Enseñar matemática en aulas plurigrado

Algunos aportes para su abordaje en la formación docente

Tranquera (2024) · Fotografía obtenida por el autor.

Marcos Abel Varettoni

Revista Científica **EFI · DGES** Volumen 10 · N° 17 Julio 2024

Marcos Abel Varettoni

Magíster en Educación (UNQ), especialista en Educación (FLACSO), licenciado en Educación Matemática (UNICEN) y profesor de Matemática (ISFD 87). Se desempeña como director del Centro de Capacitación, Información e Investigación Educativa de Ayacucho (Pcia. De Bs. As.), como capacitador del área de matemática para el nivel primario (Dirección de Formación Docente Permanente de la DGCyE) y como docente en el Profesorado de Educación Primaria y de Educación Inicial en cátedras relacionadas con la enseñanza de la matemática (ISFD 87 de Ayacucho). Es coautor de libros de textos de matemática destinados al nivel primario. También ha integrado equipos de investigación y participado como ponente en diferentes congresos de educación.

Contacto: varrebox@gmail.com

Enseñar matemática en aulas plurigrado

Algunos aportes para su abordaje en la formación docente

Teaching mathematics in multigrade classrooms. Some contributions to its approach in teacher training

Marcos Abel Varettoni

Fecha de recepción: 13 de marzo de 2024
Fecha de aceptación: 25 de junio de 2024

RESUMEN

Este trabajo se ocupa de la formación docente y presenta algunos aportes destinados a la construcción de conocimiento didáctico referido a la enseñanza de la matemática en aulas plurigrado. Se presentan decisiones y anticipaciones volcadas en la planificación de una propuesta destinada al estudio del sistema de numeración, las cuales apuntan a promover en el aula del profesorado distintas interacciones con diferentes niveles de complejidad desde un trabajo colectivo. Como parte de esa actividad y ese proceso de estudio, se trata de propiciar también la identificación de nuevas relaciones con los conocimientos en juego, con el quehacer en esta disciplina, atendiendo a las decisiones didácticas que lo promueven.

En primer lugar, se pretende dar cuenta del área de vacancia del tema planteado y sus razones a partir de la producción pedagógica y didáctica, para luego introducir posibles consignas para desarrollar en el aula de formación, fundamentando las razones de su elección.

palabras clave

formación docente · plurigrado · enseñanza de la matemática · educación rural · conocimiento didáctico

ABSTRACT

This paper deals of teacher training and presents some contributions aimed at the construction of didactic knowledge related to the teaching of mathematics in multigrade classrooms. Decisions and anticipations are presented in the planning of a proposal for the study of the number system, which aim to promote different interactions in the teacher's classroom with different levels of complexity of this knowledge from a collective work. As part of this activity and study process, the aim is also to promote the identification of new relationships with the knowledge at stake, with the work in this discipline, taking into account the didactic decisions that promote it.
First of all, the aim is to give an account of the area of vacancy of the subject raised and the reasons for this on the basis of the pedagogical and didactic production of reference and then introduce possible instructions to be developed in the training classroom, justifying the reasons for its choice.

keywords
teacher training · multigrade · mathematics instruction
rural education · didactic knowledge

Introducción

En este artículo, se presentan algunos aportes para la formación docente destinados a la construcción de conocimiento didáctico (Castedo, 2007) referido a la enseñanza de la matemática en plurigrados de escuelas primarias. Estos aportes resultan de diferentes experiencias y decisiones implementadas en una cátedra de primer año del Profesorado de Educación Primaria; puntualmente, se trata del Taller de pensamiento lógico matemático, espacio en el cual se espera que "el alumno/a recorra los conocimientos matemáticos anticipando resultados y procedimientos para luego resolver y, finalmente, validar sus producciones" (La Plata, Subsecretaría de Educación, 2007, p. 100). El motivo de la inclusión de consignas organizadas a partir de variantes que demandan diferentes relaciones con un mismo contenido se debe, por un lado, a la relevancia que se otorga a la producción y al trabajo en el área en un marco de diversidad asumida como un asunto –y a la vez un desafío– de la formación docente en todo su recorrido; y, por otro lado, a la necesidad de vincular la carrera docente con un contexto regional en el que la organización áulica en plurigrados no resulta una excepcionalidad.[1]

De manera general (independientemente del nivel educativo y de la institución), se asume la clase de Matemática como una

1 Refiere al Profesorado de Educación Primaria perteneciente al Instituto Superior de Formación Docente N.° 87 (ISFD 87) de la ciudad de Ayacucho. El partido de Ayacucho pertenece a la Pcia. de Bs. As., tiene una población de aprox. 22.000 habitantes, y es el cuarto en extensión del territorio bonaerense. Por su dimensión, posee un importante número de establecimientos educativos del ámbito rural correspondientes a los tres niveles obligatorios (inicial, primaria y secundaria).

comunidad (formada por estudiantes y docentes) que produce conocimientos a partir de la resolución de problemas, los cuales se identifican progresivamente a partir de esa tarea, pero también desde los intercambios de información, de procedimientos, de formas de representación, de argumentos sobre lo realizado, de las conclusiones y los saberes que aporta el docente, etc., dando cuenta de la necesidad de estos procesos y estas diferentes instancias (Sessa y Giuliani, 2008).

En relación con ello y desde una mirada de la formación docente, se valoriza la articulación de consignas que pongan en juego diferentes niveles de complejidad de un mismo conocimiento matemático con aquellas que apuntan a identificar y explicitar las condiciones didácticas que garanticen posibilidades de aprendizaje para todo el grupo. Se trata de instalar, de manera transversal en el trayecto formativo y desde su inicio, la consideración de diferentes modalidades de organización escolar; es decir, separarse del aula estándar dominante en el saber didáctico y pedagógico producido (Terigi, 2008).

Particularmente aquí se hace referencia al desafío que supone enseñar matemática en el plurigrado de escuelas primarias. Se coincide con diversos autores en lo que respecta a la complejidad que esta opción de organización escolar plantea (Broitman, Escobar, Sancha y Urretabizcaya, 2015; Terigi, 2006, 2008), ya que demanda modos de enseñar diferentes contenidos o diferentes niveles de complejidad de un mismo contenido a un mismo grupo, en condiciones de enseñanza simultánea y en un mismo espacio físico; pero también, supone la afirmación del potencial que esa opción de agrupamiento escolar tiene para producir conocimientos de manera colectiva (Broitman, Escobar y Sancha, 2021; Santos, 2021).

Como se mencionó, la relevancia del tema planteado en el campo de la formación docente radica en que la organización en aulas plurigrados predomina en la mayoría de los establecimientos rurales y en otras escuelas de matrícula mínima, por lo que será un contexto posible de desempeño profesional (y como se afirma, generalmente no constituye un marco para la producción pedagógica y didáctica). Pero además, y fundamentalmente, la alusión a aulas conformadas por alumnos con distintos niveles de conocimientos –característica de los plurigrados pero no únicamente de estos– posibilita instalar la diversidad como un tema transversal a la formación, como una característica de todo grupo de personas y, desde el enfoque didáctico que se asume, como un contexto favorable para generar oportunidades de aprendizaje (Broitman, Escobar, Sancha y Urretabizcaya, 2015).

“...la alusión a aulas conformadas por alumnos con distintos niveles de conocimientos –característica de los plurigrados pero no únicamente de estos– posibilita instalar la diversidad como un tema transversal a la formación, como una característica de todo grupo de personas y, desde el enfoque didáctico que se asume, como un contexto favorable para generar oportunidades de aprendizaje.”

 ISSN 2422-5975, en línea

Este posicionamiento tiene como pilar el valor que se le otorga a las interacciones sociales para el aprendizaje (Brousseau, 1986, 1994; Sadovsky, 2006; Sadovsky y Tarasow, 2013; Quaranta y Wolman, 2003), consideradas más allá de un intercambio de respuestas y procedimientos, como transformadoras y enriquecedoras de las relaciones con los conocimientos que inicialmente se hayan puesto en juego (Sadovsky y Tarasow, 2013). En estrecho vínculo con ello, el trabajo en la clase se centra en problemas constituidos a partir de consignas que favorecen plantear variantes[2] para dar lugar a distintos asuntos y complejidades de un mismo contenido, a la par que aseguran tratar con una estructura transversal y común de este. Se pretende propiciar que esos intercambios y esa cooperación en la construcción –particular y general– del conocimiento se identifique y se constituya en responsabilidad de toda la clase (Broitman, Escobar y Sancha, 2021):

> Para que el maestro pueda generar condiciones didácticas en torno a un conjunto de problemas que permitan que alumnos de edades y conocimientos diversos se enfrenten a verdaderos problemas es preciso reconocer y comandar una mayor diversidad de variables didácticas de cada clase de problemas. Este conocimiento didáctico resulta fundamental para lograr las transformaciones y variaciones de las situaciones de enseñanza reduciendo y aumentando su complejidad. Si bien este conocimiento es indispensable también en un aula de sección única, pensamos que su necesidad es mayor aún en aulas plurigrado. (p. 86)

Se remarca entonces la necesidad de que la enseñanza en el ámbito rural y específicamente en aulas plurigrado, en las distintas dimensiones que requiere su abordaje, forme parte del profesorado desde propuestas que atiendan a sus condiciones y demandas. Esta exigencia se sustenta en una realidad: "la mayor parte de los ISFD desatienden la formación específica en relación con lo rural, dado que se instalan en el centro de las ciudades, acentuando la formación de los futuros docentes en un único modelo pedagógico: el del aula estándar de escuela urbana de sección única" (Escobar, 2016, p. 1).

Se adoptan de referencia general distintos aportes teóricos pertenecientes a la didáctica de la matemática para la planificación, producción y fundamentación de estas propuestas (Brousseau, 1986, 2007; Sadovsky, 2006), apuntando a condiciones de enseñanza que den lugar a interacciones, simultáneas y de manera colaborativa, en torno a un mismo contenido y desde diferentes niveles de complejidad. Se afirma también que estos marcos resultan valiosos para el desarrollo de saberes profesionales para enseñar en la diversidad presente en cualquier aula, más allá de su organización escolar y gradual. Previamente, se presentan conceptos y dimensiones que permiten caracterizar y analizar la enseñanza en el ámbito rural y su –escasa– relación con la formación docente. Para contribuir a este análisis, se seleccionó una de las propuestas implementadas en el taller del profesorado, vinculada al estudio del valor posicional del sistema de numeración decimal, centrando su descripción en las decisiones involucradas en su planificación.

2 Particularmente, se hace referencia a las variables didácticas que puede comandar el docente para desplegar un campo de problemas relacionados con un mismo conocimiento pero atendiendo a distintas complejidades y relaciones. Este concepto se desarrolla más adelante en este trabajo.

Algunos antecedentes que remarcan el saber pedagógico y didáctico dominante en los profesorados

Entre los contenidos pertenecientes a la formación docente inicial, la construcción de saberes correspondientes a la planificación y organización de la enseñanza ocupa un lugar relevante, principalmente en los últimos años, marcados por las prácticas en terreno. Se asume que esta tarea, enmarcada en un acto complejo, diverso, contextualizado y de cierta imprevisibilidad, plantea distintos desafíos a la enseñanza, y por lo tanto, a la formación; entre ellos, la referencia a los diferentes escenarios y condiciones en que, en los tiempos actuales, se desarrolla la escolaridad. Sin embargo, Terigi (2008) advierte que esas anticipaciones o su correspondiente análisis generalmente se presentan, fundamentan, producen y reproducen atendiendo a un saber pedagógico por defecto, el cual es estructurado por características y condiciones que atraviesan la organización de la mayoría de las instituciones de la educación básica (Terigi, 2006); es decir, la graduación y la impartición de la enseñanza de manera simultánea (*ibidem*). Es sabido que no todas las escuelas tienen esa organización "por defecto" (por ejemplo, la mayoría de las escuelas primarias rurales), las cuales interpelan la formación –tanto inicial como continua– de los docentes que allí se desempeñan, y quizás las decisiones se vayan construyendo y fundamentando a partir de lo que la autora denomina "invención del hacer" (Terigi, 2006, 2008), es decir, desde sus propias prácticas y experiencias en esas "otras" escuelas. Esta realidad es compartida por distintas investigaciones que –con mayor abundancia en los últimos tiempos– se han ocupado del tema. Al respecto, en la tesis de Escobar (2016), se afirma:

> Pese a esta gran diversidad de realidades, tanto la formación docente inicial y continua como las propuestas curriculares y editoriales, han dado escasas respuestas específicas para las diversas modalidades de organización entre las que se encuentran las aulas plurigrado –tan frecuentes en las escuelas rurales y de islas–. Los docentes que allí se desempeñan, formados generalmente para el trabajo en escuelas graduadas de sección única, resuelven la enseñanza apelando a distintos saberes docentes que se adaptan o inventan en la práctica y/o se difunden entre pares. (p. 1)

Este último trabajo mencionado se considera un antecedente relevante, ya que se encarga de indagar la enseñanza de la matemática en plurigrado a partir de un estudio de caso sobre la experiencia de residencia realizada por estudiantes de un instituto de la Provincia de Buenos Aires. Entre las conclusiones, se destaca la escasez de materiales que refieran específicamente a ese tema, lo que deriva en que frecuentemente se recurra a docentes en ejercicio y con experiencia en estos contextos como referentes para la tarea formativa, por lo que los recursos en los que se apoyan suelen provenir de la observación de clases y del relato de experiencias. Escobar (*ibidem*) amplía la categoría "invención del hacer" como marco para fundamentar las intervenciones que deben realizar los formadores para orientar a los estudiantes en las prácticas que se realizan en este tipo de aulas.

Propuestas formativas para enseñar matemática en plurigrados

Análisis y aportes a partir del "juego del cajero"

El plurigrado demanda trabajar a la vez con alumnos que están cursando diferentes grados de la escolaridad, por lo que son variados sus conocimientos, sus recorridos respecto al trabajo en el área, el grado de autonomía, etc. Este modo de organización requiere atender cuestiones específicas en relación con cada una de las propuestas de enseñanza y un tipo de gestión particular que permita, en la medida de lo posible, que todos los alumnos tengan ciertos involucramientos con todas ellas, con las propias y también con las de los otros, entendiendo que –como se mencionó– estas instancias colectivas resultan fértiles para promover aprendizajes.

Para el docente, se presenta entonces el desafío de enseñar simultáneamente diferentes contenidos o distintos niveles de complejidad de un mismo contenido a alumnos de diferentes edades que comparten la misma aula. El estudio de los contenidos propuestos para la escuela primaria y el trabajo matemático que se espera por parte de los alumnos requiere de un largo plazo que involucra varios o todos los años del nivel, e incluso lo trasciende (Vergnaud, 1991). Desde la formación docente, implica considerar diferentes aproximaciones a esos conocimientos, de manera de identificar su complejidad y progresividad, como así también abarcar la variedad de situaciones en las que intervienen, reconociendo aspectos en común y diferencias. En general, se considera que al docente de un grado le corresponde la responsabilidad de abordar una parte específica de ese recorrido.

"Para el docente, se presenta entonces el desafío de enseñar simultáneamente diferentes contenidos o distintos niveles de complejidad de un mismo contenido a alumnos de diferentes edades que comparten la misma aula."

En el caso de las aulas plurigrado, esta tarea no solamente demanda responder a la cuestión de cómo planificar la enseñanza de los contenidos correspondientes a un grado de la escolaridad, sino también, cómo abordar distintos niveles de complejidad de un contenido de tal manera que permita trabajarlo simultáneamente con alumnos que pertenecen a diferentes grados. ¿Qué intervenciones docentes favorecen que los intercambios en el aula constituyan instancias de aprendizaje para cada alumno?, ¿cómo organizar la sistematización y el registro de las conclusiones particulares y generales a las que se arribe? En este trabajo, se pretende trasladar esas cuestiones a desafíos para la formación docente. ¿Qué propuestas resultan propicias para la construcción de saberes profesionales que permitan planificar y fundamentar las decisiones?, ¿cómo pueden contribuir distintos espacios de la formación a esos propósitos?, ¿cuáles son los marcos teóricos específicos que se consideran de referencia?

 ISSN 2422-5975, en línea

A continuación, se presentan algunos aportes para avanzar en –posibles y parciales– respuestas a partir de un conjunto de actividades implementadas en el profesorado para el estudio de uno de los contenidos de matemática que atraviesa toda la escuela primaria: la organización decimal y el valor posicional del sistema de numeración.

Se trata del "juego del cajero" (Argentina, Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, 2006). El análisis didáctico realizado en torno a esta propuesta se nutrió del trabajo realizado por Delprato y Fregona (2013) a partir de su implementación en un aula de formación de docentes en ejercicio pertenecientes a la educación de adultos. Más allá de que ese trabajo se enmarque en otro contexto educativo, las características organizativas de las escuelas de esta modalidad, junto a distintas cuestiones vinculadas a decisiones didácticas y a la diversidad del aula, lo constituyen en un referente para la organización y presentación de las ideas que se pretenden desarrollar aquí. Las autoras plantean que su intención no se circunscribió a comunicar una situación de enseñanza particular, sino, y centralmente, compartir el modo de análisis y de trabajo a partir del eje adecuación, selección de materiales y gestión de la clase en la modalidad de adultos. En este caso, esas cuestiones se trasladan a la escuela primaria con aula plurigrado, particularmente en el ámbito rural.

La intención es, a partir de una colección de problemas que se plantean variando las reglas del juego del cajero, desarrollar consignas que pueden favorecer un análisis centrado en distintos niveles de complejidad de los conocimientos (anticipar decisiones para desempeñarse de manera más eficaz), pero también en la identificación y explicitación de regularidades y asuntos en común, articulado con una aproximación al reconocimiento de condiciones didácticas que promueven su "convivencia" e identificación en una misma aula.

En el citado documento curricular, presentado en el marco de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios,[3] el "juego del cajero" se desarrolla como parte de las orientaciones para la enseñanza de la numeración en segundo grado del nivel primario. Plantea que los propósitos de esta secuencia están destinados a que los alumnos pongan en juego sus conocimientos sobre el sistema monetario,[4] utilicen descomposiciones aditivas y multiplicativas ligadas a la numeración y hagan funcionar cambios en distintos niveles: diez billetes de 1 se cambian por un billete de 10, y diez billetes de 10 se cambian por uno de 100 (en el documento intervienen números del 8 al 30). Como parte de la progresividad del trabajo, se agregan más vueltas (en un principio, son tres vueltas, luego cinco) y se incorpora la exigencia de la escritura de las descomposiciones y los cambios respecto a los números que se extraen. Gana el juego quien al finalizar se quede con menor cantidad de billetes.

La secuencia propone organizar la clase en grupos de 4 integrantes, de los cuales uno será el cajero, quien poseerá billetes (o monedas) de \$1, \$10 y \$100.[5] Por turno, cada jugador del grupo que no es cajero debe extraer un cartón y solicitar al cajero la cantidad de dinero expresada allí, especificando qué y cuántos billetes necesita. Si lo considera pertinente, el jugador puede solicitar cambio al cajero.

3 Corresponde a la serie *Cuadernos para el aula de matemática* del Ministerio de Educación de la Nación, de los cuales se publicaron 6 volúmenes, uno para cada grado del nivel primario. *El Juego del Cajero* se presenta a partir de una adaptación de la actividad propuesta en el libro *Apprentissages numériques et résolution de problémes. Cours préparatorie* (ERMEL, 1991). Fregona y Delprato parten de la versión que se encuentra en el libro de texto *Nuevo hacer matemática 2* (Parra y Saiz, 2006).

4 Se restringe el valor de los billetes y monedas a aquellos que corresponden a potencias de diez.

5 Los materiales que exige el documento citado son 30 monedas de \$1; 30 billetes de \$10; 6 billetes de \$100. También 22 tarjetas con un número del 8 al 30 y tres cajas para guardar el dinero de acuerdo a su valor.

La planificación para el desarrollo del juego en el aula del profesorado atendió a variar valores, reglas y dimensiones de tal manera que posibilitaran abordar propósitos dirigidos a construcciones de saberes desde una doble conceptualización (Lerner, Stella y Torres, 2009). En primer lugar, producir conocimientos matemáticos desde diferentes aproximaciones y niveles de complejidad, atendiendo a variantes, y sobre todo, a regularidades y propiedades en común. En segundo lugar, relacionado con lo anterior, identificar y explicitar las condiciones didácticas dirigidas a que esas diferentes interacciones (con los problemas, entre los alumnos, entre alumnos y docente) se desarrollen en condiciones de simultaneidad de los distintos participantes, de asimetría respecto a sus relaciones con los conocimientos en juego y que permitan reconocer y asumir responsabilidades individuales y colectivas tendientes a enriquecer aprendizajes del grupo en su totalidad.

Un aspecto central lo constituye la planificación de la enseñanza, que debe reflejar y explicitar las decisiones tomadas en relación con los saberes de la formación que se esperan abordar (asumiendo el largo proceso y trabajo interdisciplinar que involucra). La decisión de seleccionar un contenido matemático amplio (estudio del valor posicional con números naturales y números racionales) se apoya en lo que algunos trabajos manifiestan como una práctica usual de la planificación en aulas plurigrado (Escobar, 2021; Solares Pineda y Solares Rojas, 2018).

> La búsqueda de un contenido en sentido más amplio permite alojar dentro de la misma planificación a todo el ciclo; mientras que la selección de contenidos específicos procura considerar la particularidad de cada grado. En este sentido, el tratamiento ciclado parece apuntar a reducir la cantidad y extensión de las planificaciones sin modificar de manera significativa la organización de la enseñanza en el aula que se apoya fundamentalmente en la distribución graduada de los contenidos pautada por el diseño curricular y se traduce en la diversificación de las actividades asignadas a los alumnos. (Escobar, 2021, p. 108)

En función de estos marcos y propósitos, se anticiparon distintas variantes en la secuencia de referencia para su implementación en el aula del profesorado. Estas se analizaron a partir de una serie de interrogantes que se describen a continuación.

- ¿Qué variantes se pueden introducir al juego de tal manera que permita ampliar el tratamiento y la progresividad de un mismo contenido?

Para el análisis y las decisiones derivadas de esta cuestión resultó relevante el concepto de variable didáctica. Esa construcción teórica apunta a los valores de ciertos aspectos del problema y las variaciones que admite para provocar modificaciones en los procedimientos de resolución y así promover sucesivas aproximaciones a los conocimientos que son herramientas de solución (y que se pretenden enseñar) (Bartolomé y Fregona, 2003; Gálvez, 1998).

Al momento de armar la secuencia para el profesorado, una decisión relevante –propuesta en primer lugar– estuvo vinculada entonces al intervalo a abarcar de manera conjunta (¿números hasta 999? ¿Hasta 9.999? ¿Hasta 99.999?), y al campo numérico involucrado (¿números naturales solamente? ¿Números naturales y números racionales?).

Pero además, debido a que también se plantearon, para esta secuencia en el taller, contenidos vinculados a la identificación de las operaciones que subyacen a la organización del sistema de numeración decimal (sumas de multiplicaciones por sucesivas potencias de diez), resultaron necesarias otras modificaciones, ya que esos asuntos no se presentarán si solamente se atiende al "tamaño" de los números involucrados. Al respecto, una exigencia que se incorporó es la manera en que se deben realizar los pedidos y la comunicación de los billetes y la cantidad de dinero obtenida finalmente, dispuestos a partir de diferentes formas de representación: en algunos casos, se permite desde la oralidad; en otros, mediante un mensaje escrito; para algunas consignas, se restringió al uso de números y cálculos exclusivamente. En función de esa distribución, otra mirada estuvo puesta en los agrupamientos del aula.

- ¿Cómo organizar la clase?

Una de las escenas habituales en el plurigrado es la organización en subgrupos de acuerdo al grado de cursado. Si bien esta se considera una de las disposiciones posibles y que resulta necesaria cuando, por ejemplo, se necesita trabajar con contenidos diferentes o particulares de cada año o ciclo, se destaca el valor didáctico de otras opciones más flexibles y variadas que, justamente, este contexto posibilita y enriquece.

> *"Una de las escenas habituales en el plurigrado es la organización en subgrupos de acuerdo al grado de cursado."*

Una alternativa es distribuir los grupos desde criterios que se configuran a partir de los recursos y las reglas del juego asignadas a cada uno (en el caso de la escuela primaria, estas decisiones requerirán tener en cuenta diferentes relaciones y recorridos de los estudiantes con los conocimientos en juego, independientemente del grado al que pertenecen). En el aula del profesorado, una intervención importante es la reflexión y explicitación de las similitudes y diferencias de las responsabilidades asignadas a cada grupo. Esa opción lleva a centrar la atención en los problemas matemáticos planteados, requiriendo entonces anticipar qué conocimientos se consideran de partida para iniciar procedimientos de resolución de acuerdo a la consigna y los recursos dados (componente importante de la planificación), y, por lo tanto, las razones por las que se agrupan, qué desafíos supone cada variante de la situación, qué diferentes roles tienen los participantes, qué acuerdos y conclusiones se esperan de tal manera que constituyan avances para cada participante, para cada subgrupo y para la totalidad. A continuación, se explicita la organización prevista para la implementación en el taller.

Grupo A: Trabajan con tarjetas con números naturales de distinta cantidad de cifras (hasta 6 cifras) y pueden realizar los pedidos, cambios y comunicar el dinero y los billetes obtenidos (cantidad y valor) de la manera que consideren (oral o escrita).

Grupo B: Se le asignan tarjetas con números naturales de distinta cantidad de cifras (hasta 6 cifras), pero deben efectuar los pedidos, cambios y comunicar el dinero y los billetes obtenidos empleando números y cálculos exclusivamente.

Grupo C: Trabajan con tarjetas con naturales y con decimales (hasta centésimos), y pueden realizar los pedidos, cambios y comunicar el dinero y los billetes de la manera que consideren (oral o escrita).

Grupo D: Sus tarjetas tienen números naturales y números decimales (hasta centésimos), pero deben realizar los pedidos y comunicar el dinero y los billetes obtenidos mediante números y cálculos.

Desde esta organización, otra cuestión atendida correspondió a la coordinación de la tarea y de las producciones por parte del docente del taller (introducción, acompañamiento, tratamiento de ciertos errores, reorganización y presentación de saberes, etc.).

- ¿Qué intervenciones docentes se consideraron oportunas para avanzar en la construcción de conocimiento matemático y de conocimiento didáctico sobre los temas y contextos planteados?

Además de tener en cuenta aquellas acciones destinadas a presentar los problemas, asegurarse de que todos los comprendan, organizar los grupos, distribuir los materiales, recorrer el aula y recabar información del trabajo de los alumnos –sus aciertos y errores– para retomarla en la puesta en común, etc., es necesario construir, junto a los estudiantes, algunas condiciones didácticas específicas del trabajo en plurigrado en las que resultan fundamentales las intervenciones del docente para instalarlas.

En primer lugar, a la hora de presentar los distintos problemas –en este caso, las distintas variantes que se proponen para el juego– es importante que toda la clase tome conocimiento del conjunto de todas las propuestas que se han llevado al aula para abordar simultáneamente. Al respecto, se indica a cada grupo que enuncie en qué consisten las reglas del juego y los materiales que les han tocado, de tal manera que, al momento de compartir el trabajo, todos estén en conocimiento de las fuentes. Otro componente clave para estas construcciones lo constituye todo lo relacionado a los intercambios que durante y *a posteriori* de la resolución resultan necesarios, pensando en los distintos roles y asuntos involucrados (y asumiendo, como se mencionó, la relevancia de estas interacciones).

La puesta en común no se trata de una instancia en la que los alumnos pasan a mostrar lo que han realizado, sino de configurar una escena de confrontación e intercambio con intención de que la circulación de las producciones nutra lo realizado (Quaranta y Wolman, 2003). A su vez, el quehacer matemático demanda construcciones progresivas respecto a las maneras en que se comunica y se argumenta, las cuales también constituyen objetos de enseñanza. Esto requiere que formen parte de este momento ciertas producciones y no todas (más allá de que se realice un reconocimiento al trabajo que todos y cada uno de los alumnos han realizado), de tal manera que permitan realizar comparaciones, identificar errores, reconocer cuál es la estrategia más conveniente y vincularlas con los conceptos a enseñar, asuntos que también requieren ser analizados desde la formación. Al respecto, resulta importante destacar que no es una instancia en la que el docente delega en los alumnos la responsabilidad de comunicar lo realizado, sino, por el contrario, serán sus intervenciones las que permitirán ir estableciendo relaciones entre sus producciones y los contenidos a enseñar.

Uno de los aspectos centrales corresponde al trabajo colectivo que se pretende instalar respecto a la graduación del contenido y, desde allí, las conclusiones comunes a las que se pretende arribar. En relación con ello, la organización de las intervenciones del docente en el aula del profesorado se anticipó, en una primera parte, en función de los problemas y recursos dados a cada grupo. Por ejemplo, para los grupos A, se apuntó a que se explicite la información que aportan la numeración escrita y la designación oral para reconocer el valor y la cantidad de billetes que se necesitan. Algunas intervenciones registradas en la planificación son: "¿qué información pueden extraer del nombre del número para saber qué billetes y cuántos pedir?, ¿y de la escritura del número?, ¿eso pasará para cualquier número?, ¿por qué?". También se incluyeron cuestiones para trabajar sobre las respuestas y las restricciones en cuanto al empleo de la menor cantidad de billetes posibles, oportunidad para abordar la organización decimal del sistema de numeración. Por ejemplo, "¿en qué casos conviene solicitar cambio de billetes?, ¿es correcta la afirmación de que siempre se deben hacer cambios al tener más de 9 billetes de un mismo valor?, ¿eso pasa para cualquier billete de los que tienen?, ¿cómo pueden justificar la respuesta?, ¿a qué propiedad del sistema de numeración se deberá esa relación?".

En lo que respecta a los grupos B, a estas previsiones, se le añadieron cuestiones propias de las operaciones que subyacen al sistema de numeración decimal, para lo cual se previeron también diversas resoluciones (entendiendo que constituyen distintas aproximaciones al conocimiento en cuestión). Por ejemplo, se incluyen diferentes notaciones correspondientes a posibles mensajes, con la intención de vincularlos con las producciones del aula (10.000 10.000 1.000 1.000 1.000 1.000 100 100 100 100 1 1 1 1 1 1; 8 de 10, 4 de 1.000, 3 de 1, 5 de 10.000, 8 de 100; 1.000 + 1.000 + 1.000 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1, 3x1.000 + 2x100 + 4x10 + 7x1) en conjunto con una serie de intervenciones sobre ellas, por ejemplo, "¿qué cantidad de dinero les habrá tocado en cada caso?, ¿qué similitudes y diferencias encuentran entre estos pedidos?, ¿cuál les resulta más conveniente, más corto, más claro?, ¿por qué usó multiplicaciones y sumas en el último caso?, ¿cómo se puede hallar directamente con esta información el número que le tocó en la tarjeta?". Debido a que la intención es que estos intercambios no se presenten e instalen como un asunto propio de un grupo, se introducen instancias de interacciones entre subgrupos. En este caso, y atendiendo a lo trabajado por el grupo A, se pretende hacer entrar en escena las regularidades y la información que aporta la numeración oral. Por ejemplo, "para reconocer qué número se forma con 3x1.000 + 2x100 + 4x10 + 7x1, se puede apelar a la numeración oral, tres mil doscientos cuarenta y siete").

Las participaciones proyectadas para los grupos C y D apuntaron a propiciar el reconocimiento de cuestiones en común que se presentan en los mensajes anteriores (sobre números naturales) respecto a los que pudieran presentarse al interactuar con expresiones decimales (números racionales). Por ejemplo, "¿qué información brinda la coma respecto al pedido a realizar?, ¿también la lectura y escritura del número ayuda a saber los billetes que se necesitan?; en esta tarjeta salió 24,45, ¿esos dos 4 valen lo mismo?, ¿por qué?, ¿aquí también tuvieron que realizar cambios de billetes?, ¿cómo lo hicieron para los centavos?".

La intencionalidad de estas intervenciones es traer a la clase cuestiones propias de la escritura decimal pero que, a la vez, resultan una extensión de la organización decimal que tiene el sistema. Es decir, trasladar las conclusiones arribadas respecto al valor de cada cifra según su posición en la escritura de los números naturales a las expresiones decimales. Pero a su vez, para los integrantes del grupo A (mencionando que podría ser una propuesta destinada a alumnos del primer ciclo en el caso de su implementación en una escuela primaria con plurigrado), esas interacciones constituyen una oportunidad para extender sus resoluciones a casos en los que se presenten centavos y su relación respecto al peso. Para los grupos que trabajan con números decimales (pensando que podrían ser alumnos del segundo ciclo), los aportes de los primeros constituyen una oportunidad para vincular la escritura de los números, su designación y la organización posicional y decimal del sistema, relaciones que la enseñanza suele dejar de lado al tratarlos de manera separada.

Como se ha mencionado, se destaca que esos intercambios no queden en el aula como asuntos parciales y aislados en relación con los diferentes asuntos que incumben a cada grupo, sino que, por el contrario, puedan estar dirigidos a toda la clase (ya sea habilitando que todos los alumnos participen más allá de la intervención sobre un aspecto puntual de su trabajo, como también propiciando que todos estén atentos ante cada pregunta y cada respuesta). En ese sentido, se atiende a una construcción de conclusiones colectivas, de tal forma que se vayan hilvanando a partir de distintos aportes de diferentes grupos. Ejemplos de ello lo constituyen estas intervenciones registradas como posibles interacciones en el aula del taller: "los integrantes del grupo A dicen que mirando cada cifra pueden saber cuántos billetes de cada valor necesitan, ¿están de acuerdo los del grupo C?, ¿pasará lo mismo con los centavos y las cifras decimales?, ¿por qué?, ¿qué relación encuentran entre los pedidos que formularon los integrantes del grupo A con los mensajes que escribieron los del grupo B?, ¿y con los de los grupos C y D?". Otros asuntos no menores que se planificaron están relacionados con el registro (para su posterior reutilización y estudio) de los acuerdos y las conclusiones a las que se fue arribando.

- ¿Cómo sistematizar los avances de todo el grupo, de cada uno de los subgrupos y de cada uno de sus integrantes?

Con el objeto de explicitar y sistematizar los conceptos que se pretenden abordar, se incluyó la elaboración de un registro que permita distinguir los asuntos particulares y generales que puedan emerger a partir de esos intercambios entre ellos y con el docente (conclusiones que también se pusieron en relación con las que podrían surgir en un aula de la escuela primaria). A continuación, se detalla parte del análisis proyectado para la clase.

Aportes y conclusiones para cada grupo (y para todos):

Grupo A

- El nombre del número ayuda a los pedidos, por ejemplo, para "tres mil ochocientos seis" se necesitan 3 de $1000, 8 de $100 y 6 de $1.
- La cantidad de cifras permite saber cuál es el máximo valor de billete a pedir, por ejemplo, si es de 4 cifras, será el de $1000.
- Si se juntan más de 9 billetes de un mismo valor, conviene cambiar por un billete del valor siguiente. Por ejemplo, 10 billetes de $100 equivalen a 1 billete de $1000.
- Para usar la menor cantidad de billetes, existe una única manera. Por ejemplo, si sale 345, la menor cantidad de billetes para armarlo es 3 de 100, 4 de 10 y 5 de 1.
- Para obtener la suma total de dinero, conviene ordenar los billetes según su valor y empezar el recuento por los billetes de mayor valor.

Grupo B

- Se puede "desarmar" un número de diferentes maneras. En algunos casos, "queda muy extenso". También se pueden usar operaciones, por ejemplo, para 345, "100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1", "3x100 + 45x1", "34x10 + 5x1", "3x100 + 4x10 + 5x1".
- Las cifras del número original intervienen al usar sumas de multiplicaciones por 1, 10, 100, 1000, es decir, por sucesivas potencias de 10. Por ejemplo, 345 = 3x100 + 4x10 + 5x1.

Grupo C

- Las cifras que están detrás de la coma informan los centavos.
- Leyendo el número se puede saber la cantidad de billetes de cada valor que se necesitan, ya sea pesos o centavos.
- Los cambios se realizan de la misma manera: diez monedas de 1 centavo se cambian por una de 10 centavos, y diez monedas de 10 centavos se cambian por una de 1 peso.

Grupo D

- Para descomponer números decimales, también se pueden usar sumas de multiplicaciones por potencias de 10, por ejemplo: 24,45 = 2x10 + 4x1 + 4x0,10 + 4x0,01

Conclusiones para toda la clase

En cuanto al uso del dinero:

- Una cantidad de dinero se puede formar usando distintos valores de billetes, por lo que hay varias posibilidades.
- El nombre de los números da "pistas" para solicitar la cantidad de billetes o monedas de cada valor.
- En el caso de que sea un número decimal, se requerirán pesos y centavos. La coma decimal da información acerca de cuántos pesos y centavos solicitar.
- 10 billetes de un valor se pueden canjear por un billete del valor siguiente; eso se cumple tanto para los pesos como para los centavos.
- 10 monedas de 10 centavos equivalen a un peso, por lo tanto, 100 monedas de 1 centavo equivalen a un peso.

En cuanto al sistema de numeración decimal:

- El nombre del número ayuda a identificar "los unos, dieces, cienes, ..." que lo forman.
- La cantidad de cifras permite identificar si es "de los miles, de los cienes, de los dieces"; por ejemplo, "todos los cienes se escriben con tres cifras".
- Un número se puede descomponer de distintas maneras.
- La escritura del número resulta de la suma de multiplicar sus cifras por la potencia de diez que determina su posición. Por ejemplo: "3245 = 3x1000 + 2x100 + 4x10 + 5x1"; "42,36 = 4x10 + 6x1 + 3x0,1 + 6x0,01".
- Cada unidad equivale a diez unidades de la posición anterior.
- Los números siguientes a la coma se llaman décimos, centésimos, etc.
- 10 centésimos equivalen a un décimo; 10 décimos equivalen a uno, entonces 100 centésimos equivalen a 1.
- 0,1 es un décimo; como en cada décimo hay 10 centésimos, resultan equivalentes estas escrituras: 0,1 y 0,10.

El análisis de la continuidad, progresividad y variedad de los contenidos de matemática. Otro asunto importante para la formación

El abordaje de cuestiones como las mencionadas (en este desarrollo, centrado en la planificación y gestión de la clase e identificación de variables didácticas para un problema en particular) requiere ser ampliado y profundizado incorporando otros varios factores (por ejemplo, la tarea de enseñar en situaciones de excepcionalidad o frecuentes inasistencias de alumnos). Sería imposible desarrollarlos aquí dada su amplitud y complejidad. Solamente, en esta última parte, se hace mención a un asunto considerado relevante: el análisis de la continuidad y progresividad que presentan los contenidos a lo largo de los grados de la escuela primaria[6] (Broitman, Escobar, Sancha, Urretabizcaya, 2015).

Atendiendo a la propuesta planteada, centrada en la enseñanza del sistema de numeración a lo largo de la escuela primaria, se pueden considerar estos distintos aspectos "en común" y problemas que se derivan de ellos (sin pretender dar una lista exhaustiva):

- regularidades en la escritura y lectura de números de distinta cantidad de cifras ("¿qué tiene que aprender de nuevo un alumno para leer y escribir números de 4 cifras respecto a lo que ya sabe de los números anteriores?, ¿y para leer y escribir números mayores a

6 No se menciona como un contenido propio del taller del primer año del profesorado, sino como parte del recorrido en alguna de las materias y años.

ellos?, ¿cómo se nutren entre sí los aportes de aquellos que interactúan con números de distinta cantidad de cifras para avanzar en sus interpretaciones?");

- diferentes maneras de descomponer y componer números analizando el valor de las cifras según la posición y atendiendo a la o las operaciones involucradas ("¿qué relaciones pueden reconocer entre ellas –sumas, multiplicaciones por la unidad seguida de ceros, suma de multiplicaciones por la unidad seguida de ceros– y con la escritura del número del que surgen?, ¿cómo pueden nutrirse para promover avances en su interpretación?");
- relaciones entre las propiedades del sistema de numeración y las diferentes estrategias de cálculo ("¿cómo se va presentando gradualmente el entramado entre las propiedades del sistema de numeración y las estrategias de cálculo?");
- regularidades entre la organización decimal y posicional que se mantienen en la escritura de números naturales y en las expresiones decimales.

Este punteo intenta destacar los beneficios –desde el posicionamiento didáctico asumido– respecto a las interacciones que se puedan dar en relación con diferentes niveles de complejidad o gradualidad de un mismo conocimiento, pensando también en intercambios entre estudiantes de diferentes edades (Bustos Jiménez, 2010). Al ponerse en juego diferentes aproximaciones a los conocimientos, las propiedades, las formas de representación contribuyen a los aprendizajes de la comunidad del aula en su conjunto, tanto en la ampliación de sus conocimientos como en el apoyo entre esa diversidad para solucionar errores que hayan surgido (Broitman, Escobar, Sancha, Urretabizcaya, 2015).

"Al ponerse en juego diferentes aproximaciones a los conocimientos, las propiedades, las formas de representación contribuyen a los aprendizajes de la comunidad del aula en su conjunto, tanto en la ampliación de sus conocimientos como en el apoyo entre esa diversidad para solucionar errores que hayan surgido."

A modo de cierre

Este trabajo se desarrolló con la intención de reflejar las necesidades y demandas, en términos de saberes profesionales y herramientas para la intervención docente, que los distintos escenarios educativos plantean a los profesorados (los cuales tampoco son estables, ya que año a año se generan múltiples y variados programas que los modifican o implementan nuevas opciones). En particular, se focaliza en las aulas plurigrado del nivel primario y sus posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje compartido de la matemática. Tal como se ha expuesto, estos asuntos generalmente resultan ajenos a los planes de estudio y las prácticas en los profesorados, las cuales se configuran a partir del saber didáctico dominante: el del aula estándar, graduada y localizada en el ámbito urbano. Esta realidad se traduce en una insuficiencia de la formación inicial (Escobar, 2016; Terigi, 2008).

Se valoriza la incorporación de los contenidos desde un tratamiento transversal, de tal manera que cada una de las áreas pueda nutrir estas construcciones. En este sentido, se desarrolló el trabajo en torno a la planificación de un conjunto de problemas con la intención de que la articulación entre conocimientos matemáticos y didácticos constituya una oportunidad para identificar tanto nuevas relaciones con los contenidos matemáticos en juego (desde su continuidad, progresividad y variedad) como las decisiones e intervenciones docentes que pueden resultar más enriquecedoras para una comunidad cuyos integrantes poseen diferentes edades y parten de diferentes relaciones con los contenidos.

Por razones de espacio, quedaron otros asuntos sin tratar, como la planificación anual, las instancias de estudio y revisión colectivas, las prácticas de escritura, las estrategias que permiten atender a alumnos con discontinua asistencia a clases (característica del ámbito rural por las inclemencias del tiempo), cuestiones que podrán resultar parte de otros trabajos vinculados a la formación docente que también tengan la intención de instalar, problematizar y buscar alternativas a estos temas.

Referencias

Argentina. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación (2006). *Matemática 2*. Serie cuadernos para el aula. Núcleos de Aprendizajes Prioritarios.

Bartolomé, O. y Fregona, D. (2003). El conteo en un problema de distribución: una génesis posible en la enseñanza de los números naturales. En Panizza, M. (Comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB*. Paidós.

Broitman, C., Escobar, M., Sancha, I., y Urretabizcaya, J. (2015). Interacciones entre alumnos de diversos niveles de conocimientos matemáticos. Un estudio en un aula plurigrado de escuela primaria. *Yupana*, (8), 11-30. https://doi.org/10.14409/yu.v0i8.5014

Broitman, C., Escobar, M. y Sancha, I. (2021). La diversidad como ventaja en clases de Matemática de primaria. En Castedo, M., Broitman, C. y Siede, I. (Comps.), *Enseñar en la diversidad: Una investigación en escuela plurigrado primaria*. ULP.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-112. (Traducción de la Universidad Nacional de Córdoba).

Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En C. Parra e I. Saiz (Comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Paidós.

Brousseau, G. (2007). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Libros del Zorzal.

Bustos Jiménez, A. (2010). Aproximación a las aulas de escuela rural: heterogeneidad y aprendizaje en los grupos multigrado. *Revista de Educación*, 352, 353-378.

Castedo, M. (2007). Notas sobre la didáctica de la lectura y la escritura en la formación continua de docentes. *Lectura y vida*, 28(2), 6-18. http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.9653/pr.9653.pdf

ERMEL (1991). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*. París: Hatier.

Escobar, M. (2016). *La enseñanza de la Matemática en aulas plurigrado. Un estudio de caso sobre un Instituto Superior de Formación Docente de la provincia de Buenos Aires.* [Tesis de posgrado]. Universidad Nacional de La Plata. http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/tesis/te.1330/te.1330.pdf

Escobar, M. (2021). Matemática en aulas plurigrado: atender a la diversidad desde la planificación. En Castedo, M., Broitman, C. y Siede, I. (Comps.), *Enseñar en la diversidad: Una investigación en escuela plurigrado primaria*. ULP.

Delprato, M. F. y Fregona, D. (2013). Del usuario competente del sistema monetario al dominio de la escritura de los números. En Broitman, C. (Comp.), *Matemáticas en la escuela primaria (I)*. Paidós.

Gálvez, G. (1998). La didáctica de las matemáticas. En Parra, C. y Saiz, I. *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones*. Paidós.

La Plata. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Cultura y Educación (2007). *Diseño Curricular para la Educación Superior. Niveles Inicial y Primario.*

Lerner, D., Stella P. y Torres, M. (2009). *Formación docente en lectura y escritura*. Paidós.

Quaranta, M. E. y Wolman, S. (2003). Discusiones en la clase de matemática. Qué, para qué y cómo se discute. En Panizza, M., *Enseñar matemática en el nivel inicial y en el primer ciclo de la EGB*. Paidós.

Parra, C. y Saiz, I. (2006). *Nuevo hacer matemática 2.* Estrada.

Santos, L. (2021). Presentación. En Castedo, M., Broitman, C. y Siede, I. (Comps.), *Enseñar en la diversidad: Una investigación en escuelas plurigrado primaria.* ULP.

Sadovsky, P. (2006). *Enseñar matemática hoy. Miradas y desafíos.* Libros del Zorzal.

Sadovsky, P. y Tarasow, P. (2013). Transformar ideas con ideas. El espacio de discusión en la clase de matemática. En Broitman, C. (Comp.), *Matemáticas en la escuela primaria II. Saberes y conocimientos de niños y docentes.* Paidós.

Sessa, C. y Giuliani, D. (2008). Mirar la historia de la matemática para pensar en el aprendizaje y la enseñanza. *Enseñar matemática en Nivel Inicial y Primaria*, 4.

Solares Pineda, D. y Solares Rojas, A. (2018). *Retos y alternativas, la enseñanza de las matemáticas en telesecundarias multigrado. Un estudio de caso.* En Cano Ruíz, A. e Ibarra Aguirre, E. (Coords.), *Vulnerabilidad, innovación y prácticas docentes en escuelas multigrado*. Nómada.

Terigi, F. (2006). Las "otras" primarias y el problema de la enseñanza. *Diez miradas sobre la escuela primaria.* Siglo XXI.

Terigi, F. (2008). *Organización de la enseñanza en los plurigrados de las escuelas rurales.* [Tesis de maestría]. FLACSO.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las Matemáticas y la realidad: problema de la enseñanza de las matemáticas en la escuela.* Trillas.