Vínculos entre la enseñanza de la física y la epistemología: el caso de la probabilidad

Víctor Rodríguez[1]
[1]*Facultad de Filosofía y Humanidades, Universidad Nacional de Córdoba, Pabellón Residencial. Ciudad Universitaria, CP 5000, Córdoba, Argentina.*

E-mail: gauchovrr@gmail.com

(Recibido el 2 de mayo de 2015; aceptado el 31 de mayo de 2015)

Resumen

Luego de algunas consideraciones sobre la relación entre la epistemología general y la filosofía de la física, se exponen diferentes interpretaciones del cálculo de probabilidades y sus aplicaciones a la física. Se pretende una aproximación a los diferentes significados atribuidos a la probabilidad en los últimos siglos. El artículo está orientado a docentes e investigadores dedicados a la enseñanza de la física.

Palabras clave: Epistemología, Filosofía de la física, Probabilidad, Física educativa, Lenguaje matemático.

Abstract

Beginning with some considerations on the relation between general epistemology and philosophy of physics, different interpretations of the calculus of probability and its applications to physics are exposed. An approximation to the different meanings attributed to probability in the last centuries is intended. The article is oriented to teachers and researchers in the teaching of physics.

Keywords: Epistemology, Philosophy of physics, Probability, Physics education, Mathematical language.

I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo está orientado a profesionales e investigadores en enseñanza de la física, aunque quien escribe esto no es un especialista en el tema. No hay fórmulas, ni ecuaciones en el texto; sólo se ofrece una reflexión sobre ciertos conocimientos que tocan a esta área de docencia e investigación. Como el ámbito de trabajo del autor es la epistemología, la perspectiva adoptada proviene de ella. Cabe sí decir que esta reflexión ha estado motivada por numerosos contactos con la comunidad dedicada a las investigaciones sobre educación en física. A través de ellos, se pudieron constatar varios roles de la epistemología en esas prácticas, tanto en reuniones especializadas, como en ensayos sobre la manera de enseñar aspectos de la disciplina. Aquí se considerará solamente un caso: la probabilidad. Ella será tomada como ejemplo ilustrativo de los aportes que la enseñanza de la física puede recibir de la epistemología. Para ubicar al tema, se dará primero un marco general.

A. Consideraciones generales sobre epistemología y filosofía de la física

A los fines de simplificar el lenguaje, distinguiré algo esquemáticamente tres escenarios epistemológicos diferentes. La epistemología general, la filosofía general de la ciencia y la filosofía de las ciencias particulares.

a) La epistemología general se ocupa principalmente de cuestiones vinculadas con el conocimiento humano. Lo corriente es que temas como la certeza, la evidencia, la duda, la racionalidad, variantes de escepticismo, o planteos generales sobre la inducción, pasen por este ámbito.

b) La filosofía general de la ciencia usualmente se encarga de cuestiones como la explicación científica, la predicción, el rol de las hipótesis, la sistematización del conocimiento científico con sus modelos y teorías, la lógica aplicada a la investigación científica, la inducción y la probabilidad aplicadas a la ciencia. A estos temas se suman, cada tanto, otros, como el de revolución científica, progreso científico, etc.

c) Las filosofías de las ciencias particulares atienden métodos y conceptos provenientes de las disciplinas científicas particulares. Puede ser el método de Monte Carlo, el concepto de gen, o el concepto de campo en física, por citar sólo algunos ejemplos.

Por supuesto, la línea de corte entre estas grandes áreas no es totalmente nítida, pero conviene remarcar que se está observando un desplazamiento de interés desde la epistemología general hacia las disciplinas científicas particulares. Esto se observa en las tendencias internacionales actuales; hoy podemos explorar revistas periódicas internacionales sobre filosofía de la biología, filosofía de la química, filosofía de las matemáticas o, filosofía de la física, por citar algunas áreas importantes. Aquí nos focalizaremos en esta última.

Todos sabemos que la física involucra a muchos contextos. Existen los laboratorios, las teorías canonizadas, las heurísticas asociadas a las exploraciones, las herramientas lingüísticas con que se nutren las teorías y los modelos, i.e.: las matemáticas, y también un cierto acopio de conocimientos provenientes de la vida cotidiana. Naturalmente, en cada una de las secciones en que se divide la práctica disciplinar, tanto teórica como experimental, se enfatiza sobre algunos de estos temas. Lo que muestra este escenario es que la lectura epistemológica está presente de diversos modos en todos esos ámbitos. En el caso de la filosofía de la física, encontramos, además, sub-áreas de investigación considerablemente robustas, como la filosofía de la cosmología, de la relatividad o, de la física cuántica, por citar casos importantes. En algunos contextos, estos trabajos aparecen bajo el rótulo de ‘fundamentos’. Pero esta división del trabajo no agota el campo. También hay conceptos que reciben influencias cruzadas, tanto de diferentes sectores de la física, como de la filosofía. Ejemplos de ellos son el concepto de espacio, el concepto de tiempo, el concepto de energía o, entre muchos otros, el concepto de probabilidad. Cada uno presenta sus peculiaridades, las que contribuyen a generar normalmente tensiones interpretativas entre nuestro mundo cotidiano y nuestra representación científica del mundo.

Dentro de este marco, el objetivo de este artículo es ilustrar un punto de vista cercano a la filosofía de la física a través del concepto de probabilidad. Lateralmente, se conjetura que el ámbito de la filosofía de la física puede ofrecer mayor riqueza conceptual que la epistemología general para los docentes e investigadores en enseñanza de la física.

II. UN PRIMER ACERCAMIENTO A LA PROBABILIDAD EN FÍSICA

En primer lugar, conviene reconocer que cuando se atiende a las relaciones entre probabilidad y física, es común analizarlas desde diferentes ámbitos temáticos. De un modo algo esquemático, podemos separar estos ámbitos en:

a) Las teorías clásica y cuántica de la física, y el lugar de las probabilidades en ellas.

b) Las interpretaciones que los físicos hacen de esas teorías y el lugar del lenguaje probabilista en ellas. Al respecto, la historia de la física en el siglo XX ha mostrado una variada gama de interpretaciones, defendidas por distintos referentes en la materia.

Aquí hay que desglosar entre:

b. 1) la potencia y fertilidad de estos modelos interpretativos solamente en función de su capacidad de predicción.

b. 2) las interpretaciones (con la probabilidad incluida) asociadas con alguna concepción del mundo.

c) Más allá de su incuestionable uso como herramienta matemática al servicio de la física, se puede preguntar sobre el alcance epistemológico de la probabilidad y ver en qué medida pueden influir distintas lecturas de la misma sobre el lenguaje que construyen. Es claro que la probabilidad ha inundado el lenguaje de la física y por ello es una pregunta que merece su consideración.

Atendiendo a esto, y como primer montaje del andamiaje que se utilizará para el análisis de este concepto, es conveniente hacer ciertas aclaraciones disciplinares al comienzo. En primer lugar, muchos conceptos científicos son análogos a los poliedros irregulares: la forma y el número de caras depende del ángulo desde donde se lo mire. Esto sucede con ciertas entidades teóricas que son sumamente abstractas para el científico entrenado formalmente, pero a veces son representadas por ciertos modelos icónicos que entrelazan aspectos de la vida cotidiana con ejercicios formales de representación. Se intentará mostrar que la probabilidad no escapa a las consideraciones anteriores.

A. El pilar sólido del edificio matemático

Cuando un/a estudiante de física se acerca a la probabilidad, generalmente lo hace a través de algún material introductorio. Normalmente toma contacto con la probabilidad a través del cálculo. Comienza con ejercicios de combinatoria, con ejemplos de juegos de azar, con anécdotas sobre los orígenes de esta herramienta, sigue con la lenta inserción de la probabilidad en la física, especialmente en vinculación la estadística, y finalmente se encuentra con las perplejidades de la mecánica cuántica, con la crisis del determinismo, con los problemas que genera el cruzamiento de cuestiones causales con el lenguaje probabilista. Una estrategia común es apoyarse en el lenguaje de las matemáticas y aplicar las recetas que considera más adecuadas. Los estantes de libros sobre probabilidad han crecido considerablemente, tanto por el desarrollo intrínseco de las matemáticas, como por el alimento proveniente de diferentes dominios de la investigación científica. De acuerdo con su nivel de formación y su nivel de exigencias, puede suceder que busque fundamentos más sólidos para este abordaje. Normalmente, esto conduce a los axiomas de Kolmogorov, que aunque no se citen explícitamente en todos los textos introductorios, están en la base de la mayoría de las formulaciones contemporáneas de la disciplina. Comúnmente, este/a estudiante no dispone de tiempo suficiente como para escarbar en los laberintos de esta axiomática y simplemente la usa con mayor o menor destreza en sus intentos de aplicación. El justificativo es que uno procede así con gran parte de los lenguajes matemáticos en la física. La axiomática puede ser exótica o intuitivamente clara, pero uno la usa porque anda bien. Pero, si busca una explicación de ella, puede que no se conforme con el esquema solamente.

¿Qué busca el filósofo aquí? Posiblemente lo mismo: entender el tema, pero lo hace desde una perspectiva algo diferente. Normalmente está más interesado en los aspectos lingüísticos involucrados, en las interpretaciones que se han dado de las axiomáticas, o de los modos de articulación presentados. Para ello, es usual recurrir a cuestiones históricas, aunque sean recientes, las que permiten ver con más claridad las sutilezas del panorama observado. Desde la perspectiva adoptada aquí, ésta es una estrategia complementaria a la investigación científica: el arte de mirar lo mismo desde diferentes ángulos. Por allí, estas estrategias complementarias producen conjuntamente búsquedas fructíferas, tanto en el campo científico, como filosófico.

Atendiendo al tema seleccionado, trataremos de ilustrar estas reflexiones con la obra más conocida de A. Kolmogorov (1933), *"Fundamentos de la teoría de la probabilidad"*. Por razones de espacio y por la formación de los lectores a quienes está dirigido este artículo, no vamos a reiterar aquí los axiomas que él propone para la teoría matemática de la probabilidad. Ellos ya han formado parte del entrenamiento de los físicos. Simplemente, vamos a focalizarnos en los aspectos conceptuales que condujeron a esa axiomática y veremos que, muy lejos de ser algo neutro, la misma está cargada de interpretaciones.

Como suele suceder con estas obras clásicas, al igual que montañas como el Everest, o el Aconcagua, conviene apreciar que ellas se encuentran rodeadas de picos menores, pero también de considerable altura. La observación de todos ellos permite la construcción de un paisaje integrado, o de un campo fértil para el análisis de las ideas involucradas, su génesis y su desarrollo. En parte, ello permite vislumbrar también el estatuto epistémico de estas axiomáticas, las que luego aparecen en el lenguaje científico de modo bastante petrificado e impersonal.

Kolmogorov fue un notable matemático. La disciplina le debe su paso por numerosos senderos. También estuvo muy interesado en los fundamentos de la misma. Es conocida su adherencia al finitismo y su conciencia de las trampas que genera el infinito en matemáticas; para él, convenía tomar a este concepto como una noción ideal en matemáticas. Sus trabajos de la década de 1920 y los anteriores a la obra citada arriba, permiten ver la evolución de su pensamiento. Y, aunque no formará parte de este artículo, también es posible seguir el curso de sus ideas posteriores a esta época. En lo que hace a la probabilidad, es llamativo cómo mantuvo estrecho contacto con las interpretaciones de ella durante varias décadas posteriores.

La propuesta de edificar la probabilidad sobre bases axiomáticas había sido presentada por Hilbert, en 1900. Kolmogorov tuvo aquí un objetivo claro. Como el mismo lo dice al comienzo del texto citado, le parecía conveniente axiomatizar los conceptos de evento aleatorio y su probabilidad. Para ello, dispuso de la teoría matemática de la medida y, aunque no fue el primero en enfocar el tema desde esta perspectiva, la desarrolló de un modo altamente original. En este sentido, sí, fue un matemático; pero una de sus principales motivaciones provenía de la física. Matemáticamente, los "*Fundamentos*" presentan dos tratamientos originales. Por un lado, la teoría de las probabilidades condicionales bajo ciertas restricciones y, por otro, una teoría general de procesos aleatorios o estocásticos. En particular, esta generalización de los procesos estocásticos era una consecuencia de una estrategia de abordaje de estos procesos con tiempo continuo que venía desde la década anterior. Aún cuando los mismos se desarrollaron enormemente en décadas posteriores, conviene no olvidar que en su concepción, yacía el espíritu de la teoría de conjuntos y el análisis real. En este sentido, fue un matemático clásico.

Paralelamente, desde la perspectiva de la filosofía de la ciencia, fue un inductivista, ya que para él las leyes estadísticas se descubren por medio de una indagación empírica de las frecuencias. Aquí conviene hacer un alto y comparar a Kolmogorov con von Mises. Como se verá más adelante, este segundo autor está asociado con una interpretación frecuencialista de la probabilidad. Por ello es útil diferenciar su postura de la de Kolmogorov. Aunque éste sigue a von Mises en varios aspectos, su pensamiento es que en los sistemas físicos, la aplicabilidad de los esquemas probabilísticos no está relacionada con la cuestión del azar en la naturaleza. Todo hace pensar que aquí, su espíritu matemático lo llevó fuera de alguna posición particular en filosofía natural sobre el azar. Por supuesto, tuvo que pagar su precio por esto, como lo atestiguan sus especulaciones posteriores sobre el por qué y el cómo de la adecuación empírica de sus modelos probabilistas, y también de su reconsideración, varias décadas después, del pensamiento de von Mises. A modo de cierre de esta sección, conviene remarcar que el mismo Kolmogorov reconoce en numerosos pasajes de su obra que sus aportes originales en este dominio estuvieron motivados por cuestiones físicas muy concretas.

De todos modos, para hacer justicia con este gran matemático, cerramos el comentario con una observación suya expresada poco tiempo después de los "*Fundamentos*". Como expone con más detalle von Plato (1994), al describir el panorama de las investigaciones sobre la probabilidad en esa época, Kolmogorov (1935), señaló tres direcciones importantes de esa actividad: 1) la analogía de la teoría de la medida de variables reales con la axiomatización y con las leyes fuertes de los grandes números; 2) los nuevos esquemas en física asociados con la teoría de los procesos estocásticos y con la teoría de las funciones aleatorias, y 3) el nuevo aparato analítico asociado con las ecuaciones para procesos estocásticos, funciones características y espacios funcionales, y métodos nuevos para demostrar teoremas de límite. Consideramos que esta pequeña lista es suficiente para vislumbrar la riqueza de la teoría que él había contribuido a apuntalar.

III. OTROS ENFOQUES SOBRE EL TEMA

Por razones de espacio, se exponen aquí solamente algunas facetas de las diferentes interpretaciones que arrastra la probabilidad. El criterio para elegir estas facetas no implica que otras características de las interpretaciones seleccionadas no sean igualmente importantes. Simplemente, es una forma de lectura. Además, no es una taxonomía estricta, ni exhaustiva sobre ellas. Por otra parte, habrá alguna superposición temática en la narración de las interpretaciones, pero ella se debe al intento de remarcar con énfasis diferente a ciertas características de cada tema. Se pretende que la síntesis comparativa sea de alguna utilidad para el tratamiento del tema por parte del docente.

La probabilidad matemática ha crecido enormemente gracias a la interacción con variadas disciplinas. Con algunas excepciones, como es el caso de Galileo (Gillies, 2000), la probabilidad creció a partir de actividades sociales, en particular, juegos, censos, mortalidades, nacimientos, entre otras casuísticas (Hacking, 1975; Daston, 1988). También hay eruditos que han estudiado el impacto de la probabilidad en la vida cotidiana (Gigerenzer et al, 1989), (Hacking, 1990). Recién en el siglo XIX se puede hablar de una relación robusta entre probabilidad y física. Dos ejemplos paradigmáticos son Maxwell y Boltzmann. En general, se acepta que hay diferencias epistemológicas entre sus enfoques de esta relación. Como se ha señalado, la calificación de 'estadística' fue usada a veces para señalar una ocurrencia que sucede la mayor parte del tiempo o en la mayoría de los casos, mientras que también ha sido usada aludiendo a la clase de todos los casos posibles, aunque pueda ser ésta una entidad idealizada. Cuando Boltzmann se compara con Maxwell en cuanto a las interpretaciones que ambos sostienen de la probabilidad, dice que hay una diferencia entre las concepciones de ellos y considera la suya como que caracteriza la probabilidad de un estado por el tiempo promedio en el cual el sistema está en el estado dado, mientras que la concepción de Maxwell supone una infinidad de sistemas iguales con todos los estados iniciales posibles. Normalmente se ha interpretado que Boltzmann defendió un enfoque que apoya a un sistema único, mientras que Maxwell propuso un enfoque que posteriormente fue conocido como el enfoque 'ensemble'. Lo que es interesante para nuestros fines es que parece ser que tanto Maxwell como Boltzmann pensaron en que sus enfoques respectivos conducirían a resultados concretos desde el punto de vista físico. En relación con esto, no es irrelevante destacar que las reflexiones de Einstein, que lo condujeron a su teoría del movimiento browniano, estuvieron influenciadas por el punto de vista de Boltzmann sobre la física estadística. Como, por una parte, es muy conocido el pensamiento posterior de Einstein sobre el estatuto epistemológico de la estadística en la física cuántica y su defensa de alguna forma de determinismo y, por otra parte, dado que este artículo se centra en el ítem c) mencionado antes, con respecto a las relaciones entre probabilidad y física, el punto de vista einsteniano no será considerado en detalle aquí.

Volviendo al siglo XIX, el escenario epistemológico de gran parte del mismo lo suministró la obra de Laplace, (1814, 1947). No es necesario repetir aquí los fundamentos de esa concepción, porque constituye generalmente el primer acercamiento a la probabilidad en el ámbito docente y ha corrido demasiada letra sobre él. La llamada 'concepción clásica' de las probabilidades duró unas cuantas décadas y formó parte del manejo del conocimiento incierto por parte de numerosos científicos. El siglo XIX ha sido extensamente estudiado en lo que hace a la avenida de doble mano que existe entre la probabilidad y las disciplinas científicas. Lo que es claro es que la probabilidad cambió la manera de justificar el método científico. Algunos historiadores y filósofos han llevado esta aventura incluso hasta las puertas de una revolución científica (Krüger et al, 1987). Pero el panorama que se despliega en estos ensayos está más asociado con las aplicaciones dentro de áreas de la ciencia y de la sociedad, que de las matemáticas. Por su lado, estas últimas siguieron desarrollando estrategias y demostraciones, y así se fue consolidando el piso para el desarrollo de la teoría matemática de la probabilidad en el siglo XX. Existe un gran contraste entre obras como la Todhunter (1865, 1965) y alguna historia de la probabilidad en el siglo XX. Al respecto, existen obras de algunos filósofos que han intentado enlazar estos ámbitos clásicos con el enfoque contemporáneo post- Kolmogorov.

Cuando uno incursiona en las interpretaciones de esta teoría matemática y sus aplicaciones, se encuentra con algo extraño a primera vista. Varias interpretaciones son compatibles con los axiomas de Kolmogorov. De este modo, da la impresión que el lenguaje de la probabilidad es relativamente neutro e indiferente a cuestiones interpretativas. Cuando uno usa la teoría matemática, no tiene demasiado en cuenta a las interpretaciones compatibles. Generalmente se queda con la que le resulta más familiar. Es aquí donde los filósofos han desplegado toda su artillería. Desandando principios, estilos y contextos de aplicación, han llegado a aceptar varias interpretaciones como legítimas, aunque no perfectas, para el análisis del cálculo y de sus aplicaciones. La taxonomía emergente no es fácil de describir, ya que no hay total acuerdo al respecto; sin embargo, hablando esquemáticamente, puede decirse que existen interpretaciones objetivas e interpretaciones subjetivas de la probabilidad. Cada corriente de pensamiento ha exhibido notables defensores. Ambas miradas tienen razones fundadas en su favor; ambas rescatan aspectos de la probabilidad que son muy atendibles. Esto ha llevado a autores contemporáneos a considerar que quizás es necesaria una partición del enfoque epistemológico, atendiendo a las necesidades de cada sector específico de la investigación científica. Algo de esto se observa. Las probabilidades subjetivas están muy extendidas en las ciencias sociales y humanas, mientras que las probabilidades objetivas, gracias a las frecuencias que exhibe el mundo, son la interpretación estándar en ciencias naturales. La descripción actual de la naturaleza parece reforzar el punto de vista de que ella funciona de modos que no dependen de nuestras creencias. Se ha citado reiteradamente al respecto el caso del decaimiento radiactivo y de otros fenómenos naturales que parecen ocurrir con indiferencia por nuestros grados de creencias, pero que se adecuan correctamente al lenguaje probabilista. Una forma plausible de superar esta disyuntiva, que ha sido aceptada con amplio consenso, es aceptar que la probabilidad se edifica sobre dos pilares, uno basado en las frecuencias que observamos en el mundo y el otro de carácter netamente cognoscitivo, que tiene que ver con el alcance de nuestros modos de conocer. Dicho brevemente, que la probabilidad es un edificio montado sobre un pilar epistémico y otro frecuencialista.

Hilando algo más fino, la proliferación de interpretaciones ha llevado a otras taxonomías más sutiles. Así, hoy es un lugar común la aceptación de diversas interpretaciones, aunque a un precio algo más técnico. Tenemos, además de la versión clásica, una interpretación que los filósofos han llamado 'lógica´ y que tiene que ver con grados de creencia racional. La suposición que subyace a este enfoque es que, ante la misma evidencia, los seres humanos racionales asocian un grado similar de creencia o poder predictivo. Conviene remarcar aquí una diferencia con la interpretación subjetiva. Hablando de un modo un tanto general, el nexo entre la evidencia disponible y el grado de creencia es en esta última mucho más flexible. Ante una misma evidencia pueden emerger puntos de vista diferentes. Lo que se atenúa es el concepto de una racionalidad universal. En la física, ha sido muy popular, y continúa siéndolo, la interpretación frecuencialista. Las frecuencias con que se dan muchos procesos generan estimaciones sobre la eventual repetitividad de los mismos. El cálculo se ha ido montando sobre algunas variantes abstractas del caso límite en una sucesión prácticamente infinita o, como supo rotularse, *in the long run*. Algo tardíamente apareció una versión robusta de una interpretación basada en propensiones. Aquí el énfasis está puesto en las condiciones que hacen posible la repetitividad. Por otro lado, también respeta mucho más a los diseños de los experimentos. Por ejemplo, para usar un caso elemental, de acuerdo a cómo se diseñe el experimento de la tirada de una moneda, esto es, al modo de arrojarla, será la frecuencia obtenida. Como puede observarse a esta altura, más que blancos y negros en materia de interpretación, hay tonos de grises. Aunque para la mayoría de los científicos es algo obvio que las frecuencias están en la naturaleza, hay que reconocer que no hay acuerdo en la manera de asociarlas con nuestro conocimiento de ellas. Por ello subsisten diferentes interpretaciones. Como es natural, esto no ocurre solamente con la probabilidad, sino con muchas cuestiones en el amplio espectro de las prácticas científicas. Esta tensión fue usualmente asociada con las relaciones entre las teorías y las observaciones. Últimamente los modelos y las simulaciones se están llevando gran parte de la carga de la prueba.

En lo que sigue, analizaremos con más detalle a los principales enfoques que se han presentado someramente y que configuran este panorama. Comenzaremos por los enfoques más extendidos, pero para dar un marco general útil a ellos, vale la pregunta: si la probabilidad es una medida de nuestra ignorancia, ¿cómo se puede medir la ignorancia? Una respuesta posible es que no se mide la ignorancia, sino que sólo se infiere una consecuencia a partir de una tendencia observada en ciertos procesos. Esta inferencia es inductiva o hipotético-deductiva y sólo es útil como herramienta de predicción. En este sentido no habría un nuevo conocimiento sino sólo diversas maneras de elaborar conjeturas a partir de lo que se conoce, o de lo que muestran los experimentos; como los resultados ‘objetivos’ están también sujetos a interpretaciones, puede haber toda una gama de inferencias asociadas a las sutilezas propias de la lectura del experimento o de la observación. El arte de enlazar estas inferencias pasó tardíamente al dominio de las matemáticas. La teoría de la medida cobijó a este arte de tejer inferencias y desde entonces, la probabilidad encontró su nicho en el ámbito de las matemáticas. Una reflexión que suele aparecer entre historiadores de las matemáticas ilustra de algún modo este punto: en el siglo XIX, la probabilidad era la menos matemática de las teoría matemáticas. Con independencia de si esto es verdad o no, las primeras décadas del siglo XX cambiaron el lugar y el protagonismo de la probabilidad dentro de las teorías matemáticas. Pero, como dijimos arriba, una cosa es la probabilidad matemática y otra es el uso en la interpretación física. Aún cuando los matemáticos han desplegado de diversos modos altamente exitosos el arte de demostrar en base a principios, axiomas, o condicionales del tipo ‘si… entonces’, los físicos usaron este lenguaje para sus interpretaciones y predicciones y, además, proveyeron de heurísticas fructíferas a los matemáticos de las generaciones sucesivas, los que a su vez desarrollaron nuevas herramientas formales.

En lo que sigue, vamos a considerar con algo más de detalle las principales lecturas epistemológicas sobre la probabilidad.

A. La interpretación clásica

La primera interpretación robusta de la probabilidad, la llamada ‘interpretación clásica’, tiene una fuerte connotación física. Giró básicamente en torno de una concepción del determinismo universal y estuvo motivada mayormente por la presencia dominante de la mecánica newtoniana aplicada a la astronomía, en particular al sistema solar y cuerpos menores del mismo, y por extensión, se aplicó a otros fenómenos físicos.

Veamos un fragmento del *Ensayo* de Laplace (1814, 1947): “Los acontecimientos actuales tienen con los precedentes un vínculo fundado en el principio evidente de que una cosa no puede comenzar a existir sin una causa que la produzca. Este axioma, conocido con el nombre de *principio de razón suficiente*, se extiende aun a las acciones que se juzgan indiferentes. La voluntad más libre no puede originarlas sin un motivo determinante, pues, siendo absolutamente semejantes las circunstancias de dos situaciones, si actuara en una y dejara de hacerlo en la otra, su elección sería un efecto sin causa; sería entonces, dice Leibniz, el azar ciego de los epicúreos….Debemos, pues, considerar el estado presente del universo como el efecto de su estado anterior y como causa del que debe seguirlo”. Y continúa con uno de sus párrafos más famosos: “Una inteligencia, que en un instante dado conociera todas las fuerzas que animan a la naturaleza y la situación respectiva de los seres que la componen, y que, por otra parte, fuera suficientemente amplia como para someter esos datos al Análisis, abarcaría en la misma fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes del universo y los de los átomos más ligeros; nada le sería incierto, y tanto el futuro como el pasado estarían presentes delante de ella”.

Este párrafo, aún cuando ha permitido numerosas lecturas filosóficas, constituye en nuestra opinión la quintaesencia del marco en el que se basa la concepción clásica de la probabilidad. En él, el estatuto del conocimiento humano frente a las leyes naturales se expone con total claridad. Un par de páginas más adelante expresa: “Sin duda alguna, la regularidad que la astronomía nos muestra en el movimiento de los cometas, se presenta en todos los fenómenos. La curva descrita por una simple molécula de aire o de vapor está determinada de una manera tan segura como las órbitas planetarias. Entre ellas no existe más diferencia que la ocasionada por nuestra ignorancia. La probabilidad se relaciona en parte con dicha ignorancia y en parte con nuestros conocimientos….La teoría del azar consiste en reducir todos los acontecimientos del mismo género a un cierto número de casos igualmente posibles, es decir, tales que estemos igualmente inseguros sobre su existencia, y en determinar el número de casos favorables el acontecimiento cuya probabilidad se busca. La relación de este número con el de todos los casos posibles es la medida de esa probabilidad, que no es así más que una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador es el número de todos los casos posibles". La cita es extensa, pero es generalmente el marco con el que se presenta a los estudiantes de física la primera versión de la probabilidad, aunque escrita luego en lenguaje matemático. De estos supuestos se siguen los axiomas de la teoría clásica. Los historiadores han explorado los motivos por los cuales esta concepción se extendió muchas décadas, al punto que un siglo después, un científico brillante, Markov, todavía adoptara la concepción clásica en el desarrollo de las cadenas que llevan su nombre.

B. La interpretación lógica

Esta interpretación fue sostenida por R. Carnap, por filósofos del Circulo de Viena y, en una versión algo diferente, también por K. Popper; sin embargo, algunos años antes ya había sido desarrollada por J. Keynes, como lo muestran sus borradores de la primera década del siglo pasado. También se encuentra un bosquejo en el *Tractatus Logico-Philosophicus* de L. Wittgenstein (1922). Una idea central en este enfoque es la concepción de la probabilidad como una relación lógica, pero no necesariamente una lógica deductiva. Desde el principio se pensó en aflojar el vínculo entre las premisas y la conclusión, atados muy estrictamente en la lógica deductiva. Así, se llegó a ponderar la presencia de un vínculo parcial entre premisas y conclusiones. Para un estudiante que haya cursado algo de lógica en el colegio medio, éste es otro modo de referirse al clásico problema de la inducción. Se considera aquí que ya Keynes en su tratado sobre probabilidad expresó con claridad el fundamento de esta concepción. Interpretando este grado de vínculo parcial, dice: "Supongamos que nuestras premisas consisten de algún conjunto de proposiciones H, y que nuestra conclusión consiste de algún conjunto de proposiciones A, entonces, si un conocimiento de H justifica una creencia racional en A de grado α, decimos que hay una relación-de probabilidad de grado α entre A y H" (Keynes, 1921). Aquí, la expresión "grados de creencia racional" es equivalente a la expresión "grados de vínculo parcial", mencionada arriba. Esta línea de pensamiento ocupó a muchos filósofos, especialmente a aquellos con buen entrenamiento y formación en lógica y filosofía de la ciencia en la primera mitad del siglo XX. En buena medida, el cálculo matemático fue desplazado aquí por teorías de la confirmación científica, capítulo ortodoxo de la filosofía de la ciencia.

C. La interpretación frecuencialista

Esta tradición epistemológica se remonta al siglo XIX, con fuerte presencia posterior en el Círculo de Viena durante el siglo XX. El referente más conocido fue R. von Mises, aunque también es destacable el protagonismo de H. Reichenbach. Aunque las ideas de von Mises comenzaron alrededor de una década antes, un libro suyo de 1928 (von Mises, 1928, 1946) extendió la cultura frecuencialista alrededor del mundo, especialmente entre una gran comunidad de físicos.

El marco general desde el que se desarrolla la interpretación frecuencialista es la consideración de que la teoría de la probabilidad es, por un lado, una ciencia matemática y por otro, que trata con fenómenos observables. Desde el comienzo se la hizo análoga a otras ramas de la ciencia, como la mecánica, o la geometría. Pero esto merece una aclaración; así como el contenido específico es algo propio de cada disciplina, la probabilidad en esta concepción tiene que ver con fenómenos masivos y con eventos que se repiten. Dicho en palabras de von Mises, "[la probabilidad] trata problemas en los cuales el mismo evento se repite una y otra vez, o está involucrado un gran número de elementos uniformes al mismo tiempo". En su taxonomía, divide a estos en tres categorías, de las cuales la tercera tiene que ver con la física.

Lo más importante de esta concepción es la noción de 'colectivo'. Con este rótulo caracteriza a una sucesión de eventos que difieren en los atributos observables. Un punto en común con gran parte de la física teórica es la distinción que establece entre los colectivos empíricos y colectivos matemáticos. Un colectivo empírico se puede observar y por lo tanto presenta un número finito de miembros. Un colectivo matemático no tiene esta limitación y normalmente refiere a sucesiones infinitas. De nuevo, ha habido mucha reflexión sobre la tensión entre estos dos mundos. Para von Mises, éste no es un problema especial ya que es común a todas las idealizaciones y por ellas no necesariamente se pierde en fecundidad; por el contrario, muchas representaciones abstractas son extremadamente fértiles. Como él sostenía una concepción empirista acerca del conocimiento científico, su estrategia de indagación comenzó siempre por los fenómenos empíricos y, por lo tanto, por los colectivos empíricos. Algo más técnicamente, acepta dos leyes empíricas; la primera arranca de la observación de que las frecuencias relativas de ciertos atributos son cada vez más estables cuando se incrementa el número de observaciones. Se suele rotular a esto como 'la ley de la estabilidad de las frecuencias estadísticas'. La segunda ley tiene que ver con la aleatoriedad y su rol en los colectivos. Para este autor, los colectivos empíricos presentan aspectos de aleatoriedad y desorden. Todo este enfoque empirista puede ser sintetizado en su famosa expresión "primero el colectivo, luego la probabilidad". Considerado desde la perspectiva de la física, hay ciertos aspectos de su concepción que son dignos de consideración. Uno de ellos es el papel que hace jugar a las definiciones operacionales, en particular, a las definiciones explícitas. Usa el concepto de trabajo en física para ilustrar comparativamente su punto de vista sobre la probabilidad. Dice que, así como usamos la palabra 'trabajo' de muchos modos en el lenguaje ordinario, en física es un concepto que se describe con precisión y rigor. De este modo, un concepto vago del lenguaje ordinario se ha delimitado y hecho más preciso por medio de una definición y, eso es en su opinión, lo que pasa con la probabilidad.

Como es de suponer, heredó estas ideas de Mach, aunque su postura al respecto recuerda fuertemente a la del físico Bridgman y sus definiciones operacionales, que tanta influencia han tenido sobre los intentos de articulación que se han venido realizando entre teoría y experimentación. La tradición de eliminar lo vago, hasta donde eso es posible, cruzó en gran medida buena parte de la física del siglo XX, pero éste es otro tema. En esencia, como expresó muchos años después von Mises, "la frecuencia relativa de la repetición es la medida de la probabilidad, como la longitud de una columna de mercurio es la medida de la temperatura". Como sucede con gran parte de las definiciones muy precisas y estrictas, esta definición no sirve para todos los casos de la vida diaria, en los que muchas veces el lenguaje exhibe una vaguedad intrínseca.

Para cerrar este punto, como se ha dicho muchas veces, esta definición de la probabilidad por medio de frecuencias límites es una definición operacional de un concepto teórico, como lo es la probabilidad, a través de un concepto operacional, que es la frecuencia. En su opinión, estos límites idealizados son similares, tanto en probabilidad como en otras ramas de la física matemática. No se entrará aquí en las aproximaciones más sutiles al frecuencialismo, posteriores a von Mises, pero debe tenerse en consideración que, desde un punto de vista pragmático, la nitidez que brinda esta aproximación conceptual al tema, alcanza para brindar el marco usual al que tienen acceso los estudiantes de física. Sin embargo, debe reconocerse que hay numerosos temas escabrosos que están situados en la intersección entre matemáticas, física y epistemología en relación con la probabilidad desde una perspectiva frecuencialista.

D. Interpretaciones subjetivas y bayesianismo

Poco diremos aquí sobre las interpretaciones subjetivistas de la probabilidad. Aunque esta línea de pensamiento ha generado una exuberante industria de artículos en áreas de la ciencia en las que no abundan conceptos que sean susceptibles de un tratamiento matemático, o donde tampoco es fácil describir frecuencias, puede decirse que, en líneas generales, su rol ha estado fuera del interés de los físicos. Una excepción la constituye la interpretación bayesiana de la probabilidad, en la que, aludiendo a probabilidades condicionales, se usa el teorema de Bayes para la estimación. Como este teorema ha sido escrito y analizado de diferentes formas, lo exponemos aquí de una manera estándar: sirve para relacionar la probabilidad "directa" de una hipótesis, condicional a un conjunto de datos, a la probabilidad "inversa" de los datos, condicional a la hipótesis (SEP, 2003). Dicho de otro modo, $P(B/A) = P(A/B). P(B) / P(A)$. Esta línea de estimación de la probabilidad, nació con una publicación póstuma de T. Bayes (1764) y, de manera similar a músicos como Teleman, u otros clásicos sacados del olvido, sus ideas fueron rehabilitadas en el siglo XX y gozan actualmente de buena presencia en los ámbitos científicos y, aunque en grado menor, aún en ciencias naturales.

En filosofía de la ciencia, por otra parte, se ha ido afianzando una concepción de la confirmación bayesiana. Como es conocido, uno de los grandes temas en debate es con qué fuerza podemos afirmar que una teoría está confirmada. Para un tratamiento riguroso de esto, se puede ver, por ejemplo, J. Earman (1992). Mucho se está escribiendo actualmente sobre esta corriente de pensamiento. Pero, como dicen Corfield y Williamson (2001), el futuro del bayesianismo dependerá del progreso sobre las siguientes preguntas fundamentales: ¿Se debe preferir el bayesianismo a la estadística clásica? Si es así, ¿Qué tipo de razonamiento debería uno adoptar (subjetivismo estricto, objetivismo empírico, u objetivismo lógico)? Y, por último, ¿Cómo se puede hacer coherente al razonamiento bayesiano con el razonamiento causal, lógico, científico, matemático y de la teoría de la decisión? Sea cual fuere la respuesta, es llamativo el número de áreas en las que está haciendo sentir su presencia. A modo de ilustración, tomemos, por caso, un ejemplo reciente. El libro *Bayesian Methods in Cosmology* (Hobson et al., 2010) intenta mostrar la relevancia de estos métodos en cosmología. En él, se exploran campos como la astronomía de ondas gravitacionales, los datos de la radiación cósmica de fondo, o los estudios sobre la formación de galaxias, entre otros tópicos relacionados.

Pero, para hacer justicia al enfoque, hay que decir que el mismo tiene su origen en algo más que la ingenua pretensión de que nuestro conocimiento del mundo físico depende sólo de nuestros grados de creencias o, de nuestras estimaciones previas. Esto puede valer para presentar un modelo epistémico por vía de un teorema, como el caso considerado antes, pero los fundadores del enfoque subjetivista realmente no eran ingenuos. Tomemos por caso a uno de ellos, B. de Finetti (de Finetti, 1981; de Finetti, 1991; Daboni, 1987). Como su obra es muy extendida, señalamos aquí solamente Hay consenso de que su prodigioso talento lo llevó a explorar los modos de articular eficientemente una concepción filosófica con los últimos adelantos de la teoría matemática de la probabilidad. ¿Qué lugar tuvo la física en esto? Mucho. Para intentar aclarar esta respuesta, conviene ampliar un poco el contexto conceptual más allá del cálculo. Ha corrido mucha letra especulativa sobre el cuadrilátero física clásica, física cuántica, determinismo, indeterminismo. Con el correr de las décadas del siglo pasado, aparecieron varias interpretaciones de las diferentes combinatorias posibles entre estas cuatro concepciones. A esto hay que sumarle la indiferencia de los matemáticos por las interpretaciones subjetivas de la probabilidad hasta la década de 1920. Este autor, que había recibido la influencia de Castelnuovo y de Lévy, elaboró su propio enfoque hacia los años treinta. Es un condimento importante para comprender sus pretensiones epistemológicas, destacar que estuvo interesado tanto en el azar en la mecánica cuántica, como en las leyes estadísticas de la física clásica. También estuvo interesado en los procesos aleatorios compatibles con la continuidad. Consecuentemente, buscó un tratamiento adecuado de la probabilidad para los procesos temporales continuos. Si bien es cierto que comenzó sus investigaciones con el caso de la herencia mendeliana, se desplazó hacia cuestiones epistemológicas en muy pocos años. Una de ellas es la cuestión de extender la propiedad de la aditividad de la probabilidad desde ámbitos finitos a infinitos. La historia de este proceso es demasiado técnica como intentar contarla aquí, pero se sugiere al lector interesado ir a las obras de este autor y al contexto matemático de su época. Aquí solamente nos interesa destacar ciertos aspectos epistemológicos que sirven de apoyatura a su concepción. La pregunta que sobresale es ¿cómo se puede articular algo tan 'blando', como grados de creencia, al lenguaje de la matemática? Una respuesta histórica situada en este caso particular es que se puede bajo dos suposiciones: un cociente de apuestas, y la consideración de que uno no debe generar una apuesta si se sabe que ella conduce a una pérdida segura. Por supuesto, nada es tan simple, pero se puede decir que estos condicionantes principales permiten generar un modelo epistémico que es compatible con el cálculo de probabilidades, al menos, hasta su desarrollo actual. Para ser absolutamente justos con de Finetti, hay que reconocer que existen varios conceptos especiales que son necesarios para articular su concepción epistemológica, pero ellos no llevarían demasiado lejos, atendiendo a los objetivos y extensión de este trabajo. Lo único que se quiere remarcar con el párrafo anterior, es que, aún cuando los físicos sean proclives a aceptar una concepción frecuencialista de la probabilidad, la interpretación subjetiva no es una interpretación inocente, como puede parecer, y que merece la debida atención.

Más allá de su innegable efectividad, no es descabellado tener dudas acerca del papel de los infinitos en nuestros modelos 'realistas' del mundo físico. De vez en cuando, aparece un matemático-filósofo que aprovecha esta eventual debilidad de un edificio conceptual para edificar otro bastante alejado del sentido común. La teoría subjetiva de la probabilidad, es en buena medida un resultado de esta situación.

E. La interpretación basada en propensiones

Esta interpretación fue elaborada por el filósofo K. Popper (1957) y desarrollada en trabajos posteriores. Aunque en realidad este autor es conocido por su interpretación objetiva y también frecuencialista de la probabilidad, explorando sus potenciales y sus límites, reconoció que ella no daba cuenta adecuadamente de una buena versión objetiva de los eventos singulares, como por ejemplo, la probabilidad de la muerte de un individuo concreto. Para uno de los padres del frecuencialismo, R. von Mises, el intento de cálculo de esta probabilidad no tenía sentido. El enunciado en que aparece esta probabilidad no tenía significado. En el caso de Popper, el escenario de fondo para sus argumentos fue la mecánica cuántica. Si uno atiende al año citado arriba, debe reconocerse que había ya corrido mucha especulación sobre los alcances de la mecánica cuántica. Como anécdota histórica, es sabido que Popper ya había estado transitando especulativamente por este terreno en la época de su "*Lógica*" (Popper, 1935, 1962). Más precisamente, su tejido argumentativo era bastante sutil. Consideró un evento singular como un miembro de los colectivos de Von Mises y argumentó que la probabilidad singular podría tomarse como equivalente a su probabilidad en el colectivo como un todo. En el artículo citado al comienzo de este apartado y en otro posterior, mejoró su propuesta y ello lo llevó a pasarse de las frecuencias a las propensiones. El planteo fue simple y claro: las condiciones, por ejemplo, de un dispositivo experimental más el entorno físico, suministran las propensiones que producen las frecuencias. La crítica más fuerte que recibió Popper al respecto es que no dejaba en claro si las sucesiones de casos considerados eran infinitas, o muy largas, pero finitas. Éste no es un punto menor, porque como es sabido, a las sucesiones infinitas se las puede equiparar con las probabilidades, pero a las finitas, sólo se las puede aproximar a este lenguaje matemático. De lo que era consciente el autor es que si las propensiones provienen de experimentos, como en la cuántica experimental, las sucesiones sólo pueden ser finitas, dado que el número de experimentos siempre será finito. De nuevo aparecía la tensión entre el lenguaje de las matemáticas, con sus infinitos a cuesta, y el lenguaje de las prácticas, esencialmente finito.

Por otra parte, estaba claro que las otras versiones de la probabilidad tenían sus límites, mientras que en esta nueva propuesta aparecía un pilar tentador, aunque algo difuso, como es la propensión. Siempre los potenciales han causado problemas a los filósofos realistas. Por ello, al poco tiempo de aparecer esta versión, nacieron varias concepciones parientes de la de Popper, esto es, con algún aire de familia, aunque no idénticas. En realidad, mucho ha girado en torno a la pregunta si existe una teoría de la propensión que dé cuenta de los eventos singulares. Otro tanto ha sucedido con respecto a la vinculación entre propensiones y causalidad. La ligazón entre probabilidades y causas también ha generado problemas, al menos desde la época moderna. Por ello, algunas interpretaciones tratan de aliviar este mal. De cualquier manera, conviene hacer justicia con la madurez del joven Popper en cuanto a sus reflexiones sobre la probabilidad. En el apéndice II a su libro de 1935, agrega una nota de 1938 en la cual expone las razones por las que querría construir una teoría formal de la probabilidad, un sistema capaz de aguantar diferentes interpretaciones, como la frecuencialista, o la lógica. La motivación yacía en el corazón de la filosofía de la ciencia de la época: su deseo de argumentar que lo que llamaba grado de corroboración, o de confirmación, o de aceptabilidad, no era una probabilidad, es decir, que sus propiedades no eran compatibles con el cálculo. Reconoce que en ese momento no conocía el libro de Kolmogorov (1933), publicado poco tiempo antes. A pesar de esto, en ese apéndice reconoce su separación con el intento del matemático ruso. En particular, el lenguaje de Popper era más próximo a la lógica, mientras que el de Kolmogorov, a las matemáticas. En sus palabras, Popper considera que Kolmogorov interpreta ciertos argumentos como conjuntos y supone por tanto que tienen miembros (o elementos); pero que en su sistema no se asume nada análogo. Los físicos han preferido el lenguaje de las matemáticas de Kolmogorov a la axiomática de Popper.

Como corolario de esta pequeña exposición sobre la concepción de Popper de la probabilidad, hay que recordar que su libro clásico de 1935 termina con el añadido de una carta de Einstein en la que éste le responde a Popper en relación con el envío de un ‘opúsculo’ suyo y expresa su parcial acuerdo. Los desacuerdos también son nítidos, pero no corresponden a nuestro tema. Sirva esta anécdota para reproducir un párrafo de esa carta de Einstein que impresiona como realmente significativa; hablando de la función Ψ como incapaz de dar una descripción completa de un estado físico, dice: “Naturalmente, un teórico cuántico ortodoxo dirá que no existe una descripción completa, de modo que tendremos solamente la descripción estadística de un agregado de sistemas, y no de un sistema. Pero, primeramente, ha de decirlo (y, en segundo término, no creo que nos contentemos duraderamente con una descripción tan vaga de la Naturaleza). .. En mi opinión, la forma de descripción contemporánea, que es, en principio, estadística, sólo es un estadio de transición”. Popper cierra su famoso libro, -uno de los clásicos del siglo XX en filosofía de la ciencia-, con una copia de la versión manuscrita de esta carta.

F. La probabilidad hoy

Con el correr de los años, cada una de estas interpretaciones ha recibido contraargumentos y ejemplos que no se adecuan correctamente a su pretendido alcance. Asimismo, el lector concederá que el número de campos de aplicación de la probabilidad en física ha desbordado cualquier síntesis simple. Para los interesados en el tema que quieran profundizarlo, se estima que la lectura de materiales que condensen de algún modo esta explosión de investigaciones y aplicaciones es una buena estrategia. Por ejemplo, se puede comenzar por una incursión en el campo de las investigaciones matemáticas de las últimas décadas con el libro de Engquist y Schmid (2001), donde hay al menos tres artículos breves sobre investigaciones recientes en el tema, que pueden servir como puntapié inicial para canalizar las motivaciones. Sin dudas, es cada día más difícil hacer análisis conceptuales de estas nuevas tendencias y de la multiplicidad de sus potenciales aplicaciones, por lo tanto, la distancia entre los lenguajes técnicos y las interpretaciones epistemológicas es cada vez mayor. Sin embargo, una cosa es la distancia por desconocimiento y otra muy diferente es la desconexión temática. Cada nuevo lenguaje técnico implica nuevas aventuras epistemológicas. En realidad, éste es uno de los mejores desafíos para los filósofos y también para los científicos que quieren pensar su disciplina.

IV. CONCLUSIONES

Se ha dado aquí sólo un panorama introductorio orientado a mejorar el significado de una herramienta para la física. Claramente, se ha seleccionado sólo un pequeño conjunto de impresiones sobre la gama de interpretaciones. Esto fue a los fines de articular un cierto paisaje sobre las especulaciones de los científicos y filósofos citados. Conviene señalar que sólo se ha considerado a un grupo pequeño de pensadores que se consideran representativos de algún punto de vista destacable, pero la comunidad de investigadores sobre la probabilidad es realmente mucho más extensa. Hay que recordar también que, en cuanto a su significado, se han escrito monografías enteras sobre cada uno de los apartados de este artículo. La probabilidad en las teorías físicas, no escapa al rol de muchos modelos en ellas. Pero presenta, como es sabido, un aspecto matemático que permite la articulación de lenguajes que tienen la riqueza de un alto poder predictivo, como en el caso del andamiaje teórico de la mecánica cuántica, o de la física estadística. Por su parte filosófica, siguen dando trabajo conceptos como el de 'evento', 'conjunto de equi-posibilidades',' independencia', 'estabilidad', y otros, que se presuponen en el cálculo, pero no siempre se capta su profundidad. A la luz de la axiomática, algunos de estos conceptos pueden parecer evidentes, pero desde la perspectiva de los filósofos, ellos pueden ofrecer un campo fértil para el análisis y la búsqueda de entendimiento. Hace algunos años, en la Universidad de Trieste, se realizó una reunión internacional bajo una convocatoria: 'El concepto de evento en epistemología probabilista'. Si ese concepto fuera algo tan elemental, como puede parecer, no se habría llevado a cabo una reunión de estas características, la que contó, dicho sea de paso, con muchos de los más grandes referentes en el tema.

La naturaleza de la probabilidad está abierta a futuras indagaciones. Todavía sobran los enigmas y ellos no pueden escapar a la enseñanza. Es opinión de este autor que se debe enseñar lo que se sabe y también lo que no se sabe, hasta donde eso es posible. Si el breve panorama mostrado aquí sirve de algo, cabe aceptar que las interpretaciones complementarias a los cálculos gozan de buena salud. La historia del pensamiento físico ha permitido ir desde la interpretación de la probabilidad como una medida de nuestra ignorancia, hasta una concepción de la misma como el lenguaje idóneo para una metafísica del azar. Mucho se ha discutido sobre si el azar es parte del mundo físico, si es algo de nuestro mundo subjetivo, o si pertenece a la interacción entre ambos. En cualquier caso, el significado profundo de la probabilidad, en tanto lenguaje que se ocupa de estas cuestiones, quizás se esclarezca un poco más en el futuro. Mientras tanto, su rostro matemático parece ejemplificar lo que E. Wigner (1960) llamó "la irrazonable efectividad de las matemáticas en las ciencias naturales". En cualquier caso, su protagonismo en los métodos de la física ha crecido de un modo insospechado; al mismo tiempo, sus enigmas permiten un llamativo pluralismo interpretativo.

AGRADECIMIENTOS

El autor desea agradecer los comentarios de los editores a una versión previa de este artículo, lo que permitió mejorar el texto del mismo

REFERENCIAS

Bayes, T. (1764). An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 53, 370-418.

Corfield, D., Williamson, J, (Eds). (2001). *Foundations of Bayesianism*. Dordrecht: Kluger Acad. P., p. 5.

Daboni, L. (1987). Bruno de Finetti, *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana* 7, 283-308.

Daston, L. (1988). *Classical Probability in the Enlightenment*. Princeton: Princeton Univ. Press.

Engquist, B., Schmid, W. Eds.(2001). *Mathematics Unlimited – 2001 and Beyond*. Berlin: Springer.

Earman, J. (1992). *Bayes or Bust?* Cambridge Mass.: The MIT Press.

de Finetti, B. (1981). *Scritti (1926 – 1930)*. Padua: Cedam.

de Finetti, B. (1991). *Scritti (1931 – 1936)*, Bologna: Pitagora Ed.

Gigerenzer, G. et al. Eds. (1989). *The Empire of Chance: How Probability Changed Science and Everyday Life.* Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Gillies, D. (2000). *Philosophical theories of probability*. London: Routledge, p. 4.

Hacking, I. (1975). *The Emergence of Probability.* Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Hacking, I. (1990). *The Taming of Chance*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Hobson, M. et al. (2010). *Bayesian Methods in Cosmology*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Keynes, J. (1921). *A Treatise on Probability*. New York: The Macmillan Co., p. 4.

Kolmogorov, A. (1933). *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin: Springer.

Kolmogorov, A. (1935). *Trudy II Vsesojuznogo Matematicheskogo Sbesda. Leningrad. 24-30 Yunya 1934 G.*, vol. 1, 349-358. (Trad, del ruso: Sobre algunas corrientes contemporáneas en teoría de la probabilidad).

Krüger, L. et al. eds. (1987). *The Probabilistic Revolution*, 2 vols. Cambridge Mass.: The MIT Press.

Laplace, P. (1814, 1947). *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*. Buenos Aires: Espasa-Calpe Argentina, S.A.

Popper, K. (1935, 1962). *La lógica de la investigación científica*. Madrid: Ed. Tecnos.

Popper, K. (1957). The Propensity Interpretation of the Calculus of Probability, and the Quantum Theory. En Körner (ed.). *Observation and Interpretation, Proceedings of the Ninth Symposium of the Colston Research Society; University of Bristol*, 65-70; 88-9.

SEP (2003). Stanford Encyclopedia of Philosophy. http://plato.stanford.edu/Bayes' Theorem*.* Revision: 30-09-2003.

Todhunter, I. (1865, 1965). *A History of the Mathematical Theory of Probability*. New York: Chelsea Publ.

Von Mises, R. (1928, 1946). *Probabilidad, estadística y verdad*. Buenos Aires: Espasa- Calpe Argentina, S.A.

Von Plato, J. (1994). *Creating Modern Probability*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Wigner, E. (1960). The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences. Comm. on Pure and Applied Mathematics, Vol. XIII, 001 – 14.

Wittgenstein, L. (1922). *Tractatus Logico-Philosophicus*. London: Routledge and Kegan Paul Ltd.