

COMPARACIÓN DE LA ROBUSTEZ DE LA CARTA DE CONTROL CUSUM NORMAL ANTE LA PRESENCIA DE PROCESOS WEIBULL PARA INDIVIDUALES Y MUESTRAS UN ENFOQUE NO TRADICIONAL PARA MEDIR LA PERFORMANCE

ALICIA E. QUINTANA – LILIANA A. GARCIA □– RICARDO CASAL
Centro de Estudios de Calidad Total - Departamento de Matemática
Universidad Nacional del Sur – Bahía Blanca □– ARGENTINA
quintana@uns.edu.ar - lgarcia@uns.edu.ar – riccasal@criba.edu.ar

Fecha Recepción: Enero 2010 - Fecha Aceptación: Octubre 2010

RESUMEN

Las Cartas de Control son gráficos estadísticos para monitorear el funcionamiento de procesos críticos de una empresa, vigilando el valor de sus parámetros y controlando posibles cambios en ellos, mediante la toma de lecturas individuales o muestras a intervalos de tiempo preestablecidos. Las cartas CUSUM están entre las cartas más eficientes.

La carta CUSUM Normal, la más difundida, está diseñada específicamente para monitorear procesos normales. En la actualidad, son cada vez más habituales los procesos no normales, como en Ingeniería de la Confiabilidad. La distribución Weibull es la más recomendada para modelar tiempos de falla de componentes electrónicos y mecánicos y la resistencia de materiales.

Es sabido además que la toma de muestras incrementa sensiblemente la eficiencia de la carta. Por eso, nuestro objetivo es comparar la robustez de la carta CUSUM Normal ante la presencia de un proceso Weibull cuando monitoreamos tomando observaciones individuales y muestras.

Para evaluar la robustez recurrimos a un método no tradicional. Para un proceso fuera de control, utilizamos dos indicadores, la Longitud de Corrida Promedio y la Variabilidad a Derecha de éste. Para un proceso bajo control, la Longitud de Falsa Alarma Promedio y la Variabilidad a Izquierda de él.

PALABRAS CLAVES: Cartas de Control - CUSUM Normal – Weibull – Confiabilidad – Longitud de Corrida Promedio – Variabilidad Izquierda – Variabilidad Derecha

ABSTRACT

The Control Charts are statistical graphs to monitor the operation of critical processes of a company, monitoring the value of their main parameters and controlling possible changes in them, by taking individual readings or samples at preset time intervals. CUSUM Charts are among the most efficient control charts.

CUSUM Normal Chart, the most widespread, is specifically designed to monitor Normal processes. Today, nonnormal processes are increasingly common as Reliability Engineering. The Weibull distribution is the most recommended for modeling times of failure of electronic and mechanical components and the strength of materials.

It is well known that the sampling greatly increases the efficiency of the chart. Therefore, our goal is to evaluate the robustness of the CUSUM Normal Chart in the presence of a Weibull process when we monitor taking individual observations and compare it with that obtained when samples are taken.

To evaluate the robustness we resort to a non-traditional method. For a process out of control, we use two indicators, Average Run Length and the Variability to Right of this average. For a process in control, we use Average False Alarm Length and the Variability to Left of this average.

KEYWORDS: Control Charts - CUSUM - Normal - Weibull - Reliability - Average Run Length – Left Variability - Right Variability

1.INTRODUCCIÓN

La incorporación de tecnologías de avanzada a la industria no sólo permite obtener productos de calidad que se adaptan cada vez más a las necesidades del momento sino también aparecen nuevos componentes electrónicos y mecánicos que tornan a los equipos industriales cada vez más complejos y riesgosos.

Para ello, invertir tiempo en diseñar procesos para fabricar componentes bajo la doctrina y la metodología que nos enseña la Calidad Total es un camino que va en creciente las empresas que lo adoptan para mantenerse dentro de los actuales mercados competitivos.

Las Cartas de Control son la herramienta más valiosa con la que cuenta el Control Estadístico de los Procesos (CEP) críticos de una empresa.

Se trata de gráficos estadísticos para diagnosticar el funcionamiento de tales procesos, monitoreando el valor de sus principales parámetros (como la media del proceso) y controlando posibles cambios (corrimientos) en ellos mediante la toma de lecturas individuales o muestras a intervalos de tiempo, habitualmente regulares. En el caso de la media, los corrimientos se expresan como $D_{\mu} = d \cdot \sigma$, siendo σ el desvío estándar del proceso.

La Carta de Control Bilateral permite controlar cambios en sus parámetros hacia arriba y abajo de la media del proceso. Se hace, en cada instante del monitoreo, a través de dos Estadísticos de Control, cuyos valores son graficados en la carta mediante puntos para luego compararlos con dos líneas de control (horizontales) y concluir, mediante reglas preestablecidas, que el proceso está bajo control (en cuyo caso sigue su curso) o, fuera de control (emitiendo una señal de alerta), si sus parámetros han sufrido cambios con una consecuente toma de acciones correctivas, preventivas y/o proactivas para restablecer el proceso a su normal funcionamiento o conducirlo a un desempeño aún más deseable que el anterior. Las líneas de control superior (a la línea central), para detectar cambios hacia arriba del valor nominal del parámetro; inferior, para corrimientos hacia abajo, y central se determinan con principios estadísticos.

Las cartas CUSUM se destacan de otras por su rapidez para detectar pequeños cambios en los parámetros del proceso ($D_{\mu} \leq 1.5 \text{ o } 2\sigma$, en el caso de la media del proceso). Para una descripción completa sobre cartas CUSUM puede consultarse a Hawkins (1998).

La carta CUSUM Normal es la más difundida y aplicada. Está diseñada específicamente para monitorear procesos normales. Sin embargo, en la industria es cada vez más frecuente la presencia de procesos no normales como sucede en Ingeniería de la Confiabilidad. Para modelar los tiempos de falla de muchos componentes electrónicos y mecánicos se usa la distribución de probabilidad Weibull. Un parámetro de vital importancia a controlar durante su producción es el tiempo promedio de falla. Para una breve descripción de la distribución Weibull puede consultarse a Quintana et al. (2006).

Es sabido que el uso de muestras incrementa sensiblemente la velocidad de una Carta de Control para emitir una señal de fuera de control. La popularidad de la Carta CUSUM Normal, la importancia en la industria de la distribución Weibull y el beneficio en sensibilidad cuando se usan muestras son los motivos que llevaron a los autores a comparar la robustez de la carta CUSUM Normal cuando se monitorea la media de un proceso Weibull tomando observaciones individuales con la que se obtiene cuando se toman muestras.

Para evaluar la robustez, debemos investigar la velocidad de respuesta de la carta ante un posible cambio.

Tradicionalmente, esta velocidad se mide con las variables aleatorias: Longitud de Corrida (LC), para un proceso fuera de control y Longitud de Falsa Alarma (LFA), para un proceso bajo control.

Tradicionalmente, las Medidas Estándar usadas son: la Longitud de Corrida Promedio (LCP), para proceso fuera de control y la Longitud de Falsa Alarma Promedio (LFAP), para proceso bajo control. Pero, no son suficientes usadas por sí solas, miden de manera incompleta el real desempeño de la carta porque LC y LFA son variables aleatorias con alta variabilidad y distribución de probabilidad asimétrica.

En una primera instancia, los autores contemplaron los promedios y los coeficientes de variación de LC y LFA como medidas para evaluar la performance de una carta y lo aplicaron para determinar la robustez de la carta CUSUM Normal antes procesos Weibull para el caso de individuales únicamente (Quintana et al. (2006)).

La profundización del tema les permitió diseñar Medidas de Resumen Complementarias a las Estándar, adecuadas a cada estado del proceso, bajo y fuera de control, para luego ser aplicadas al estudio de diversas Cartas Shewhart y CUSUM ante la presencia de procesos sólo normales (Quintana et al. (2009a)). Recientemente, Quintana et al. (2009b) aplicó esta metodología para determinar la sensibilidad de la carta CUSUM Normal ante la presencia de procesos Weibull para individuales únicamente.

El principal interés de este trabajo es aplicar la metodología desarrollada en las publicaciones antes mencionadas para comparar de la sensibilidad de la Carta CUSUM Normal ante la presencia de procesos Weibull para individuales y muestras. Dicha metodología será brevemente descrita en la sección 2. Para estimar las Medidas Estándar y Complementarias optamos por un método de simulación diseñado específicamente para alcanzar los objetivos planteados.

Para construir la carta CUSUM Normal elegimos el Método Numérico (o Tabular) el cual exige la predeterminación de 2 parámetros: el valor de referencia "k" y el límite de decisión "h":

√ El valor de referencia k, para procesos normales, es igual a la mitad del corrimiento que se desea detectar como mínimo.

√ El límite de decisión h es la distancia a la que se ubican, de la línea central, las líneas de control superior e inferior, y depende del valor de LFAP elegido como tolerable. En los trabajos de comparación como éste, es habitual usar el valor LFAP = 370 pues corresponde a la LFAP de las cartas pioneras, las de Shewhart con límites de control situados a 3 desvíos estándar de la línea central. El valor 370 regirá en este trabajo.

En cuanto al tamaño de la muestra utilizado en cada instante del monitoreo, optamos por tomar $n=4$ por considerar dicho valor entre los más usados.

2. MEDIDAS DE RESUMEN ESTÁNDAR Y COMPLEMENTARIAS

Es sabido que LC y LFA, son variables aleatorias con alta variabilidad y distribución de probabilidad asimétrica. Luego, se recomienda que los promedios (medidas estándar) LCP y LFAP estén acompañados por otro tipo de medidas (de dispersión, porcentajes) para describir con mayor fidelidad el comportamiento de una carta.

Podrían tomarse, como medidas de dispersión, los Coeficientes de Variación de LC ($CV(LC)$) y de LFA ($CV(LFA)$). Representan la variabilidad total que sufren, respectivamente, las variables LC y LFA en torno a sus propios valores esperados, medidas en términos porcentuales. Luego, cuanto más grande es la LFAP y más pequeños son la LCP y los coeficientes de variación, más eficiente es la carta. Pero, en Cartas de Control, para un corrimiento dado, cuanto más distantes entre sí de la línea central estén los límites de control, mayor será el valor de LFAP, lo cual es beneficioso; pero, simultáneamente, aumentará el valor de LCP, lo que es perjudicial.

Por lo tanto, para un corrimiento dado, no es factible obtener una carta con la LFAP más grande posible y, por el contrario, la LCP más pequeña posible. En la práctica, lo que se hace es llegar a un valor de equilibrio, los límites de control son determinados de tal forma que la LFAP resulte en un valor tolerable (como, por ejemplo, 370 puntos) y la LCP, para un corrimiento dado, en uno satisfactorio.

En cuanto a los coeficientes $CV(LC)$ y $CV(LFA)$, no toda la variabilidad contenida en ellos es perjudicial. Expliquemos mejor esto:

√En el caso de un proceso bajo control, las corridas con longitudes superiores a lo esperado (LFAP) contribuyen a la variabilidad total en forma beneficiosa. Luego, la variabilidad existente a derecha de LFAP no nos afecta si es grande. En cambio, las corridas con longitudes inferiores a LFAP sí son preocupantes. La variabilidad a izquierda de LFAP es el único componente de la variabilidad total $CV(LFA)$ realmente perjudicial.

√En el caso de un proceso fuera de control, la situación es a la inversa. Las corridas con longitudes inferiores a lo esperado (LCP) son bien recibidas. Luego, la variabilidad existente a izquierda de LCP no nos inquieta si es grande. En cambio, las corridas con longitudes superiores a LCP sí son preocupantes. La variabilidad a derecha de LCP es el único componente de la variabilidad total $CV(LC)$ realmente perjudicial.

Resta saber cómo calcular y estimar las variabilidades laterales:

✓ Para proceso fuera de control: Variabilidad a derecha de LCP

$$CVD(LC) = \text{Coeficiente de Variación a Derecha de LCP} = \sqrt{V_D(LC)}/LCP$$

siendo $V_D(LC)$ = Varianza a Derecha de LCP

$$= \sum_{lc > LCP} (lc - LCP)^2 \cdot P(LC = lc / LC > LCP)$$

✓ Para proceso bajo control: Variabilidad a izquierda de LFAP

CVI(LFA) = Coeficiente de Variación a Izquierda de la LFAP

$$= \sqrt{V_I(LFA)}/LFAP$$

siendo $V_I(LFA)$ = Varianza a Izquierda de LFAP

$$= \sum_{lfa < LFAP} (lfa - LFAP)^2 \cdot P(LFA = lfa / LFA < LFAP)$$

Para evaluar la performance de una carta, es necesario considerar una tercera medida de resumen, para cada estado del proceso, que acompañe a las variabilidades laterales antes descritas. Se trata de las proporciones:

✓ Para proceso bajo control: Proporción de Corridas Cortas

$$PCC = P(LFA < LFAP)$$

✓ Para proceso fuera de control: Proporción de Corridas Largas

$$PCL = P(LC > LCP)$$

La necesidad de estas proporciones radica en que, para un proceso fuera de control y para un corrimiento dado, no es lo mismo, por ejemplo, una carta con una variabilidad derecha alta y una PCL alta que una con una variabilidad derecha alta y una PCL baja. El primer caso es mucho más preocupante que el segundo. El primer caso indica una alta probabilidad de corridas largas o muy largas. En cambio, el segundo, una baja probabilidad de corridas largas o muy largas. La alta variabilidad derecha se ve atenuada con una baja probabilidad de ocurrencia de corridas largas o muy largas. Un análisis análogo puede hacerse para mostrar la necesidad de la PCC para un proceso bajo control.

En resumen, para evaluar la performance de una Carta de Control se sugiere concentrar la atención en:

✓ Para un proceso bajo control: la media estándar LFAP, la variabilidad izquierda CVI(LFA) y la proporción de corridas cortas PCC

✓ Para un proceso fuera de control: la media estándar LCP, la variabilidad derecha CVD(LC) y la proporción de corridas largas PCL

La estimación de todas las medidas se realizó mediante un programa de simulación. En cuanto a los promedios y proporciones, se utilizó el procedimiento habitual utilizado en simulación.

Para la estimación de las varianzas laterales $V_I(LFA)$ y $V_D(LC)$:

$$\hat{V}_I(LFA) = \sum_{i f_a: i f_a < LFAP} (i f_a - LFAP)^2 \frac{m_{i f_a}}{m_1} \quad \hat{V}_D(LC) = \sum_{i c: i c > LCP} (i c - LCP)^2 \frac{n_{i c}}{n_D}$$

siendo:

n = nº de corridas (simulaciones) a ejecutar

m_1 = nº de corridas entre n con $LFA < LFAP$

$m_{i f_a}$ = nº de corridas entre m_1 con $LFA = i f_a$

$i f_a$ = LFA de una corrida de un proceso Normal o Weibull b/ control

$i c$ = LC de una corrida de un proceso Normal o Weibull f/ de control

n_D = nº de corridas entre n con $LC > LCP$

$n_{i c}$ = nº de corridas entre n_D con $LC = i c$

Las cantidades $\frac{m_{i f_a}}{m_1}$ y $\frac{n_{i c}}{n_D}$ estiman, respectivamente, las probabilidades condicionales $P(LFA = i f_a / LFA < LFAP)$ y $P(LC = i c / LC > LCP)$. En Quintana et al. (2009a) se demuestra que $\hat{V}_I(LFA)$ y $\hat{V}_D(LC)$ son estimadores sesgados pero consistentes.

3. MODELO DE SIMULACIÓN

El modelo de simulación trabajó con el siguiente marco:

√ Corrimientos en la media del proceso iguales a $D_{\mu} = \pm d\sigma$, $d = 0$ | (proceso bajo control), 0.25, 0.50, 1, 1.5 y 2, para ambos tipos de procesos, Normal y Weibull

√ Valor h tal que $LFAP = 370$, para cada caso contemplado

√ En cuanto al monitoreo de un proceso Normal, es suficiente estudiar un proceso Normal Estándar: Toda distribución de probabilidad Normal puede ser transformada en la distribución Normal Estándar mediante $Z = (X - \mu) / \sigma$ conservando ésta las propiedades de la primera.

√ En cuanto al monitoreo de un proceso Weibull, es suficiente estudiar un proceso Weibull con $\beta = 1$: Toda distribución Weibull con parámetros de forma y escala, α y β respectivamente, puede ser transformada en la distribución Weibull con parámetros α y $\beta = 1$ mediante la transformación $Y = X / \beta$. Esto puede deducirse fácilmente a partir de la función de distribución acumulada de Weibull (Quintana et al. (2006))

√ Monitoreo de la media de un proceso Weibull mediante el control del parámetro β , manteniendo α constante: La media de un proceso Weibull depende de sus 2 parámetros ($E(X) = \beta \Gamma(1 + 1/\alpha)$). Luego, el control de la media puede realizarse controlando β y manteniendo α constante o a la inversa.

En la práctica, es usual el control del parámetro β manteniendo α constante dado que β es considerado el parámetro más crítico, afecta a la media μ en mayor medida que α . De la expresión $E(X)$ anterior observamos que la media μ depende de β en forma lineal. Es decir, un cambio en β (con α constante) en una cierta proporción provoca un cambio en μ en esa misma proporción.

En cambio, μ no depende de α en forma lineal sino a través de la función Gamma ($1 + 1/\alpha$), la cual tiende asintóticamente al valor 1 conforme aumenta el valor α . Luego, un cambio en α (con β constante) en una cierta proporción provoca un cambio en μ en una proporción mucho más atenuada.

√ Valores alternativos de α que oscilan entre 1 y 10: Un componente electrónico o mecánico con tiempos de falla distribuidos según Weibull con $\alpha < 1$ implica la presencia de un alto porcentaje de fallas iniciales. Luego, el caso $\alpha < 1$ no es de utilidad pues ningún fabricante trabaja con este objetivo en mente. Una recorrida por la literatura especializada en Confiabilidad (Abernethy (1998) y Reliasoft Corporation (2007)) permite considerar a este rango de valores α lo suficientemente amplio como para ser aplicado a muchos casos prácticos.

√ Corrimientos en $\beta=1$ iguales a $D_\beta = \pm d \cdot CV(\alpha)$, $0 \leq d \leq 2$: Si la media μ se desplaza al valor $\mu_N = \mu \pm d\sigma = d\sigma$ entonces el parámetro $\beta=1$ se desplaza al valor $\beta_N = 1 \pm d \cdot CV(\alpha)$ siendo $CV(\alpha)$, el coeficiente de variación σ/α de un proceso Weibull con parámetro de forma α (Quintana et al. (2006))

√ Realización de 30000 simulaciones para cada par (n, D_μ) en un proceso Normal y cada terna (n, D_μ, α) en un proceso Weibull: la simetría de la distribución Normal hace que LCP y CVD(LC) sean las mismas para detectar un corrimiento de magnitud D_μ en la media del proceso hacia arriba y abajo.

A diferencia de lo que ocurre con la distribución Normal, la distribución Weibull es asimétrica. Esto causa que, aún cuando las magnitudes de los corrimientos sean las mismas, LCP y CVD(LC) resulten en diferentes valores cuando se desea detectar corrimientos hacia arriba y hacia abajo en la media del proceso. Esto obligó a introducir nuevas notaciones:

LCP_{arriba}: LCP para un corrimiento h/arriba en la media μ de Weibull

LCP_{abajo}: LCP para un corrimiento h/abajo en la media μ de Weibull

CVD_{arriba}: CVD(LC) p/un corrimiento h/arriba en la media μ de Weibull

CVDabajo: $CVD(LC)$ p/un corrimiento h/abajo en la media μ de Weibull

PCLarriba: $P(LC > LCParriba)$ = proporción de corridas largas para un corrimiento h/arriba en la media μ de Weibull

PCLabajo: $P(LC > LCPabajo)$ = proporción de corridas largas para un corrimiento h/abajo en la media μ de Weibull

√ Errores de muestreo arrojados por las 30000 simulaciones ejecutadas en cada caso, con una confianza del 99%: Para la estimación de los promedios, los errores de muestreo asociados resultaron inferiores al 1.5% de su verdadero valor. Para la determinación de los Coeficientes de Variación, fue necesario estimar previamente los desvíos estándar correspondientes. Los errores de muestreo cometidos no superan el 1% de su verdadero valor. Para la estimación de la proporción de corridas cortas y largas, los errores de muestreo cometidos no superan el 0.74%

4. RECOGIDA DE LOS RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

Los resultados de las simulaciones se muestran en la sección 7. En el caso de un proceso Normal fueron volcados a la TABLA 1, y, para un proceso Weibull, a las FIGURAS 1 a 6. En estas se muestra el porcentaje de variación de cada medida para un proceso Weibull en relación con igual medida para un proceso Normal.

Por ejemplo, en la FIGURA 2, la LCParriba de la carta para detectar un corrimiento $D_{\mu} = 1\sigma$ hacia arriba en la media de un proceso Weibull con $\alpha=1$ es, para $n=1$, aproximadamente un 20% superior a la misma medida para detectar igual corrimiento en la media de un proceso Normal. Y para $n=4$, un 35% superior, aproximadamente.

Como un segundo ejemplo, en la FIGURA 5, el CVDabajo de la carta para detectar un corrimiento $D_{\mu} = 0.25\sigma$ hacia abajo en la media de un proceso Weibull con $\alpha=2$ es, aproximadamente, un 10% inferior a la misma medida para detectar igual corrimiento en la media de un proceso Normal, tanto para $n=1$ como $n=4$.

En las FIGURAS 4 y 5, no fue posible mostrar los puntos correspondientes a los casos $\alpha=1$ con $D_{\mu} \geq 1$ y $\alpha=2$ con $D_{\mu} = 2$ pues el valor β_N resultó ser negativo.

5. ANALISIS Y CONCLUSION DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

5.1 Proceso Bajo Control

Dado que se buscó valores h tales que, para todos los valores α contemplados y proceso Normal, la LFAP fuera aproximadamente 370, como consecuencia, para individuales y muestras ($n=4$), la variabilidad izquierda CVI(LFA) y la PCC para lecturas Weibull son muy similares al correspondiente caso Normal.

5.2. Proceso Fuera de Control

Para corrimientos hacia arriba, observando la FIGURAS 1, los porcentajes de variación para LCParriba son inferiores para $n=1$ que para $n=4$. En cambio, para corrimientos hacia abajo, observando la FIGURA 4, la situación es al revés. Para el resto de las medidas, observando las FIGURAS 2, 3, 5 y 6, depende del corrimiento D_{μ} .

Debido a estas diferencias, las conclusiones sobre la robustez de la carta CUSUM Normal ante procesos Weibull, para cada terna (n , α , D_{μ}), se volcaron a las TABLAS 2 y 3. Cada celda contiene la sigla R (robusta), MR (moderadamente robusta) o PR (poco robusta), cuyo significado es:

R: Las 3 medidas son inferiores a la correspondiente al proceso Normal o la superan en no más del 10%

MR: Por lo menos una medida supera a la correspondiente al proceso Normal en más del 10% pero en a lo sumo un 20%

PR: Por lo menos una medida supera a la correspondiente al proceso Normal en más del 20%

La celda indicada con R(*) fue considerada robusta pues, si bien la LCPabajo para un proceso Weibull es superior a la LCP de un proceso Normal en más del 10 % (FIGURA 4), está acompañada por una reducción en la Variabilidad Derecha superior al 40% (FIGURA 5).

Las celdas indicadas con R(**) fueron consideradas robustas pues, si bien la PCLabajo para un proceso Weibull es superior a la PCL de un proceso Normal en más del 10 % (FIGURA 6), está acompañada por una reducción en la Variabilidad Derecha del orden del 20% aproximadamente (FIGURA 5).

Las celdas indicadas con MR(**) fueron consideradas moderadamente robustas pues, si bien, la PCLabajo para un proceso Weibull es superior a la PCL de un proceso Normal en más del 20 % (FIGURA 6), está acompañada por una considerable reducción en la Variabilidad Derecha (FIGURA 5).

La celda indicada con MR(***) fue considerada moderadamente robusta pues, si bien, la Variabilidad Derecha para un proceso Weibull es superior a la de un proceso Normal en más del 20 % (FIGURA 5), está acompañada por una importantísima reducción (superior al 90%) en la proporción de corridas largas (FIGURA 6), lo que indica baja probabilidad de ocurrencia de corridas largas.

Para corrimientos hacia arriba, contemplando la TABLA 2 como si fuera una matriz, podemos concluir que, tanto para individuales como muestras ($n=4$), los casos robustos se ubican debajo de la diagonal principal.

Para corrimientos hacia abajo, observando la TABLA 3, podemos concluir que: tanto para individuales como muestras ($n=4$), la carta CUSUM Normal se comporta robusta en la mayoría de los casos y moderadamente robusta en una minoría.

6. CONCLUSIONES FINALES

De las TABLAS 2 y 3 podemos concluir que existe un comportamiento (grado de robustez) similar de la Carta CUSUM Normal Bilateral ante procesos Weibull para individuales y muestras ($n=4$) en la mayoría de los casos.

Si hay prioridad en detectar deterioro de la calidad del producto (corrimientos hacia abajo en el parámetro duración promedio del componente), la carta CUSUM Normal Bilateral es apropiada para monitorear procesos Weibull con cualquier α y trabajando con individuales o muestras.

Si la prioridad recae tanto en el deterioro como en el mejoramiento de la calidad (corrimientos hacia abajo y arriba, respectivamente), la Carta CUSUM Normal Bilateral es apropiada para los casos que se ubican debajo de la diagonal principal (imaginaria) de la TABLA 2.

Para individuales y muestras, la carta es ideal para trabajar con valores α grandes y corrimientos muy pequeños. En cambio, para valores α muy pequeños y corrimientos grandes, la carta es poco robusta.

Para procesos exponenciales ($\alpha=1$) con corrimientos hacia arriba, la carta es muy poco robusta tanto para individuales como muestras ($n=4$), salvo para corrimientos muy pequeños ($D_{\mu} = 0.25\sigma$) donde la robustez es moderada. En cambio, para detectar corrimientos hacia abajo, se comporta robusta.

7. TABLA Y FIGURAS

D _μ	1.5 σ		2 σ	
	1	4	1	4
n	3.332	2.513	2.513	1.016
h	3.332	2.513	2.513	1.016
LFAP	370.45	370.10	370.10	370.31
CVI(LFA)	64.23	64.40	64.40	64.89
CV(LFA)	98.87	99.50	99.50	99.62
PCC	63.02	63.02	63.23	62.81
LCP	5.19	3.27	3.27	1.18
CVD(LC)	70.33	67.34	67.34	80.59
CV(LC)	50.89	48.84	48.84	35.53
PCL	35.97	35.26	35.26	16.49

TABLA 1. Performance de la Carta CUSUM ante un proceso Normal

D _μ	0.25 σ		0.50 σ		1 σ	
	1	4	1	4	1	4
n	12.09	8.004	7.995	4.77	4.764	2.515
LFAP	370.45	370.45	370.47	370.30	370.21	370.30
CVI(LFA)	58.88	61.78	61.93	63.51	63.37	64.17
CV(LFA)	90.61	95.39	95.72	97.99	97.96	99.16
PCC	63.17	63.08	63.01	63.16	63.29	63.26
LCP	74.89	28.82	28.63	9.89	9.90	3.26
CVD(LC)	86.20	76.92	76.71	67.59	67.15	67.91
CV(LC)	63.39	58.28	57.85	53.29	53.16	48.83
PCL	38.70	40.18	39.71	42.73	43.17	34.79

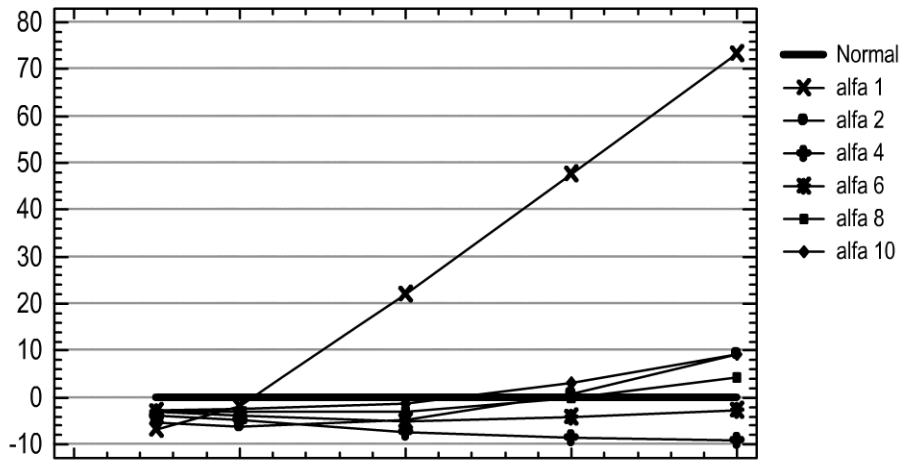
TABLA 2. Robustez de la carta CUSUM Normal para corrimientos hacia arriba de la media de un proceso Weibull

D _μ	0.25σ		0.50σ		1σ		1.5σ		2σ	
	1	4	1	4	1	4	1	4	1	4
α=1	MR	MR	PR	PR	PR	PR	PR	PR	PR	PR
α=2	R	R	MR	MR	PR	PR	PR	PR	PR	PR
α=4	R	R	R	R	PR	PR	MR	PR	PR	PR
α=6	R	R	R	R	MR	MR	PR	MR	PR	PR
α=8	R	R	R	R	R	R	R	R	R	PR
α=10	R	R	R	R	R	R	R	R	MR	PR

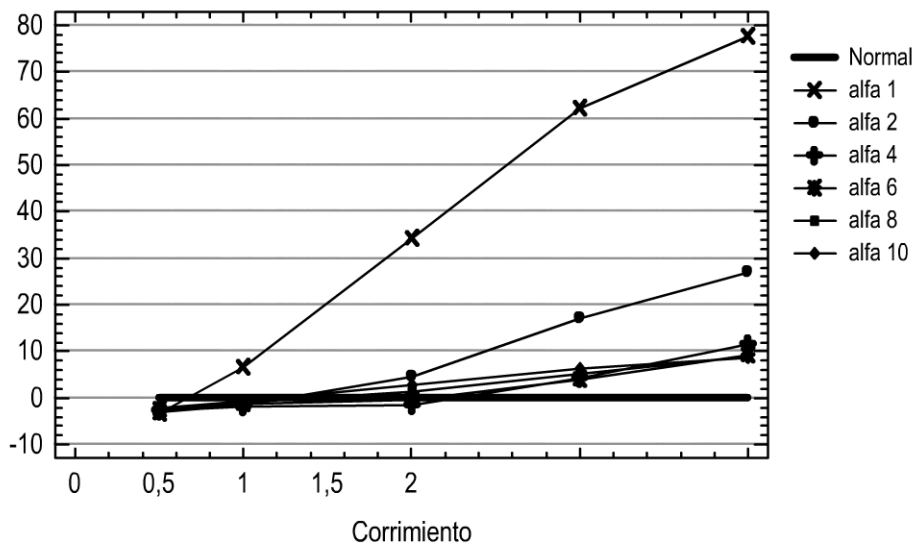
D _μ	0.25σ		0.50σ		1σ		1.5σ		2σ	
	1	4	1	4	1	4	1	4	1	4
α=1	R	R	R(*)	R	-	-	-	-	-	-
α=2	R	R	R	R	R	R	R	MR(**)	-	-
α=4	R	R	R	R	R	R	R	R	PR	MR(***)
α=6	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R
α=8	R	R	R	R	R	R	MR(**)	R(**)	MR(**)	R
α=10	R	R	R	R	R	R(**)	MR(**)	R(**)	MR(**)	R

TABLA 3. Robustez de la carta CUSUM Normal para corrimientos hacia abajo de la media de un proceso Weibull

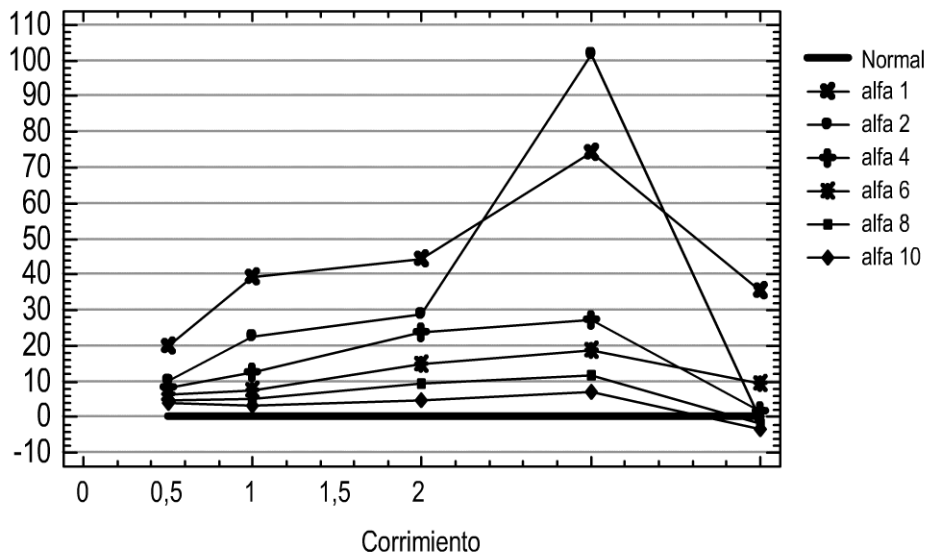
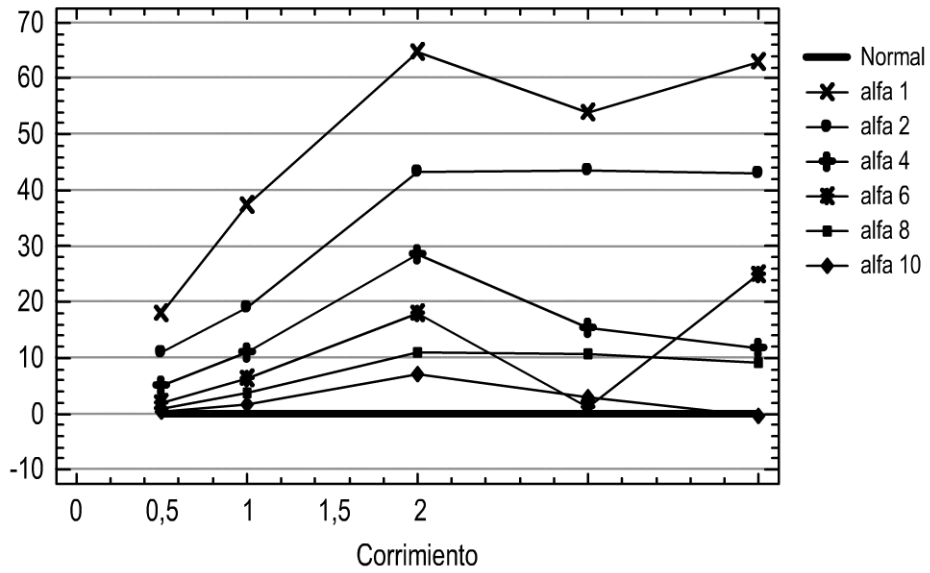
Variación % de LCParriba de Weibull con respecto a LCP de Normal para n = 1



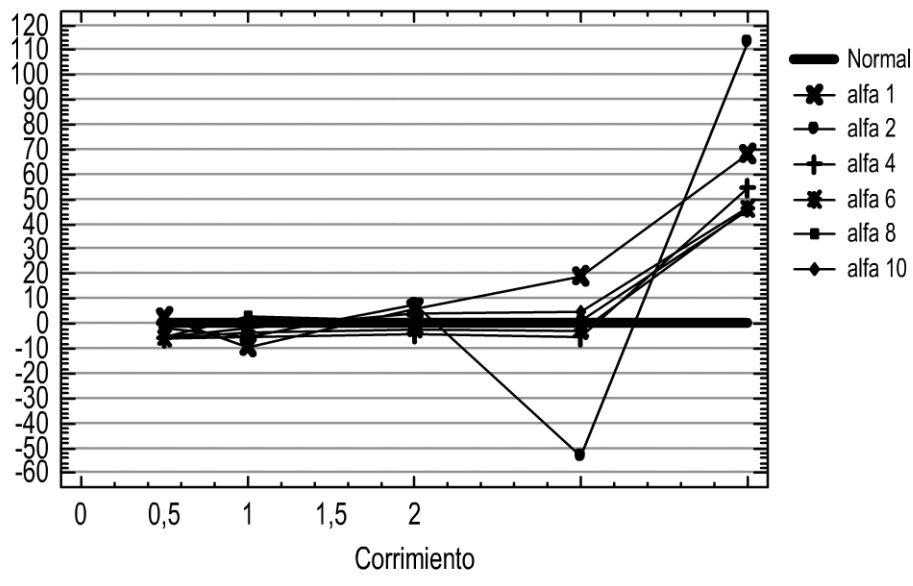
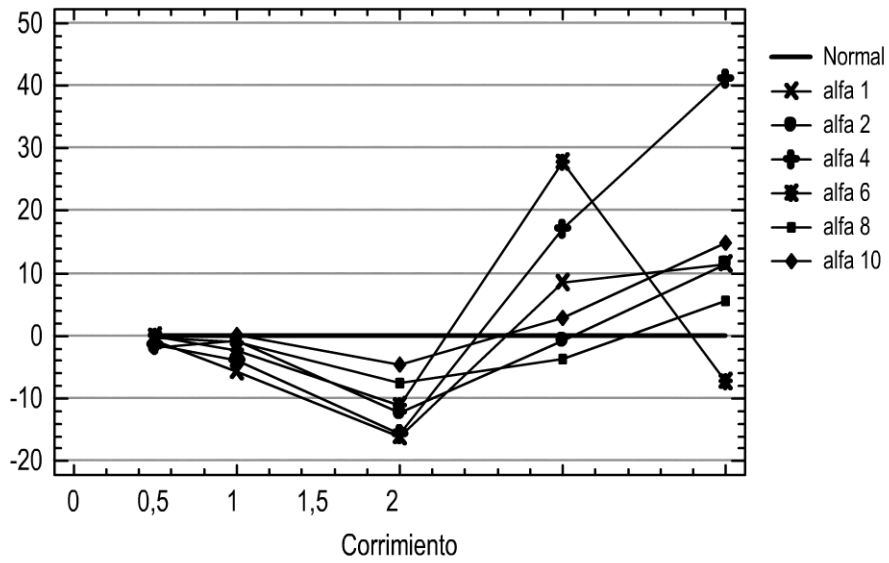
Variación % de LCParriba de Weibull con respecto a LCP de Normal para n = 4



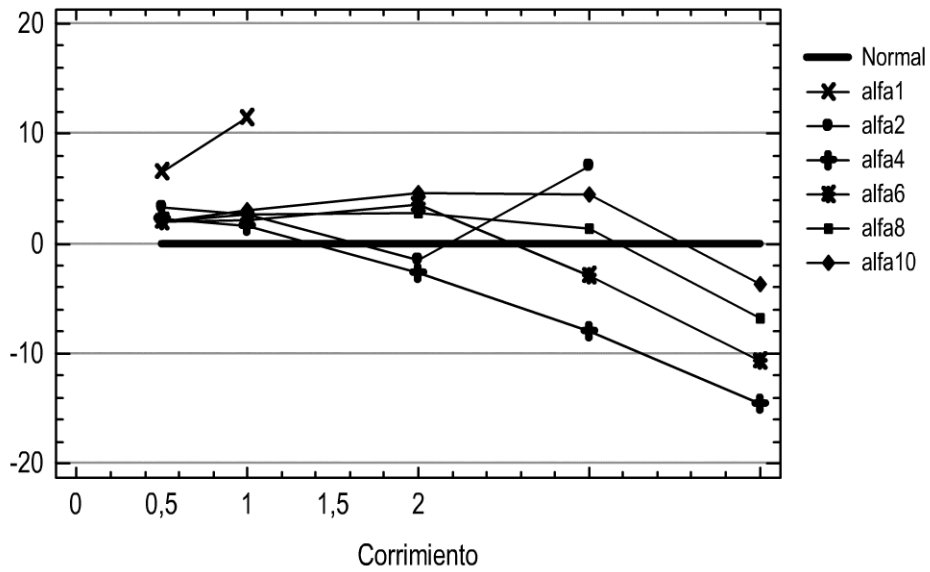
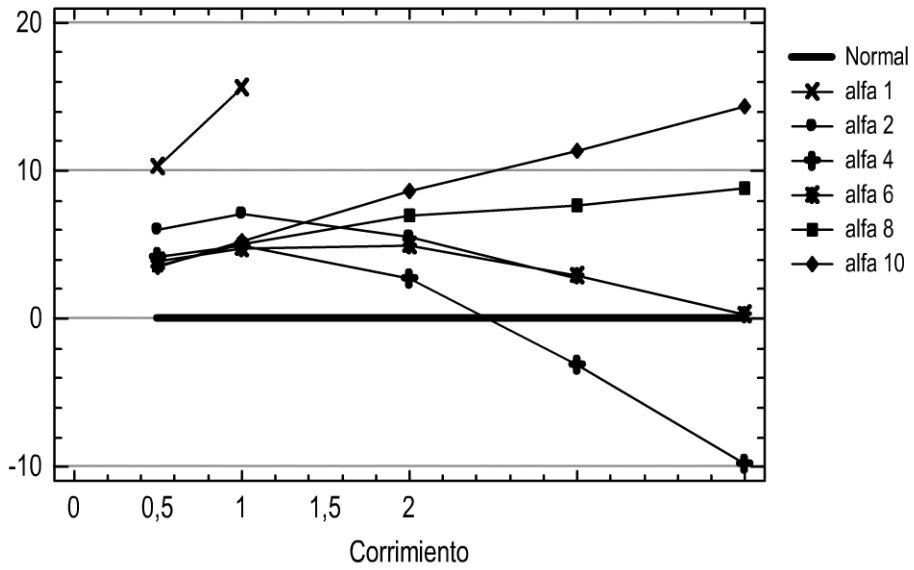
Variación % de CVDarriba de Weibull con respecto a CVD de Normal para n = 1



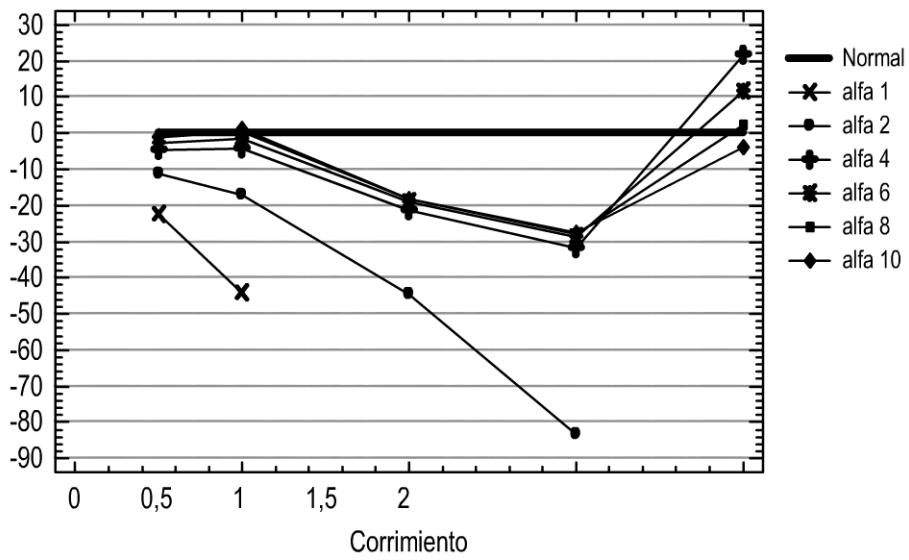
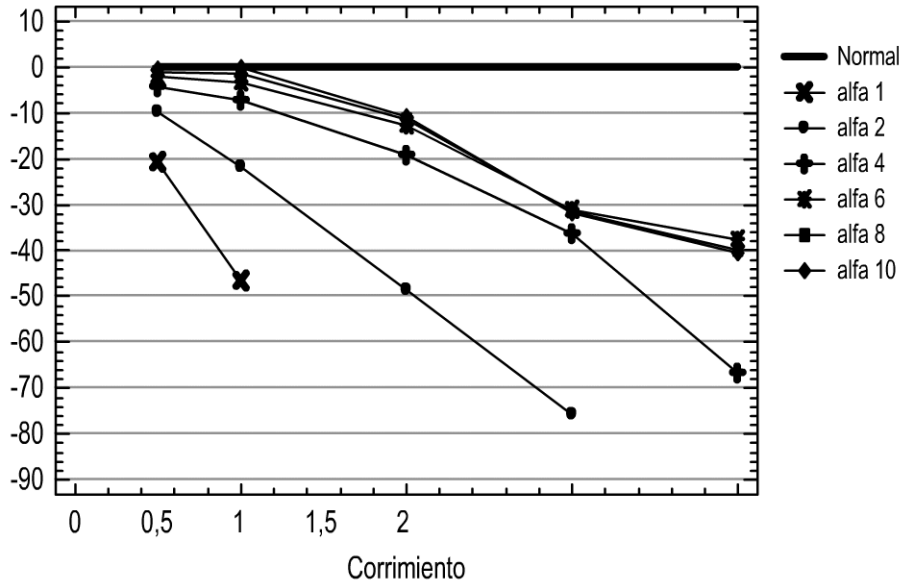
Variación % de PCLarriba de Weibull con respecto a PCL de Normal para n = 1



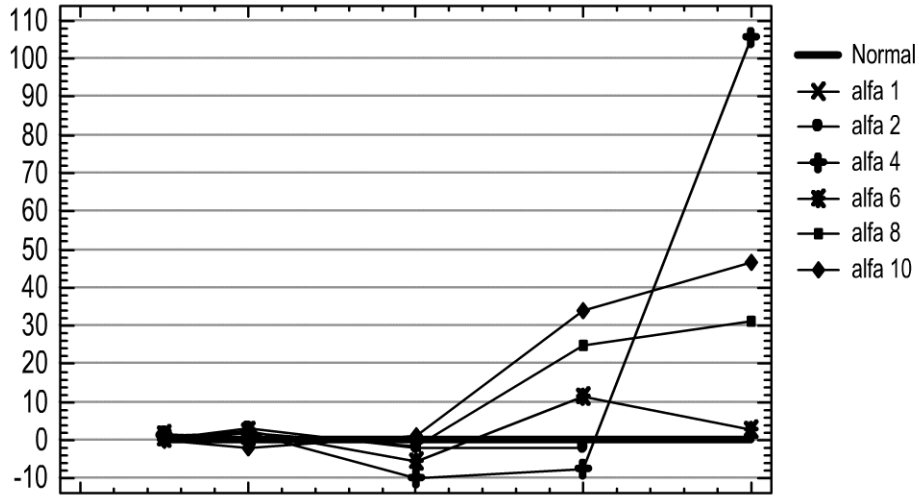
Variación % de la LCPabajo de Weibull con respecto a LCP de Normal para n = 1



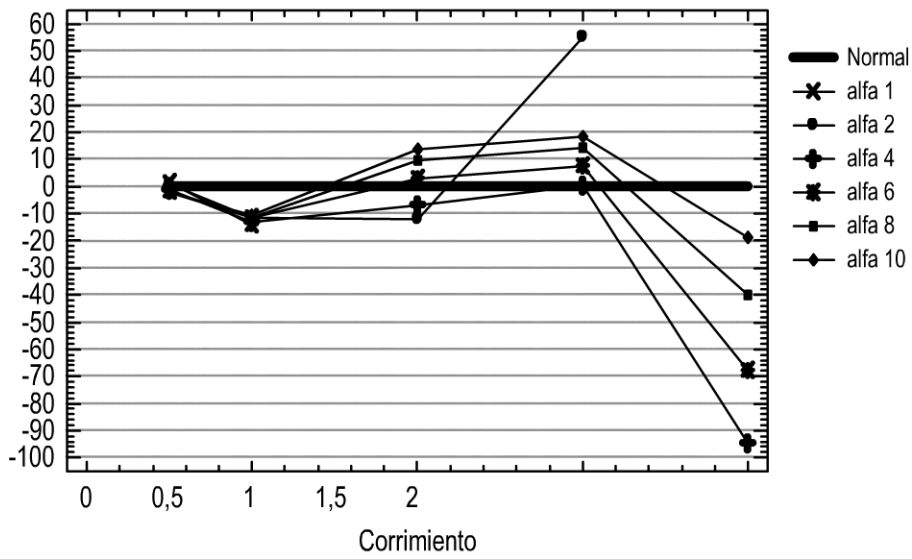
Variación % de la CVDabajo de Weibull con respecto a CVD de Normal para n = 1



Variación % de PCLabajo de Weibull con respecto a PCL de Normal para n = 1



Variación % de PCLabajo de Weibull con respecto a PCL de Normal para n = 4



8. REFERENCIAS

ABERNETHY, R. (1998): "THE NEW WEIBULL HANDBOOK". Third edition. Florida. Editor Robert Abernethy.

HAWKINS, D.; OLWELL, D. (1998): "CUMULATIVE SUM CHARTS AND CHARTING FOR QUALITY IMPROVEMENT". Ed. Springer-Verlag - New York.

QUINTANA A.; GARCÍA L. (2006) "PERFORMANCE DE LA CARTA DE CONTROL CUSUM NORMAL PARA MONITOREAR CIERTOS PROCESOS NO NORMALES USANDO DATOS INDIVIDUALES. UN APOORTE DEL CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS A LA INGENIERIA DE LA CONFIABILIDAD". Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa - N° 27 – pgs. 28,48.

QUINTANA, A.; GARCÍA L.; CASAL R. (2009a): "MEDIDAS DE RESUMEN PARA EVALUAR LA PERFORMANCE DE UNA CARTA DE CONTROL PARA CADA ESTADO DE UN PROCESO. SU APLICACIÓN A CARTAS DE SHEWHART Y CUSUM". Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa - N° 30 - en prensa.

QUINTANA, A.; GARCÍA, L. (2009b): "MEDICIÓN BILATERAL DE LA VARIABILIDAD DE LA LONGITUD DE CORRIDA DE UNA CARTA DE CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS. SU APLICACIÓN PARA DETERMINAR LA SENSIBILIDAD DE LA CARTA CUSUM NORMAL ANTE LA PRESENCIA DE PROCESOS WEIBULL". X Congreso Antonio A. R. Monteiro. 27 a 29 de Mayo de 2009. Bahía Blanca.

RELIASOFT CORPORATION (2007): "LIFE DATA ANALYSIS (WEIBULL ANALYSIS)". E-textbook - <http://www.weibull.com>.