METODOLOGÍA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON ENTREGAS Y RECOGIDAS SIMULTÁNEAS - VRPSPD UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO DE CHU – BEASLEY COMBINADO CON TÉCNICAS EXACTAS

PEDRO PABLO BALLESTEROS SILVA[1]**- ANTONIO H. ESCOBAR ZULUAGA** [2] **-**
DIANA P. BALLESTEROS RIVEROS [3]
Universidad Tecnológica de Pereira
ppbs@utp.edu.co - aescobar@utp.edu.co - dianap@utp.edu.co

Fechas recepción: Noviembre 2017 - Fecha aprobación: Octubre 2018

RESUMEN

En este artículo se presenta una metodología para resolver el problema de ruteo de vehículos homogéneos con entregas y recogidas simultáneas (VRPSPD) utilizando una matheurística, conformada por el algoritmo genético especializado de Chu-Beasley y técnicas exactas de programación lineal entera mixta, basadas en el procedimiento de *Branch-and-Cut*, aplicadas a la mejor configuración obtenida del algoritmo genético, con el apoyo de métodos heurísticos constructivos en la determinación de los subproblemas, que hacen parte de la generación de la población inicial y son necesarios en la etapa de mejoría local.

El problema considera un conjunto de clientes, cuyas demandas de recogida y entrega de productos o personas son conocidas y su objetivo es obtener el conjunto de rutas de costo mínimo, que permita satisfacer la demanda de los clientes, considerando las respectivas restricciones del sistema y los vehículos necesarios para la realización de las mismas.

La metodología desarrollada se implementa en C++, GAMS (lenguaje de modelado algebraico) y Java. Para encontrar la solución se dispone del software *solver CPLEX* (paquete de software de optimización que ayuda a resolver el problema codificado en GAMS). La eficiencia de la implementación del algoritmo se verifica con la utilización de instancias de prueba disponibles en la literatura especializada, obteniendo buenos resultados en tiempos de cómputo relativamente cortos.

[1] Docente Titular, investigador adscrito al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación (Colciencias) y Director del grupo de Investigación La logística: estrategia de la cadena de suministro.
[2] Docente Titular, investigador adscrito al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación (Colciencias).
[3] Profesor Asistente de tiempo completo adscrito al Programa de Ingeniería Industrial.

PALABRAS CLAVE: Algoritmo genético de Chu - Beasley – *Branch-and-Cut* – Capacidad – Entregas y Recogidas – Heurísticas – Optimización – Ruteo de vehículos – Técnicas exactas.

ABSTRACT

This article presents a methodology to solve the homogeneous vehicles routing problem with simultaneous pickups and deliveries (VRPSPD) using matheuristics formed by the specialized genetic algorithm's Chu-Beasley and exact techniques of mixed integer linear programming, based on the Branch-and-Bound procedure, applied to the best configuration obtained from the genetic algorithm with the support of constructive heuristic methods in the determination of the sub problems, which make part of the generation of the initial population, necessary in the stage of local improvement.

The problem considers a set of customers, whose demands of pick-up and delivery of products or people are known, and whose objective is to get the set of routes of minimal cost, which permit to satisfy the demand of the customers, considering the respective constraints of the system and the vehicles necessary for the completion of the same.

The methodology developed is implemented in C++, GAMS (algebraic modeling language) and Java. Solver CPLEX (optimization software package that helps solve the problem encoded in GAMS). The efficiency of the implementation of the algorithm is verified with the use of test instances available in the specialized literature, getting good results in relatively short computing times.

KEYWORDS: Genetic algorithm's Chu-Beasley – Branch-and-Cut – Capacity, Pick-up and Delivery – Heuristics – Optimization – Vehicles Routing – Exact Techniques.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas simultáneas (VRPSPD) es considerado como una extensión del problema clásico de ruteo de vehículos (VRP). El problema VRPSPD fue tratado por primera vez por Min (1989), donde se reconoce la posibilidad de entregas y recogidas simultáneas en el mismo nodo. El objetivo del problema es encontrar una serie de rutas para un conjunto de vehículos con costo mínimo para suministrar servicio a unos clientes de la manera más adecuada posible, que cumpla las siguientes restricciones:

- Las rutas que se definan deben comenzar y finalizar en el depósito o centro de distribución.
- Se deben satisfacer los requerimientos de todos los clientes al 100% del nivel de servicio.
- Cada cliente puede ser visitado sólo una vez en la ruta seleccionada.

- En cada uno de los clientes o nodos de la ruta, el total de la carga transportada por los vehículos no debe exceder su capacidad en el desarrollo y ejecución de los procesos de aprovisionamiento y distribución. Es decir, no se aceptan situaciones de infactibilidad.
- La técnica empleada debe permitir la minimización de los costos o distancias recorridas.

Se pretende hallar la solución óptima o soluciones subóptimas de buena calidad, través de heurísticas, metaheurísticas o matheuristicas, que están afectadas por distintas restricciones relacionadas con la cantidad de vehículos, su capacidad, sitios de destino y demanda, tiempo de entrega y de recogida, duración de la ruta, empleo de depósitos múltiples, flota de vehículos mixtos, entre otras. Según Lenstra y Rinnooy (1981), este es un problema de optimización combinatorial y la mayoría de sus versiones son de la clase NP- Hard, para los cuales no se conocen algoritmos con esfuerzo computacional de tipo polinomial para encontrar su solución óptima, ver Vigo (2002) y se puede decir que "*un problema NP –hard es igual o más difícil de resolver que un problema NP –completo*" y "*un problema NP – Hard puede ser transformado en un problema NP – Completo equivalente"* como lo afirman (Gallego, Toro & Escobar, 2015, pág. 24).

Por otra parte, se debe tener en cuenta que la aplicación de métodos exactos para la solución del VRPSPD ha tenido dificultades por la utilización y consideración de muchas variables y restricciones como lo manifiestan Dethloff (2001) y Zachariadis, Tarantilis y Kiranoudis (2009).

Con la utilización de la matheuristica propuesta, formada por el algoritmo genético de Chu – Beasley (1997) y la técnica exacta, esta situación se supera fácilmente, obteniendo buenas soluciones muy cercanas a la solución óptima en tiempos de cómputo relativamente cortos.

Muchas de las aplicaciones del VRPSPD se encuentran en los diferentes procesos de logística inversa, donde las empresas deben efectuar actividades de gestión del flujo inverso tanto para productos terminados como para materias primas. Ejemplos de este problema se encuentran en las embotelladoras de gaseosas o cervezas, cuando se visitan los clientes a quienes se les entrega envases llenos de producto y se les recoge envases vacíos, con un uso adecuado de los recursos disponibles, con la ruta óptima y menor impacto en costos en la cadena de suministro. Otra aplicación del VRPSPD se observa en el transporte de pasajeros, cuando se trasladan y se recogen en diferentes sitios; en los sistemas de servicio a domicilio, donde se entrega y recibe mercancía o documentos, o se entregan productos y se recoge dinero, etc.

En la práctica estos procesos se realizan en gran parte en forma empírica, incurriendo en elevados costos de transporte, en un fuerte impacto en el medio ambiente y en un discutible nivel de servicio al cliente final. Por lo tanto, los esfuerzos por mejorar y resolver científicamente esta situación es otro de los aportes y objetivos de este artículo.

La metodología aplicada es un híbrido del algoritmo genético de Chu – Beasley y programación lineal entera mixta.

Se nota que los esfuerzos de los investigadores en la solución de este problema están encaminados a mejorar el desempeño de la cadena de suministro en cada uno de los aspectos propios de cada eslabón: clientes, productores y proveedores, con la intención de contribuir al desarrollo económico y sustentable de las diferentes organizaciones, ofreciendo un adecuado nivel de servicio a los consumidores y procurando reducir el impacto ambiental del sistema productivo utilizado.

El trabajo está organizado de la siguiente forma: en la sección 1 se presenta la introducción; la descripción del problema se encuentra en la sección 2; en la sección 3 se describe la formulación del modelo matemático utilizado; la implementación del algoritmo genético de Chu –Beasley se encuentra en la sección 4; los resultados experimentales de la matheurística, donde se aplica el algoritmo genético de Chu – Beasley y técnicas exactas para un depósito, 50 clientes y cuatro vehículos se puede consultar en la sección 5; el tema relacionado con análisis de sensibilidad se sitúa en la sección 6. Las conclusiones del trabajo se describen en la sección 7; en la sección 8 se muestra lo relacionado con trabajos futuros y finalmente aparecen los agradecimientos y referencias.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Las situaciones que están relacionadas con la recogida y envío de mercancía o personas que deben ser transportadas entre un origen y un destino, constituyen una clase de problemas de ruteo de vehículos, los cuales deben cumplir ciertas restricciones de capacidad. A partir de la revisión bibliográfica realizada por Ballesteros y Escobar (2016) que se hizo para esta clase de problema, se encontró que existen tres grupos importantes: Problema de ruteo de vehículos con cargas de retorno – VRPB (*Vehicle Routing Problem with Backhauls*) como lo demuestra Fabri y Recht (2006); Problema mixto de ruteo de vehículos con recogida y entrega – MVRP (*Mixed Vehicle Routing Problem*), ver Min (1989); Problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega simultáneas- VRPSPD (*Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*), ver Bianchessi y Righini (2007), Cao y Lai (2007), Dell'Amico, Righini y Salani (2006) y Zachariadis *et al* (2009).

En ese trabajo nos concentramos en el último grupo.

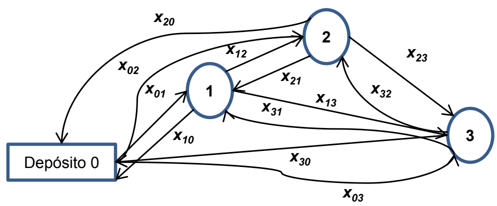
Adicionalmente se citan algunos autores cuyos trabajos están relacionados en el VRPSPD: Salhi y Nagy (1999), quienes propusieron una heurística basada en la inserción; Dethloff (2001), que aplicaron una heurística de inserción basada en el criterio factible más económico, con recarga radial y capacidad residual; Ropke y Pisinger (2006) desarrollaron una heurística grande de vecinos asociada con un procedimiento similar a la metaheurística búsqueda local variable para resolver varias variantes del VRP con *backhauls* que incluyen el VRPSPD, VRPMPD y MDVRPMPD; Zachariadis y Kiranoudis

(2011) utilizaron la metaheuristica búsqueda local para resolver el VRPSPD; Ballesteros y Escobar (2016), quienes presentaron un artículo de la revisión del estado del arte del VRPSPD (2016).

3. FORMULACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PARA UN SOLO PRODUCTO

La factibilidad del problema VRPSPD depende de la secuencia de la ruta encontrada para visitar los clientes y está determinada cuando al verificar la demanda de los clientes, ésta no excede la capacidad de los vehículos. Para una mejor ilustración de esta situación se muestra el siguiente ejemplo en la FIGURA 1, donde se relacionan las rutas posibles:
Ruta 1: 0 → 1 → 2 → 3 → 0, ruta factible, distancia recorrida, 135 unidades de longitud.
Ruta 2: 0 → 1 → 3 → 2 → 0, ruta factible, distancia recorrida, 136 unidades de longitud.
Ruta 3: 0 → 2 → 1 → 3 → 0, ruta infactible.
Ruta 4: 0 → 2 → 3 → 1 → 0, ruta infactible.
Ruta 5: 0 → 3 → 1 → 2 → 0, ruta infactible.
Ruta 6: 0 → 3 → 2 → 1 → 0, ruta infactible.

Situación inicial en la carga		
Cliente	d_i	p_i
1	540	480
2	380	420
3	280	300
	1200	1200



C_{ij}	0	1	2	3
0	-	19	47	74
1	19	-	19	47
2	47	19	-	23
3	74	47	23	-

FIGURA 1 Ejemplo de VRPSPD.
Fuente: Elaboración propia

La ruta más corta en este caso es 0 → 1 → 2 → 3 → 0, que corresponde a la solución óptima.

El modelo matemático para un solo producto, que a continuación se describe, es una adaptación al modelo que fue propuesto por Dell'Amico et al (2006) y aplicado por Subramanian, Satoru y Uchoa (2010), con la siguiente notación:

A = conjunto de arcos que consisten en los pares (i, j) e (j, i) para cada borde $(i, j) \in E_k$.
$G = (I^+_k, E_k)$ = grafo completo con vértices $I = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$, donde el vértice 0 representa el depósito y el resto corresponde a los clientes. Cada borde $(i, j) \in E_k$ tiene un costo no negativo y cada cliente $i \in I^+ = I - \{0\} = \{1, 2, 3 \ldots, n\}$.
d_i = cantidad de mercancía o producto que se debe entregar al cliente i.
p_i = cantidad de mercancía o producto que se debe recoger al cliente i.

c_{ij} = matriz de costos de viaje o distancias, $i, j \in I^+$.
C = {1, 2,….., m}= conjunto de m vehículos homogéneos con capacidad Q.
E_k = subconjunto del producto I^+_k* I^+_k, que comprende todos los arcos posibles.
Variables de decisión:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, \text{ si el vehículo } k \text{ recorre el arco } (i,j) \in I^+ \text{ de la ruta seleccionada.} \\ 0, \text{ en cualquier otro caso} \end{cases}$$

D_{ij} = cantidad de productos o mercancía pendiente por entregar, que es transportada en el arco (i, j).
P_{ij} = cantidad de productos o mercancía recogida, que es transportada en el arco (i, j).
Q = capacidad de los vehículos homogéneos.
La función objetivo, las restricciones y su descripción se presentan enseguida:

$$\min \sum_{k\in K, i\in I} \sum_{j\in I^+} c_{ij} x_{ij}^k \qquad [1]$$

$$\sum_{k\in K} \sum_{j\in I, i\neq j} x_{ij}^k = 1 \qquad \forall i \in I \qquad [2]$$

$$\sum_{k\in K} \sum_{j\in I, i\neq j} x_{ji}^k = 1 \qquad \forall i \in I \qquad [3]$$

$$\sum_{s\in I^+} x_{is}^k - \sum_{i\neq s} x_{si}^k = 0 \quad \forall i,s \in I^{+'} \quad \forall k \in K' \qquad [4]$$

$$\sum_{j\in V'} x_{0j}^k \leq m \qquad [5]$$

$$\sum_{j\in V} D_{ji} - \sum_{j\in V} D_{ij} = d_i \qquad i\neq j \qquad \forall i \in I \qquad [6]$$

$$\sum_{j\in V} P_{ij} - \sum_{j\in V} P_{ji} = p_i \qquad i\neq j \qquad \forall i \in I \qquad [7]$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq \sum_{k\in K} Q x_{ij}^k \qquad \forall (i,j) \in I^+ \qquad [8]$$

$$D_{ij} \geq 0 \qquad \forall (i,j) \in I^+ \qquad [9]$$

$$P_{ij} \geq 0 \qquad \forall (i,j) \in I^+ \qquad [10]$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in I^+ \qquad [11]$$

$$d_j x_{ij} \leq D_{ij} \leq \sum_{k\in K} (Q - d_i) x_{ij}^k \qquad \forall (i,j) \in A \qquad [12]$$

$$p_i x_{ij} \leq P_{ij} \leq \sum_{k \in K} (Q - p_j) x_{ij}^k \qquad \forall (i, j) \in A \qquad [13]$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq (Q - \max\{0, p_j - d_j, d_i - p_i\}) x_{ij}^k \qquad \forall (i, j) \in A \qquad [14]$$

$$x_{ij}^k + x_{ji}^k \leq 1 \qquad \forall i, j, i < j, \in I' \qquad [15]$$

La función objetivo [1] minimiza la suma de los costos de viaje o las distancias recorridas en la ruta seleccionada. Con la restricción [2] existe garantía para que cada cliente pueda ser visitado solamente una vez en la ruta seleccionada. La restricción [3] hace que cada vehículo salga de cada nodo o cliente una sola vez en la ruta. La restricción [4] garantiza que si el vehículo *k* llega al cliente *s*, éste tiene que continuar su recorrido a partir de este cliente. Esta restricción evita los *subtours*. Con la restricción [5] se asegura que cada vehículo se emplea una vez como máximo. Las expresiones [6], [7] y [8] son restricciones que garantizan la conservación del flujo de los productos entregados y recogidos en las rutas establecidas. La naturaleza de las variables de decisión y las condiciones de no negatividad se presentan en las restricciones [9], [10] y [11]. Si se pretende obtener una desigualdad más fuerte para la no negatividad de la restricción [9], ésta se puede sustituir por la desigualdad [12], como lo sustenta (Gouveia, 1995) en su trabajo publicado, cuya característica es el empleo de límites más estrechos. Siguiendo la misma estrategia anterior de utilizar desigualdades más fuertes para P_{ij}, se pueden sustituir las restricciones [10] por [13] y [8] por [14]. Con la desigualdad [15] se logra que cada borde o arista no adyacente al depósito es recorrida como máximo una vez.

Inicialmente el modelo se aplica para el escenario de un depósito, un vehículo (haciendo k=1) y varios clientes y luego se hace extensivo a un depósito, varios vehículos (haciendo $k=m$) y muchos clientes.

Nota: el modelo matemático para varios productos será tema de otra investigación.

En la TABLA 1 se muestran los resultados de la aplicación del modelo matemático para un solo producto a varias instancias de Dethloff:

Descripción de la TABLA 1: En la primera columna se encuentra el nombre de la instancia con la cantidad de clientes. El número de vehículos se relaciona en la columna 2.

Para estas instancias, los valores obtenidos (columna 4) con la aplicación del modelo matemático están muy cerca de los valores reportados por (Subramanian, 2012) (columna 3).

En algunos casos, la variación es de una centésima como en las instancias SCA 3-1, SCA 3.2, SCA 3-3, SCA 3-5, SCA 3-7; en otros la diferencia es de 2 centésimas (SCA 3-4, SCA 3.9). En las instancias SCA 3-0, SCA 3-6, SCA 3-8 la diferencia es mayor, pero de todas formas es una buena solución.

TABLA 1 Resultados obtenidos con la aplicación del modelo matemático con instancias SCA de (Dethloff, 2001)

Instancia/clientes	Número de vehiculos	Valor reportado	Valor obtenido	Mejor limite	Gap(%)	Tiempo de proceso (min)
SCA 3-0/50	4	635.62	636.09	615.7287	3.20%	11,426.54
SCA-3-1/50	4	697.84	697.83	681.3237	2.37%	7,219.30
SCA-3-2/50	4	659.34	659.33	658.0900	0.19%	17.44
SCA 3-3/50	4	680.04	680.03	669.4175	1.56%	2,268.29
SCA 3-4/50	4	690.50	690.48	690.3337	0.02%	41,270.34
SCA 3-5/50	4	659.90	659.91	647.4795	1.88%	12,622.60
SCA 3-6/50	4	639.97	651.11	650.9090	0.03%	4,510.51
SCA-3-7/50	4	659.17	659.18	659.0081	0.03%	2,913.13
SCA-3-8/50	4	703.12	719.50	709.9313	1.33%	20,286.35
SCA 3-9/50	4	681.00	681.02	677.8740	0.46%	23,133.36

El Gap, que se muestra en la columna 6, es la variación porcentual entre el valor obtenido menos el mejor limite (columna 5) sobre el valor obtenido. El gap entre más se acerque a cero, indica que la solución converge a su valor óptimo. En la columna 7 se relaciona el tiempo de procesamiento para cada instancia.

4. DESCRIPCIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO GENÉTICO DE CHU – BEASLEY PARA RESOLVER EL VRPSPD

Una de las razones para aplicar técnicas distintas a los métodos exactos en la solución de problemas NP – Hard, a los que pertenece el VRPSPD, es que requieren mucho tiempo de cómputo a medida que aumentan el tamaño de la población o clientes porque es necesario tener en cuenta un gran número de variables y restricciones. La aplicación de metaheurísticas como el algoritmo genético de Chu – Beasley ha generado buenas respuestas en tiempos computacionales relativamente cortos en comparación con los métodos exactos.

Como lo muestran Gallego, Toro, y Escobar (2015), el algoritmo genético de Chu – Beasley tiene algunas características que lo hacen más eficiente como:

- Emplea la función objetivo para identificar el valor de la solución de mejor calidad y considera la infactibilidad en el proceso de reemplazo de una solución generada en la implementación del algoritmo.

- Solamente sustituye un individuo a la vez en cada ciclo generacional.
- Para evitar la convergencia prematura a soluciones óptimas locales, cada individuo que ingresa a la población debe ser diferente a todos los que conforman la población actual.
- Incluye un criterio de aspiración, así el nuevo individuo no cumpla con el requisito de diversidad controlada.
- Incorpora una etapa de mejoramiento, después de la recombinación, que a partir de ciertas estrategias intra-ruta e inter-ruta se evalúa una solución factible antes de decidir si entra a formar parte de la población actual.

En la implementación del algoritmo genético de Chu – Beasley se consideran los siguientes escenarios:

- Para un depósito, un vehículo y varios.
- Para un depósito, cuatro vehículos y cincuenta clientes
- Para un depósito, *k* vehículos y *n* clientes.
- Para *m* depósitos, *k* vehículos y *n* clientes.
- Para *m* depósito, *k* vehículos y *n* clientes con impacto ambiental.

En este trabajo la aplicación del algoritmo genético de Chu Beasley se hace para un depósito, cuatro vehículos y cincuenta clientes por restricciones de espacio.
A continuación se describen las etapas necesarias para la implementación del algoritmo genético de Chu Beasley:

4.1. Construcción de la población inicial.

Se puede formar por dos componentes: un primer componente son las configuraciones de las rutas obtenidas a partir de algunas heurísticas constructivas y un segundo componente, son las configuraciones de las rutas obtenidas en forma aleatoria controlada. Para cada configuración se evalúa la función objetivo y la infactibilidad asociada a la carga de cada vehículo en las rutas. La representación genética del VRPSPD para 20 nodos o clientes y su codificación se muestran en la FIGURA 2.

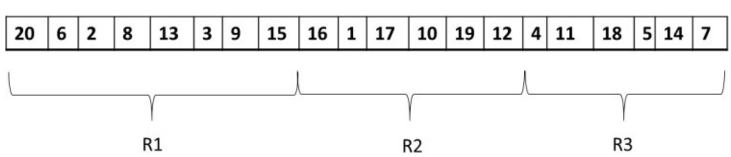


FIGURA 2 Representación de una configuración para 20 nodos o clientes

La longitud de la configuración o solución queda definida por la cantidad de clientes o nodos que son atendidos por los vehículos. Es importante anotar que las rutas están determinadas por las capacidades de

los vehículos y por las cantidades de productos que se deben entregar y recoger en cada cliente.
Los datos de entrada son:

La matriz de costos o distancias c_{ij}
La cantidad de productos para entregar d_i
La cantidad de productos para recoger p_i.
La cantidad de vehículos k con capacidad Q homogénea.

4.2. Operadores Genéticos

En esta investigación se utilizan tres operadores genéticos: Selección, recombinación y mutación, cuyo procedimiento se describe a continuación.

4.2.1 Selección:

En este operador se utiliza el método de selección por torneo. Se realizan dos torneos con la participación de todos los individuos de la actual población. Se seleccionan en forma aleatoria k individuos para cada torneo, se comparan sus funciones objetivo y sus infactibilidades. Se privilegia la factibilidad sobre la infactibilidad y la calidad de la función objetivo o función *fitness*.

4.2.2 Recombinación:

La recombinación facilita el intercambio de información presente en los dos padres y genera dos descendientes que poseen material genético del padre 1 y del padre 2. Existen varias técnicas para hacer la recombinación como: cruce de un punto, cruce de dos puntos, cruce uniforme, PMX (*Partially - Mapped –Crossover*, cruzamiento mapeado parcialmente), OBX (*Order Based Crossover*, cruzamiento basado en un orden), CX (Cruce de ciclo), MXP (cruce multipadres), LCSX (Cruce de la subsecuencia común más larga), entre otros. En este artículo se probaron varias tasas de recombinación, siendo 0.80, con la que se obtuvieron mejores resultados.

En esta investigación se aplica la técnica de recombinación PMX, cuyo procedimiento es:

- A partir de dos padres P_1 y P_2 se elige un segmento aleatorio común y se copia en el hijo desde P_1.
- Desde el primer punto de cruce, se buscan elementos de este segmento en P_2 que no se han copiado.
- Para cada elemento de estos elementos i, se busca qué elementos j se ha copiado en su lugar desde P_1.
- Colocar i en la posición ocupada j de P_2 y se sabe que no está ahí, ya que se ha copiado antes).
- Si el lugar ocupado por j en P_2 ya se ha rellenado en el hijo (k), se pone i en la posición ocupada por k en P_2.
- El resto de elementos se obtiene de P_2, terminando el proceso. (Ver FIGURA 3).

															f.o.
Pi	0	1	8	9	10	11	12	5	7	6	3	2	4	0	372
Pj	0	10	9	6	5	7	8	12	11	4	1	2	3	0	633
Hk	0	1	8	9	10	11	12	6	5	4	7	2	3	0	609

FIGURA 3 Aplicación de la recombinación PMX en una configuración de doce clientes.

P_i, P_j son padres y H_k es el hijo, resultante de la recombinación.

4.2.3 Mutación:

Con este operador se hacen algunos cambios o se alteran partes de la solución obtenida en la recombinación. La tasa de mutación aplicada en las pruebas es 0.05.

Existen varias estrategias que pueden ayudar en esta etapa como:

Búsqueda local inter-rutas a través de la estrategia shift (*1, 0*), shift (*2,0*), shift (*3,0*), con la que se transfieren 1, 2, 3 clientes de una ruta a otra.

Búsqueda local inter-rutas a través de la estrategia swap (*1,1*), swap (*2,1*), swap (*2,2*), que facilita el intercambio de 1, 2 o 3 clientes de una ruta a otra.

Búsqueda local intra-rutas, donde se consideran criterios de vecindad de los clientes para efectuar movimientos en la misma ruta. Las estrategias que se pueden aplicar intra - ruta son rotación y 2-Opt.

En la implementación del algoritmo genético de Chu Beasley se utilizaron varias estrategias de intercambio.

4.3. Proceso de mejora de un individuo

Después de la selección, de la recombinación y la mutación, cada configuración es sometida a una etapa de mejoría local que consiste en separar las rutas individualmente y construir subproblemas de una sola ruta cada uno y un depósito, con menos clientes que el problema completo, los cuales se resuelven usando una técnica exacta *branch – and – cut* y se reconstruyen las rutas parciales a través de sus soluciones óptimas**.** La configuración resultante pasa a la etapa de reemplazo.

4.4. Etapa de reemplazo

Aquí se compara la configuración resultante de las etapas anteriores con los individuos de la población actual. Se realiza un reemplazo por alguno de los individuos de la población, privilegiando la factibilidad sobre la infactibilidad y la función objetivo cuando se confrontan soluciones factibles.

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LA MATHEURÍSTICA PARA UN DEPÓSITO, 50 CLIENTES Y CUATRO VEHÍCULOS

En este escenario, el algoritmo propuesto está formado por:

- Algoritmo genético de Chu – Beasley.
- Algoritmo generador de matrices.
- Modelo matemático para resolver el VRPSPD con un solo producto.
- Algoritmo graficador.

El Algoritmo genético de Chu – Beasley se describió en la sección anterior.

En la literatura asociada al VRPSPD se conocen tres clases de problemas de prueba: Dethloff(2001) propuso 40 instancias de referencia con 50 clientes y la cantidad de vehículos fueron 4, 9 y 10; Salhi y Nagy(1999) trabajaron 14 instancias, la cantidad de clientes estuvo en el rango 50 -199 y los vehículos empleados fueron 3, 4, 5, 6, 7 y 10 y Montané y Galvão (2006) utilizaron 12 instancias con 100 – 200 clientes y la cantidad de vehículos fueron 3, 5, 9, 10, 12, 16, 23, y 28. En nuestro caso, las pruebas experimentales se realizaron con algunas de las instancias propuestas por Dethloff (2001).

La matheurística aplicada es, en consecuencia, un híbrido del algoritmo genético de Chu – Beasley y programación lineal entera mixta (técnica exacta).

Para este propósito se aplica el ***algoritmo generador de matrices***, que es otro aporte de la investigación para mejorar la solución de la configuración incumbente entregada por Chu - Beasley. Su descripción es:

- Inicio: se toma la mejor configuración del AGCB.
- Considerando la capacidad de cada vehículo, se asignan secuencialmente los clientes hasta agotar su capacidad.
- Se repite la acción anterior para el resto de los vehículos hasta el último cliente de la configuración del AGCB.
- Las configuraciones establecidas para cada vehículo son la base para generar las matrices de distancia y las cantidades que se van a entregar y recoger en cada secuencia.
- Una vez generadas las matrices para cada vehículo éstas se constituyen en problemas pequeños a los cuales se les aplica por separado el modelo matemático codificado en GAMS, obteniéndose la solución óptima para cada vehículo.
- Con la integración de las soluciones para cada vehículo, se forma una nueva configuración que se compara con el valor obtenido con el AGCB y se evalúa cuál de los dos tiene mejor desempeño tanto por su función objetivo como por el tiempo de procesamiento.

Por lo expuesto en el párrafo anterior, se está aplicando la matheurística, que apoyada en una buena configuración producida por el algoritmo genético de Chu Beasley (AGCB), con dos algoritmos constructivos y diseñados por los autores, uno que genera las matrices de distancia y las cantidades de productos que se deben entregar y recoger en cada cliente (nodo) de cada una de las rutas, y otro, que permite el control de la carga para cada ruta, datos que son necesarios para el modelo matemático de programación lineal entera mixta que se va a aplicar.

En la TABLA 2 se presentan los resultados computacionales para 24 ensayos, utilizando la instancia CON 3-8 de Dethloff (2001), que emplea un depósito, 4 vehículos y 50 clientes. Como se puede observar en la TABLA 2, de 24 experimentos se obtuvieron dos configuraciones con valores de la función objetivo de **537,63** y **537,36** que comparados con **523,05,** que es el valor reportado por Subramanian (2012) como el valor óptimo de esta instancia, muestra buenos resultados en tiempos de computo relativamente cortos (13,77 min y 14,45 min respectivamente), frente a los 32,05 minutos requeridos en Subramanian (2012).

TABLA 2 Resultados computacionales en la implementación del algoritmo genético de Chu - Beasley utilizando la instancia CON 3-8 de Dethloff.

Número de experimentos	Tamaño de la población	A	B	C	D(s)
1	200	9,546,568	539.28	539.22	826.58
2	200	69,195,900	631.47	634.56	6,022.13
3	200	,797,376	604.41	606.86	621.71
4	200	8,281,904	601.59	604.66	865.83
5	200	5,751,135	566.40	569.15	1,296.69
6	200	3,875,938	618.01	620.88	272.66
7	200	1,615,848	606.92	608.98	750.13
8	200	3,634,095	538.78	543.38	612.28
9	200	6,847,952	543.45	545.59	413.04
10	200	2,136,193	690.19	692.52	196.78
11	200	1,557,888	601.54	604.33	101.57
12	200	1,795,437	610.41	614.69	107.84
13	200	139,029	676.67	701.18	51.40
14	200	7,860,846	612.69	613.77	216.72
15	200	6,991,854	546.82	550.75	411.33
16	200	594,774	605.87	609.91	134.55
17	200	16,078,477	644.01	646.70	523.78
18	200	41,765,529	593.76	597.38	1,131.61
19	200	44,159,790	551.33	553.53	1,378.16

Número de experimentos	Tamaño de la población	A	B	C	D(s)
20	200	12,396,611	584.14	586.64	803.85
21	200	17,381,286	537.36	541.40	866.87
22	200	19,271,996	602.20	604.85	851.25
23	200	105,346,307	567.76	579.51	4,786.89
24	200	50,972,211	571.41	573.79	1,836.32

A: Generación en la que se mantuvo la mejor función objetivo.
B: Mejor valor de la función objetivo en la respectiva generación.
C: Peor valor de la función objetivo en la respectiva generación.
D: Tiempo de cómputo para el número de generaciones relacionado (segundos)

A partir de la configuración obtenida aplicando el algoritmo genético de Chu - Beasley con el valor de la función objetivo de 537,36, se consideran las cuatro rutas que recorren los cuatro vehículos (son 4 matrices).

Cada matriz se convierte un problema pequeño que es resuelto con la técnica exacta a través del software GAMS. Este resultado se compara con el obtenido con el AGCB y se evalúa cuál de los dos tiene mejor desempeño en cuanto a su función objetivo como en el tiempo de procesamiento.
Todas las anteriores implementaciones del AGCB se hicieron en lenguaje Java versión 1.8.0-131.
Las soluciones logradas en este caso para las cuatro rutas son: (Ver TABLA 3).

TABLA 3. Soluciones obtenidas con el modelo matemático propuesto por (Dell'Amico, Righini, & Salani, 2006) para la instancia CON 3-8 para un depósito.

Rutas	Secuencia de las rutas																						Solución matheurística	Solución Chu Beasley
Ruta vehículo 1	dep	25	27	42	36	37	24	4	9	2	43	50	31	29	39	dep							194.71	196.63
Ruta vehículo 2	dep	14	21	22	12	6	41	18	15	26	19	48	49	3	dep								128.74	126.73
Ruta vehículo 3	dep	35	45	16	5	10	30	1	13	17	32	44	28	33	7	46	20	47	8	11	dep		183.73	184.62
Ruta vehículo 4	dep	40	23	38	34	dep																	31.30	31.30
	Distancia total recorrida matheurística																						**538.48**	**539.28**
	Distancia total desde Chu - Beasley:																						**539.28**	
	Solución óptima según Subramanian (2012)																						**523.05**	

La solución obtenida con la matheurística, 538,48 unidades de longitud difiere de 15,43 unidades por encima de la solución óptima 523.05 presentada por Subramanian (2012).

6. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL ALGORITMO GENÉTICO DE CHU – BEASLEY VARIANDO EL TAMAÑO DE LA POBLACIÓN

El análisis de sensibilidad se puede hacer para diferentes escenarios. Por ejemplo, se puede realizar para evaluar el desempeño del algoritmo, variando la tasa de recombinación, la tasa de mutación, modificando las técnicas de selección de padres para la recombinación o variando el tamaño de la población, entre otras.
En este trabajo, se hace este análisis para evaluar el desempeño del algoritmo variando el tamaño de la población.

En la TABLA 4 se pueden apreciar los resultados de varias generaciones con sus correspondientes funciones objetivo para 3 tamaños de la población: 100, 200 y 300 configuraciones.

Se observa tanto en la TABLA 4 como en la FIGURA 4 que los resultados del proceso evolutivo en estas pruebas o experimentos que para el tamaño de población de 300 el valor de las funciones objetivos difiere significativamente de los valores para los otros dos tamaños.

TABLA 4. Análisis de sensibilidad para diferentes tamaños de población en múltiples generaciones en la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley utilizando la instancia CON 3-8 de Dethloff (2001)

Tamaño de la población			Generación en el proceso evolutivo	F.O n=100	F.O n=200	F.O n=200
100	200	300	500,000	668.06	670.73	677.91
100	200	300	1,000,000	594.55	591.68	665.57
100	200	300	1,500,000	589.76	589.35	658.70
100	200	300	2,000,000	555.06	589.35	652.20
100	200	300	2,500,000	550.81	589.35	651.09
100	200	300	3,000,000	550.81	586.48	651.09
100	200	300	3,500,000	550.81	579.25	651.09
100	200	300	4,000,000	550.81	572.81	650.88
100	200	300	4,500,000	550.81	571.37	650.88
100	200	300	5,000,000	550.81	555.82	650.17
100	200	300	5,500,000	550.81	547.78	650.17
100	200	300	6,000,000	550.81	537.36	650.17
100	200	300	6,500,000	550.81	537.36	650.17
100	200	300	7,000,000	550.81	537.36	650.17
100	200	300	7,500,000	550.81	537.36	650.17
100	200	300	8,000,000	537.63	537.36	650.17
100	200	300	8,500,000	537.63	537.36	650.17
100	200	300	9,000,000	537.63	537.36	650.17

Entre el tamaño de 200 y 100, la incumbente (mejor solución lograda en el proceso) se obtiene para el tamaño de 200, resultado que se estabiliza a partir de 5.000.000 de generaciones, ubicándose posiblemente en un óptimo local (537,36), que de todas formas está muy cerca de la solución óptima encontrada (523.05) por Subramanian (2012).

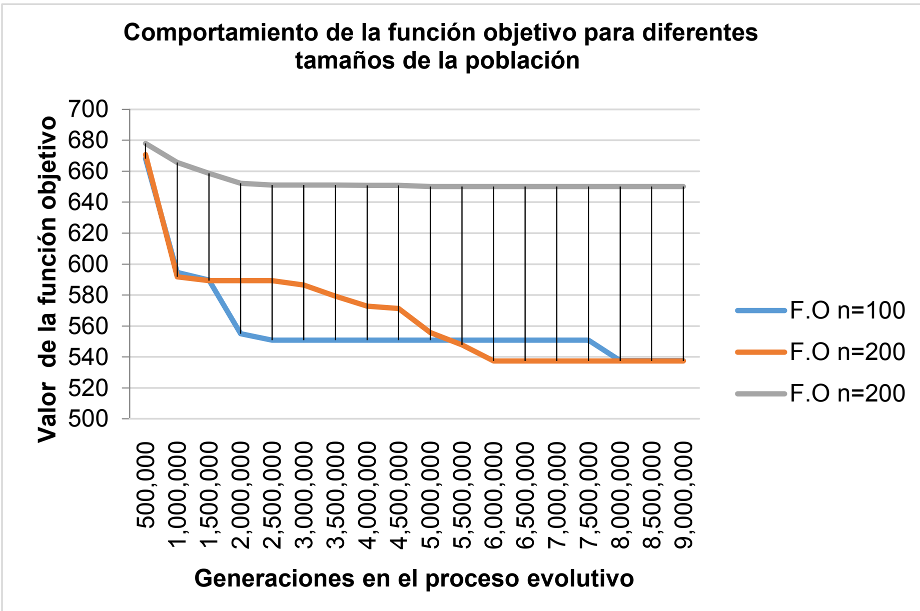


FIGURA 4. Comportamiento de la función objetivo para diferentes tamaños de la población, instancia CON 3-8 de Dethloff.

7. CONCLUSIONES

El algoritmo hibrido que combina el algoritmo genético de Chu – Beasley y la técnica exacta aplicada al modelo matemático para un depósito, varios vehículos y muchos clientes es una muy buena alternativa para resolver el VRPSPD para grandes tamaños de clientes o nodos, en donde por la misma naturaleza de los problemas *NP- Hard*, la programación lineal entera mixta - PLEM no los resuelve dentro de un horizonte de tiempo aceptable.

Con la metodología de dos fases (algoritmo genético de Chu Beasley y técnica exacta programación lineal) y la incorporación de los algoritmos heurísticos constructivos aportados por los autores para generar las rutas desde la configuración de Chu Beasley con la mejor incumbente para obtener las matrices de los rutas y la determinación de la cantidad de clientes por rutas a partir del control de carga por vehículo, se facilita considerablemente la aplicación de la matheurística propuesta en este trabajo y se puede evaluar el rendimiento del algoritmo aplicado a través del análisis de sensibilidad, pudiéndose comprobar que la implementación es eficiente y funciona bien.

En adición a lo anterior, queda el reto de incorporar a este problema los efectos ambientales y realizar las respectivas pruebas, considerando en caso de aplicar, las instancias disponibles en trabajos publicados en revistas indexadas. Se debe tener en cuenta que las matheuristicas no garantizan la solución óptima global de los problemas.

8. TRABAJOS FUTUROS

La implementación de la matheurística propuesta puede servir como punto de adaptación a otras variantes de los problemas VRPSPD, que incluso pueden contemplar su extensión al problema VRPSPD con vehículos eléctricos o que empleen otra fuente de energía para su movilización.

Además, puede complementarse la matheurística propuesta con la incorporación de otras funciones objetivo como cargas debidas al peso y centro de gravedad, cargas resistivas del vehículo en movimiento (fuerza debida a la pendiente, fuerza debida a la rodadura, fuerza por efectos aerodinámicos y fuerza de tracción), nivel de congestión vehicular, factores que aumentan el nivel de complejidad del nuevo problema VRPSPD. Este nuevo enfoque integra conceptos de planificación de transporte, consumo de combustible e investigación de emisiones y enrutamiento y programación basados en la logística. El CO_2 es uno de los seis factores clasificados como externalidades del transporte. Los otros son ruido, infraestructura, accidentes, calidad del aire y congestión.

Por lo anterior, hay oportunidades para expandir esta investigación al complementar y refinar la matheurística propuesta y considerar otros escenarios de actuación como:

- El uso de vehículos alternativos de entrega y recogida.
- El uso de combustibles alternativos
- Mejorar la matheurística, permitiendo diferentes volúmenes de tráfico por hora del día o de la semana, permitir ajustes de peso de los vehículos, incluir ciclos de conducción para autopistas y áreas rurales, considerar el impacto de seleccionar aleatoriamente períodos de tiempo dentro de los ciclos de conducción genéricos o incorporar la funcionalidad para minimizar las externalidades del transporte como emisión de CO_2, ruido, infraestructura, accidentes, calidad del aire y congestión.
- Se requerirá una comprensión más estructurada de cómo estos factores cambian por tipo de carretera y volumen de tráfico, y se modificará la matheurística para incorporar estos elementos.
- Las investigaciones futuras podrían considerar la ruta y el impacto de CO_2 de diferentes estilos de conducción.

9. AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Universidad Tecnológica de Pereira por su apoyo académico y económico en el desarrollo de esta investigación.

10. REFERENCIAS

BALLESTEROS S., P.P.; ESCOBAR Z., A. (2016):"REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON RECOGIDAS Y ENTREGAS" Revista Ingeniería y Desarrollo, Universidad del Norte - Vol. 34 No.2 - pgs. 464 – 482.

BIANCHESSI, N.; RIGHINI, G. (2007): "HEURISTIC ALGORITHMS FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICKUP AND DELIVERY", Computer and Operation Research - Vol. 34 - pgs. 578-594.

CAO, E.; LAI, M. (2007): "AN IMPROVED GENETIC ALGORITHM FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS DELIVERY AND PICK-UP SERVICE". Version obtenida el 06/06/2013[Online] The Sixth Wuhan International Conference on E-Business,

http://it.swufe.edu.cn/UploadFile/other/xsjl/sixwuhan/Paper/IM135.pdf.

CHU, P.; BEASLEY, J. (1997):"GENETIC ALGORITHM FOR THE GENERALISED ASSIGNMENT PROBLEM". Computer & Operations Research, Vol. 24 (1) – pgs. 17-23.

DELL'AMICO, M.; RIGHINI, G.; SALANI, M. (2006): "A BRANCH-AND-PRICE APPROACH TO THE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS DISTRIBUTION AND COLLECTION". Transportation Science- Vol. 40(2) - pgs. 235–247.

DETHLOFF, J. (2001): "VEHICLE ROUTING PROBLEM AND REVERSE LOGISTICS: THE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS DELIVERY AND PICK-UP". Operation Research Spectrum, [Journal], Springer Berlín- Vol. 23, pgs. 79 -96.

FABRI, A.; RECHT, P. (2006): "ON DYNAMIC PICKUP AND DELIVERY VEHICLE ROUTING WITH SEVERAL TIME WINDOWS AND WAITING TIMES". European Journal of Operational Research-ELSEVIER - Part B 40. pgs. 335–350.

GALLEGO, R.; TORO, E.; ESCOBAR, A. (2015): "TÉCNICAS HEURÍSTICAS Y METAHEURÍSTICAS", Colección de trabajos de Investigación Editorial Universidad Tecnológica de Pereira- UTP, pgs. 371.

GOUVEIA, L. (1995): "A RESULT ON PROJECTION FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM". European Journal of Operational Research, pgs. 610-624.

LENSTRA, J. K.; RINNOOY K., H. G.: (1981): "COMPLEXITY OF VEHICLE ROUTING AND SCHEDULING PROBLEMS". Networks - Vol.11 No. 2 - pgs 221-227.

MIN, H. (1989): "THE MULTIPLE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS DELIVERY AND PICK UP POINTS". Transportation Research - Vol. 23. No. 5 - pgs. 377-386.

MONTANÉ, F. A.; GALVÃO, R.D. (2006): "A TABU SEARCH ALGORITHM FOR VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICKUP AND DELIVERY SERVICES". European Journal of Operational Research // Computers and Operation Research Elsevier, pgs. 595-619.

PISINGER, D.; ROPKE, S. (2007): "A GENERAL HEURISTIC FOR VEHICLE ROUTING PROBLEMS". Computers & Operations Research Vol. 34, pgs. 2403 - 2435.

SALHI, S.; NAGY, G.A. (1999): "A CLUSTER INSERTION HEURISTIC FOR SINGLE AND MULTIPLE DEPOT VEHICLE ROUTING PROBLEMS WITH BACKHAULING", Journal of the Operational Research Society - Vol. 50 - pgs.1034-1042.

SUBRAMANIAN, A. (2012): "HEURISTICS EXACT AND HYBRID APPROACHES FOR VEHICLE ROUTING PROBLEMS". Universidade Federal Fluminense. Tesis Doctoral. Niteroi. pgs. 13, 17, 19.

SUBRAMANIAN, A.; SATORU, L.; UCHOA, E. (2010): "NEW LOWER BOUNDS FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICKUP AND DELIVERY". 9th International Symposium, SEA Ischia Island, Napoles, Italy, May 20/22, pgs. 276-287.

TOTH, P.; VIGO, D. (2002): "THE VEHICLE ROUTING PROBLEM". Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Monographs on discrete mathematics and applications. Philadelphia, USA, pgs 1-23, 109-149.

ZACHARIADIS, E.; TARANTILIS, C.; KIRANOUDIS, C. (2009): "A HYBRID METAHEURISTIC ALGORITHM FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS DELIVERY AND PICK - UP SERVICE" [Journal], Expert System with Applications - Vol. 36, pgs. 1070 -1081.

ZACHARIADIS, E. E.; KIRANOUDIS, C. T. (2011): "A LOCAL SEARCH METAHEURISTIC ALGORITHM FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICK-UPS AND DELIVERIES". Expert Systems with Applications Vol. 38, pgs. 2717-2726.