q}) \quad (1)$$

a partir de la cual

$$\frac{\delta L}{\delta x_{1i}} = p_{1i} + \alpha \lambda A x_{1i}^{\alpha-1} x_{2i}^{\beta} \quad (2)$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{2i}} = p_{2i} + \beta \lambda A x_{1i}^{\alpha} x_{2i}^{\beta-1} \quad (3)$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = A x_{1i}^{\alpha} x_{2i}^{\beta} - \bar{q} \quad (4)$$

Igualando a cero las expresiones (2), (3) y (4) se obtiene:

$$p_{1i} + \alpha \lambda A x_{1i}^{\alpha-1} x_{2i}^{\beta} = p_{1i} + \alpha \lambda \frac{\bar{q}}{x_{1i}} = 0 \quad (5)$$

$$p_{2i} + \beta \lambda A x_{1i}^{\alpha} x_{2i}^{\beta-1} = p_{2i} + \beta \lambda \frac{\bar{q}}{x_{2i}} = 0 \quad (6)$$

$$A x_{1i}^{\alpha} x_{2i}^{\beta} = \bar{q} \quad (7)$$

Despejando λ en (5) y (6).

$$\lambda = - \frac{p_{11} x_{11}}{\alpha \bar{q}} \quad (8)$$

$$\lambda = - \frac{p_{21} x_{21}}{\beta \bar{q}} \quad (9)$$

Dividiendo miembro a miembro

$$1 = \frac{p_{11}}{p_{21}} \frac{\beta}{\alpha} \frac{x_{21}}{x_{11}} \quad (10)$$

De donde

$$x_{21} = \frac{p_{21}}{p_{11}} \frac{\alpha}{\beta} x_{11} \quad (11)$$

Reemplazando en (7)

$$\bar{q} = A x_{11}^{\alpha} \left[\frac{p_{21}}{p_{11}} \frac{\alpha}{\beta} x_{11} \right]^{\beta} \quad (12)$$

Expresión que permite despejar

$$x_{11} = \left(\frac{\bar{q}}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left[\frac{p_{11}}{p_{21}} \frac{\beta}{\alpha} \right]^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \quad (13)$$

Conocido x_{11} se puede despejar de (7)

$$x_{21} = \left[\frac{\bar{q}/A}{x_{11}} \right]^{1/\beta} \quad (14)$$

Ejemplo nº 1. Determinar la localización industrial óptima, dadas las fuentes de materias primas M_1 y M_2 y la localización de

mercado C (Figura 4) para una planta a la cual le corresponde la siguiente función de producción

$$q = 2.5 x_1^{0.5} x_2^{0.4}$$

de acuerdo a la siguiente información

$$t_1 = 2.5$$

$$t_2 = 1.5$$

$$t_3 = 3.0$$

$$p_1 = 5.000$$

$$p_2 = 2.000$$

$$\bar{q} = 10.000$$

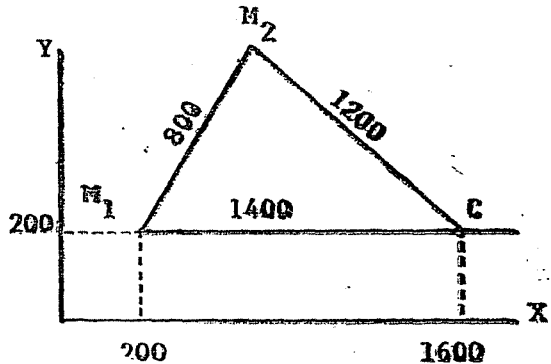


Figura 4

El algoritmo de cómputo, sin incluir el trazado de la retícula y el cálculo de las distancias a cada vértice, es el siguiente:

1) Calcular $\frac{\alpha}{\beta}$

2) Calcular $(\alpha + \beta)$

3) Calcular $\frac{1}{\alpha + \beta}$

4) Calcular $\frac{\beta}{\alpha + \beta}$

5) Calcular $\frac{\bar{q}}{A}$

- 6) Calcular $\left[\frac{\bar{q}/A}{\alpha+\beta} \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$
- 7) Calcular $t_1 d_{11} =$
 $t_2 d_{21} =$
 $t_3 d_{31} =$
- 8) Calcular $p_{11} = p_1 + t_1 d_{11}$
 $p_{21} = p_2 + t_2 d_{21}$
- 9) Calcular $\frac{p_{21}}{p_{11}}$
- 10) Calcular $x_{11} = \left[\frac{p_{21}}{p_{11}} \frac{\alpha}{\beta} \right]^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left[\frac{\bar{q}}{A} \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$
- 11) Calcular x_{11}^{α}
- 12) Calcular $x_{21} = \left[\frac{q/A}{x_{11}} \right]^{\frac{1}{\beta}}$
- 13) Calcular $C_i = x_{11} t_1 d_{11} + x_{21} t_2 d_{21} + \bar{q} t_3 \frac{d_{31}}{q}$
- 14) Calcular $C'_i = p_1 x_{11} + p_2 x_{21}$
- 15) Calcular $c_i + C'_i = C_i$
- 16) Determinar el mínimo C_i
- 17) Determinar las coordenadas correspondientes al mínimo C_i

La siguiente salida de computadora corresponde al ejemplo planteado. Ella consigna, como se desprende de ESC ABS y ESC ORD, los resultados correspondientes a la cuarta etapa de iteración en la densificación de la red en un entorno del primer i al cual le corresponde un C_i mínimo.

SALIDA DE COMPUTADORA EJEMPLO Nº 1

ESC ABS	140.00	ESC ORD	68.43
ESC ABS	28.00	ESC ORD	13.68
ESC ABS	5.60	ESC ORD	2.73
ESC ABS	1.11	ESC ORD	0.54
1) 1.25			
2) 0.90			
3) 1.11			
4) 0.44			
5) 4000.00			
6) 10052.8125			
7) 1748.29	646.84	2497.19	
1750.81	647.67	2494.07	
.....	
1779.46	648.26	2472.26	
8) 6748.29	2646.84		
6750.81	2647.67		
.....		
6779.49	2648.26		
9) 0.3922			
.....			
0.3915			
.....			
0.3906			
10) 7323.30	11) 85.57	12) 14937.10	
7323.11	85.57	14937.59	
.....	
7310.06	85.49	14970.92	
13) 47437240.09	14) 66490712.09	15) 113927952.21	
47436840.09	66490736.09	113927568.21	
.....	
47435736.10	66492168.70	113927904.21	
16) 113926528.18			
17) ABSCISA 7	ORDENADA	3	
ABSCISA 833.92	ORDENADA	510.39	

Ejemplo nº 2. Dadas las localizaciones de materias primas M_1 y M_2 y las localizaciones de mercado C_1 y C_2 , determinar la localización óptima de una planta a la cual le corresponde la función de producción:

$$q = A x_1^{\alpha_1} x_2^{\beta_2} = 2.5 x_1^{0.5} x_2^{0.4}$$

de acuerdo a la siguiente información:

$t_1 = 2.5$	$\bar{q}_4 = 6.000$
$t_2 = 1.5$	$x_1 = 0$
$t_3 = 3.0$	$x_2 = 250$
$t_4 = 3.0$	$x_3 = 1.000$
$p_1 = 5.000$	$x_4 = 0$
$p_2 = 2.000$	$y_1 = 0$
$\bar{q} = 10.000$	$y_2 = 755$
$\bar{q}_3 = 4.000$	$y_3 = 1.080$
	$y_4 = 1.200$

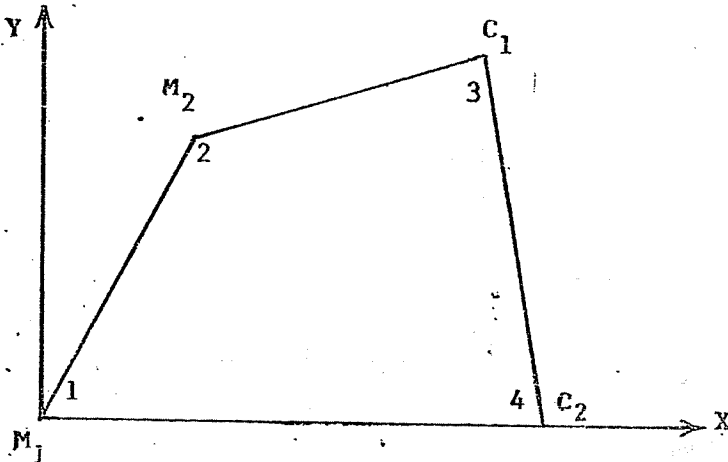


Figura 5

El algoritmo de cómputo, en este caso, presenta pequeñas variantes en relación al Ejercicio nº 1. Se lo expone a continuación, sin incluir las etapas de trazado de la retícula y el cálculo de las distancias d_{ij} a cada vértice de la misma.

1) Calcular $\frac{\alpha}{\beta}$

2) Calcular $(\alpha + \beta)$

3) Calcular $\frac{1}{\alpha + \beta}$

4) Calcular $\frac{\beta}{\alpha + \beta}$

5) Calcular \bar{q}/A

6) Calcular $\left[\frac{q}{A} \right]^{\frac{1}{\alpha + \beta}}$

7) Calcular $t_1 d_{11}$
 $t_2 d_{21}$
 $t_3 d_{31}$
 $t_4 d_{41}$

8) Calcular $p_{11} = p_1 + t_1 d_{11}$
 $p_{21} = p_2 + t_2 d_{21}$

9) Calcular $\frac{p_{21}}{p_{11}}$

10) Calcular $x_{11} = \left[\frac{p_{21}}{p_{11}} \frac{\alpha}{\beta} \right]^{\frac{\beta}{\alpha + \beta}} \left[\frac{\bar{q}}{A} \right]^{\frac{1}{\alpha + \beta}}$

11) Calcular x^{α}_{11}

12) Calcular $x_{21} = \left[\frac{\bar{q}/A}{x^{\alpha}_{11}} \right]^{1/\beta}$

13) Calcular $C_t = x_{11} t_1 d_{11} + x_{21} t_2 d_{21} + \bar{q} t_3 d_{31} + \bar{q} t_4 d_{41}$

14) $C'_1 = p_1 x_{11} + p_2 x_{21}$

15) $C_i = C'_i + C_t$

16) Determinar C_i mínimo.

17) Determinar las coordenadas de C_i mínimo.

La siguiente salida de computadora, en la cual se ha impreso solamente la cuarta etapa de iteración en la densificación de la retícula base, ilustra el proceso de cómputo de este caso concreto.

SALIDA DE COMPUTADORA EJEMPLO Nº 2

ESC ABS	120.00	ESC ORD	100.00
ESC ABS	24.00	ESC ORD	20.00
ESC ABS	4.80	ESC ORD	4.00
ESC ABS	0.95	ESC ORD	0.80
1) 1.25			
2) 0.90			
3) 1.11			
4) 0.44			
5) 4000.00			
6) 10052.8125			
7) 1968.81	12.94		2476.09
1971.16	11.94		2474.94
.....
1997.92	5.91		2442.61
8) 6968.87	2012.94	9) 0.2888	
6971.16	2011.94	0.1886	
.....
6997.92	2005.91		0.2866
10) 6392.27	11) 79.95	12) 17704.38	
6398.94	79.93	17712.44	
.....
6370.56	79.81		17779.83
13) 31952232.05	14) 67370144.21	15) 99322368.18	
31924932.04	67374640.21	99299568.18	
.....
31755552.05	67412496.18		99168032.21
16) 99088736.18			
17) ABSCISA	8	ORDENADA	8
ABSCISA	755.52	ORDENADA	249.60

Ejemplo n° 3. Supónganse las 9 localizaciones discretas presentadas en la Figura 6 y un proceso productivo que utiliza las materias primas M_1 y M_2 de acuerdo a la función de producción

$$q = A x_1^\alpha x_2^\beta = 2.5 x_1^{0.5} x_2^{0.4}$$

Supóngase, también, que la materia prima M_1 se encuentra localizada en 1 y la materia prima M_2 se encuentra localizada en 1,2,3,4,5,6,7,8 y 9 con precios diferenciales. El mercado consumidor se localiza en 5 y 3 es estación de trasbordo para los recorridos 3-4 y 3-6. Se supone que el costo de las operaciones de trasbordo equivale a 100 km. de recorrido para cualquier tipo de carga.

A efectos de tomar en cuenta los trasbordos, en la red de la Figura 6 se han introducido los nodos ficticios 10 y 11.

La matriz de distancias resulta, para esa red:

CUADRO N° 1

MATRIZ DE DISTANCIAS CORRESPONDIENTE A LA RED DE LA FIG. 6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		410							370		
2			650					540	585		
3								615		100	100
4					400	490				700	
5						710					
6						360					
7								600			
8									430		
9											
10											
11											

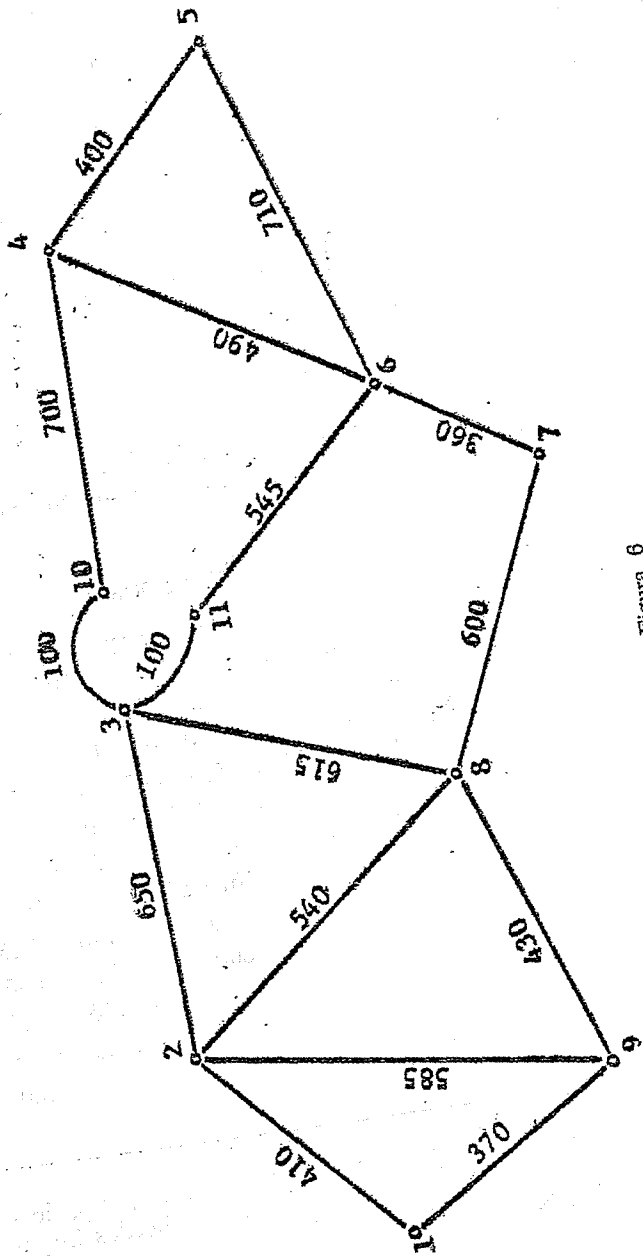


Figura 6

Se agrega, además, la siguiente información:

$p_1 = 5.000$	$p_{21} = 2.000$	$\bar{q} = 100.00$
	$p_{22} = 500$	$\alpha = 0.5$
	$p_{23} = 2.000$	$\beta = 0.4$
	$p_{24} = 500$	$A = 2.5$
	$p_{25} = 2.000$	
	$p_{26} = 2.000$	
	$p_{27} = 2.000$	
	$p_{28} = 750$	
	$p_{29} = 2.000$	

Utilizando un programa para la determinación de la ruta más corta entre nodos de una red, se obtiene la siguiente salida de computadora:

RUTAS MAS CORTAS ENTRE NODOS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	410	1060	1860	2260	1705	1400	800	370	1160	1160
2		650	1450	1850	1295	1140	540	585	750	750
3			800	1200	645	1005	615	1045	100	100
4				400	490	850	1415	1845	700	900
5					710	1070	1670	2100	1100	1255
6						360	960	1390	745	545
7							600	1030	1105	905
8								430	715	715
9									1145	1145
10										200
11										

El Cuadro n° 2 resume las distancias mínimas entre nodos, después de haber depurado el cuadro anterior por los trasbordos imputados a la localización 3.

CUADRO Nº 2

DISTANCIAS MINIMAS ENTRE NODOS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		410	1060	1860	2260	1705	1400	800	370	1160	1160
2			650	1450	1850	1295	1140	540	585	750	750
3*				700	1100	545	905	615	1045	—	—
4					400	490	850	1415	1845	700	900
5						710	1070	1670	2100	1100	1255
6							360	960	1390	745	545
7								600	1030	1105	905
8									430	715	715
9										1145	1145
11											
10											200

* Se eliminaron los trasbordos, considerando que la localización se verifica en 3. Utilizando esas distancias como distancias d_{ij} , se llega al siguiente Cuadro

CUADRO Nº 3

i	l_1	l_2	l_3
1	0	0	2260
2	410	0	1850
3	1060	0	1100
4	1860	0	400
5	2260	0	0
6	1705	0	710
7	1400	0	1070
8	800	0	1670
9	370	0	2100

A partir de esta etapa se puede utilizar un algoritmo semejante al de casos anteriores, cuya salida de computadora se adjunta a continuación:

1) 1.25		
2) 0.90		
3) 1.11		
4) 0.44		
5) 40000.00		
6) 129837.4544		
7) 0.00	0.00	6780.00
1025.00	0.00	5550.00
.....
925.00	0.00	6300.00
8) 5000.00	2.000.00	9) 0.40
6025.00	500.00	0.08
.....
5925.00	2.000.00	0.33
10) 95413.29	11) 308.89	12) 190826.58
47427.73	217.77	4572203.39
.....
88480.01	297.45	209697.62
13) 678000000.74	14) 858719625.49	15) 1536719626.49
603613433.24	1151545491.99	1755158923.99
539300216.49	878271089.49	1417571306.49
298881430.12	1380272212.49	1679153641.49
385221786.24	921805048.24	1307026833.99
522221457.87	900278781.74	1422500238.99
584788091.24	889342709.99	1474130801.49
607260938.99	1059067350.49	1666328288.99
711844011.24	861795317.24	1573639328.49
16) M _{in} . C _i = 1307026833.99		

La localización óptima resulta ser la localización del mercado consumidor (5) a pesar de la existencia de estaciones de trasbordo y localizaciones de materias primas baratas. Ello se debe a la forma en que ha sido planteado el problema, forma especialmente elegida para demostrar que los desarrollos referentes a estaciones de trasbordo sólo son válidos en los casos especiales que responden a los supuestos de demostración.

Si los supuestos iniciales hubieran excluido la existencia de materia prima M_2 en la localización del mercado consumidor, tal como se deduce de la columna 15) de la salida de computadora, la localización óptima se hubiera dado en la estación de traspordo 3.

BIBLIOGRAFIA

- [1] COOPER, L.: "Solution of generalized locational equilibrium models", *Journal of Regional Science*. Vol. 7, nº 1, 1967, pp. 1-18.
- [2] COOPER, L.: "An extension of the generalized Weber problem", *Journal of Regional Science*. Vol. 8, nº 2, 1968, pp. 181-197.
- [3] GRUPE, H. J. C.: "Teoría de la Localización y Análisis Regional", *Notas del Departamento de Economía y Finanzas*. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba, nº 4.3, 1973, pp. 24-28.
- [4] ISARD, W.: *Location and Space Economy*, M.I.T. Press. Cambridge, 1956.
- [5] KUHN, H. y KUENNE, R. E.: "An efficient algorithm for the numerical solution of the generalized Weber problem in spatial economics", *Journal of Regional Science*. Vol. 4, nº 2, 1962, pp. 21-33.
- [6] LÖSCH, A.: *Teoría Económica Espacial*, El Ateneo, Buenos Aires, 1957.
- [7] MOSES, L. N.: "Location and the Theory of Production", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXXII, 1958, pp. 259-272.
- [8] NIJKAMP, P. y PAELINCK, J.: "Neo-classical location problems", *Regional and Urban Economics*, Vol. 3, nº 4, Nov. 1973, pp. 383-405.
- [9] FREDÖHL, A.: *Economía Internacional*, El Ateneo, Buenos Aires, 1955.
- [10] SCHARLEG, A.: "Center of gravity and Weber's optimum", *Regional and Urban Economics*. Vol. 3, nº 4, Nov. 1973, pp. 371-382.
- [11] WEBER, A.: *Theory of location of industries*, University of Chicago Press. Chicago, 1929.

