PROBLEMAS COMENTADOS

PROBLEMA 1

ENUNCIADO

Un chico toma una piedra con la mano y la arroja verticalmente hacia arriba mediante una fuerza constante. La piedra se desprende de la mano, continúa subiendo, alcanza su altura máxima, y finalmente cae a tierra.

a) Describir el movimiento.

b) Suponiendo que la fuerza aplicada por el chico vale $F = 12N$, que la piedra pesa $P = 4N$ y que está a $0,5m$ de altura cuando el chico comienza a aplicar su fuerza, calcular a qué altura llega y la longitud total de su recorrido.

RESPUESTA

En la etapa inicial de lectura cuidadosa del enunciado es conveniente hacer dibujos y representaciones gráficas para dejar explícito el significado físico del enunciado.

En la figura 1 representamos el chico sosteniendo la piedra inmóvil, equilibrando su peso $\mathbb{P}$ con la fuerza $-\mathbb{P}$. Esto ocurre antes del instante $t=0$ en que el chico aplica la fuerza $\mathbb{F}$ para lanzarla hacia arriba.

La figura 2 representa las fuerzas aplicadas a la piedra al impulsarla hacia arriba; la figura 3 representa la piedra subiendo con la única fuerza $\mathbb{P}$; y la figura 4 la representa bajando con la única fuerza aplicada.

Releamos cuidadosamente el enunciado, en particular la última frase: ¿qué significa "describir el movimiento de la piedra"? ¿Cómo se describe un movimiento?

En primer lugar es necesario elegir un sistema de referencia que nos parezca conveniente.

Elegimos un eje x vertical con valores crecientes hacia arriba, con su origen en el pie de la trayectoria de la piedra.

Cada movimiento en particular queda definido por los parámetros de la ley que lo describe. Si un movimiento es rectilíneo y uniforme la ley que describe su posición x en función del tiempo t es:

$$x = x_0 + v\,t$$

y son los parámetros x_0 y v quiénes lo definen.

Si es un movimiento rectilíneo uniformemente variado la ley de su posición es:

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,at^2$$

Los parámetros que definen el movimiento son: x_0, v_0 y a.

En este caso, en que el enunciado informa que la trayectoria es rectilínea, falta saber si es uniforme o variada; o si es o no uniformemente variada.

Para que el movimiento sea uniforme la fuerza sobre la piedra debe ser nula; si no, es variado. Si la fuerza es constante, el movimiento es uniformemente variado. El enunciado dice que el chico hace una fuerza constante F sobre la piedra; pero esa fuerza no es la única: el peso **P** de la piedra es otra fuerza siempre presente y constante. La resultante **F** + **P** es la que determina que ese movimiento sea uniformemente variado, de aceleración constante:

$$\mathbb{a} = (F + \mathbb{P}) / m$$

Pero está claro que estas afirmaciones se refieren al movimiento de la piedra desde el instante en que el chico le aplica una fuerza $\mathbb{F}$ hacia arriba, hasta que la piedra se separa de la mano. ¿Y después?

Como después la fuerza ya no es $\mathbb{F} + \mathbb{P}$ sino solamente $\mathbb{P}$, al ser distinta la fuerza aplicada el movimiento cambia: el nuevo movimiento es diferente del anterior. Ahora la aceleración de la piedra es

$$\mathbb{a} = \mathbb{P} / m$$

Observemos que no sólo cambió la intensidad, sino también el sentido de la aceleración: ahora es hacia abajo.

La piedra sube hasta alcanzar su altura máxima y luego baja hasta caer a tierra. El movimiento de subida ¿es diferente del movimiento de bajada?

Tanto al subir como al bajar, la aceleración de la piedra es una sola: g, la de la gravedad. Y el movimiento tiene una velocidad inicial v_0 en el instante $t = 0{,}3s$ en que este movimiento se inicia. La subida y la bajada tienen los mismos parámetros: luego son un solo movimiento.

Las funciones posición y velocidad, y los cálculos numéricos.

La función posición y la función velocidad de un cuerpo con un movimiento uniformemente variado son:

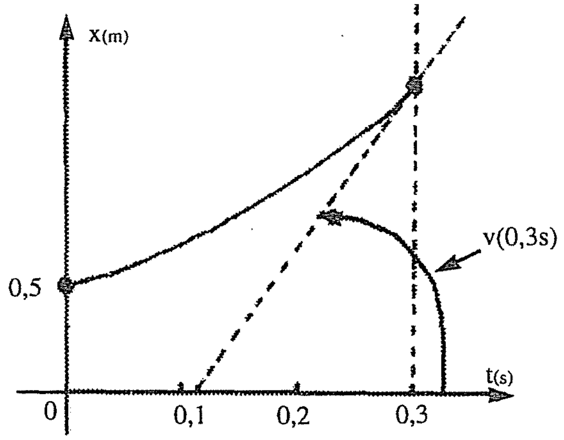
$$x(t) = x_0 + v_0\, t + \tfrac{1}{2}\, at^2$$
$$v(t) = v_0 + at$$

Habrá que elegir un sistema de referencia apropiada y determinar cuales son los valores de los parámetros x_0, v_0 y a.

El primer movimiento: la piedra está sometida a la fuerza $\mathbb{F} + \mathbb{P}$ entre el instante inicial $t = 0$ (cuando el chico le aplica una fuerza $F = 12\ N$ a la piedra de peso $P = 4\ N$) y el instante final $t = 0{,}3s$ en que la piedra se desprende de la mano. La posición inicial de la piedra es $x_0 = 0{,}5\ m$, y estaba en reposo ($v_0 = 0$). Con estos valores resulta (aceptando $g \cong 9{,}8\ m/s^2$).

$$x\,(0{,}3s) = 0{,}5\ m + \frac{1}{2}\ \frac{12\ N - 4\ N}{4\ N / 9{,}8\ m/s^2} \cdot 0{,}3^2 s^2$$
$$= 1{,}38 \cong 1{,}4\ m$$
(conservando dos cifras significativas)

$$v(0{,}3s) = 19{,}6\ .\ 0{,}3\ m/s$$
$$= 5{,}88\ m/s \cong 5{,}9\ m/s$$



El segundo movimiento: para distinguirlo del primero acentuamos tanto las variables como los parámetros:

$$x'(t') = x_0' + v_0'\, t' + \tfrac{1}{2}\, a' t'^2$$

$$v'(t') = v_0'(t') + a't'$$

¿Qué significan x_0', v_0' y a'?

El subíndice cero significa (como siempre) la posición del móvil en el instante inicial.

¿Cuándo se inicia este movimiento? En el instante $t = 0{,}3s$; luego $x_0' = 1{,}4\ m$.

En la velocidad v_0', el subíndice indica que esa es la velocidad en el instante en que se inicia este movimiento; luego $v_0' = 5{,}9\ m/s$.

La aceleración de este movimiento es la de la gravedad; y como el eje x apunta hacia arriba, entonces:

$$a' = -g$$
$$= -9{,}8\ m/s^2$$

¿Qué es la x'? Es la posición del móvil: coincide con x.

¿ Qué es la t'? Es el tiempo transcurrido desde que se inició este movimiento; y como este movimiento se inició cuando el reloj marcaba $0,3s$, entonces:

$$t' = t - 0,3s.$$

En consecuencia, las fórmulas de este movimiento, usando las coordenadas t y x, son:

$$x(t) = 1,4\ m + 5,9\ m/s.(t-0,3s) - 4,9\ m/s^2.(t-0,3s)^2$$

$$v(t) = 5,9\ m/s - 9,8\ m/s^2 . (t-0,3s)$$

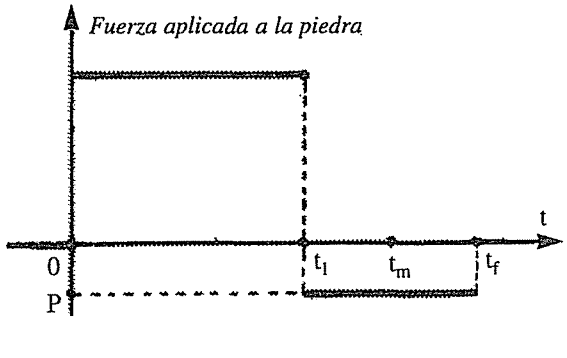
Aplicando estas fórmulas calcularemos la altura máxima y el recorrido total.

Altura máxima: ¿Cómo podemos caracterizar la altura máxima? Cuando el móvil está a esa altura ¿qué característica especial tiene? La respuesta es: su velocidad es nula en ese instante t_m:

$$v(t_m) = 5,9\ m/s - 9,8\ m/s^2 . (t_m - 0,3s) = 0$$

Y así podemos calcular:

$$t_m = 0,90s$$



En el instante $t_m = 0,90s$ la posición de la piedra es su altura máxima:

$$x_m = 1,4 + 5,9\ (t_m-0,3) - 4,9\ (t_m-0,3)^2 \quad (unidades\ SI)$$
$$= 1,4 + 5,9 . 0,6 - 4,9 . 0,36$$
$$\cong 3,2\ m$$

El recorrido total. Es la longitud del camino recorrido por la piedra desde que el chico la empujó hacia arriba hasta que tocó el suelo.

O sea: es la suma de los recorridos en los dos movimientos.

En el primero la piedra estaba en $x_0 = 0,5\ m$ en el instante $t = 0$; y estaba en $x = 1,4\ m$ cuando finalizó el primer movimiento.

Este primer recorrido parcial es:

$$1,4\ m - 0,5\ m = 0,9\ m.$$

En el segundo la piedra comienza ese movimiento en la posición $x = 1,4\ m$ y lo finaliza cuando toca el suelo en el instante final t_f.

¿Cuál es t_f? Es cuando la piedra está en el suelo, en la posición $x(t_f) = 0$:

$$0 = 1,4 + 5,9\ (t_f - 0,3) - 4,9\ (t_f - 0,3)^2$$

Como es una ecuación de segundo grado, habrá dos soluciones t_f' y t_f''.

Al calcular se obtiene, efectivamente:

$$t_f' = 1,7s;$$
$$t_f'' = -0,1s$$

La raíz válida es t_f'. La t_f'' significa que si el segundo movimiento hubiera comenzado en $t_f = 0,1s$, en ese instante la piedra habría estado en $x = 0$.

¿Qué recorrido hizo realmente la piedra con el segundo movimiento?

Primero subió desde $x_0 = 1,4\ m$ hasta $x_m = 3,2\ m$.

Segundo recorrido parcial:

$$3,2\ m - 1,4\ m = 1,8\ m.$$

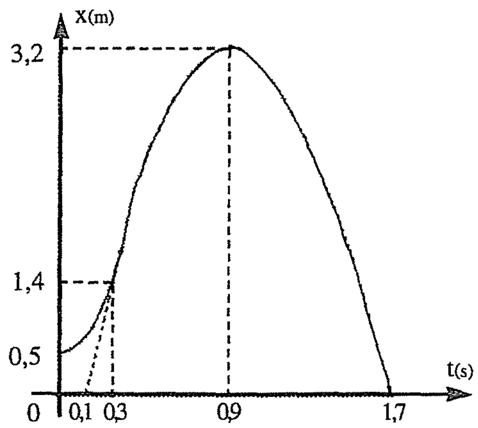
Luego cae desde $3,2\ m$ hasta el suelo.

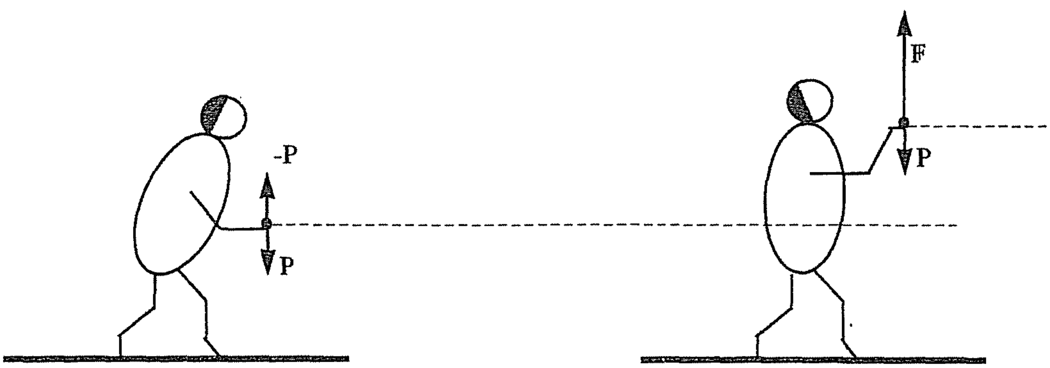
Tercer recorrido parcial: $3,2\ m$.

El recorrido con el segundo movimiento es $5,0\ m$.

El recorrido total es $5,9\ m$.

(A continuación aparecen las figuras)



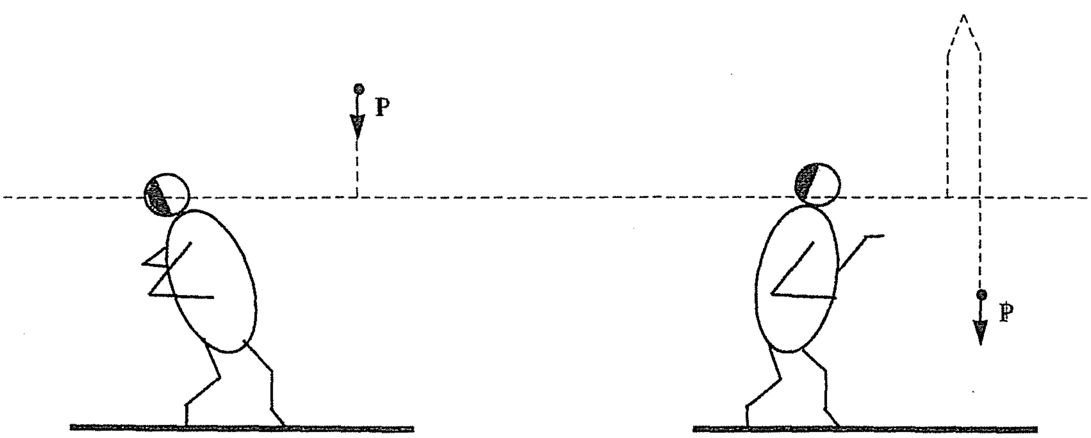


$t < 0$

Reposo

$0 \le t \le 0{,}3s$

Primer Movimiento



$0{,}3s \le t \le t_m$

La piedra sube

$t_m < t$

La piedra baja

Segundo Movimiento

Revista de Enseñanza de la Física
Números Atrasados

El Proyecto 3 de la Asociación de Profesores de Física de la Argentina, informa a los socios que se encuentran disponibles para la venta los siguientes números atrasados:

Volúmenes Ordinarios ($8.- el ejemplar)

Volumen 1 - Nro. 1	Volumen 1 - Nro. 2
Volumen 2 - Nro. 1	Volumen 2 - Nro. 2
Volumen 3 - Nro. 1	
Volumen 4 - Nro. 1	
Volumen 5 - Nro. 1	Volumen 5 - Nro. 2
Volumen 6 - Nro. 1	Volumen 6 - Nro. 2
Volumen 7 - Nro. 1	Volumen 7 - Nro. 2
Volumen 8 - Nro. 1	Volumen 8 - Nro. 2
Volumen 9 - Nro. 1	Volumen 9 - Nro. 2

Volúmenes Extraordinarios
($10.- el ejemplar)

Número Extraordinario Nro. 1: incluye los principales resultados de la V REUNION LATINOAMERICANA SOBRE EDUCACION EN LA FISICA (V RELAEF), realizada en la ciudad de Gramado, en agosto de 1992.

Número Extraordinario Nro. 2: Tesis Doctoral (versión abreviada) LAS PRACTICAS DE FISICA BASICA EN LABORATORIOS UNIVERSITARIOS, de la Dra. Julia Salinas (U.N. de Tucumán).

Revista de Enseñanza de la Física

Colecciones Completas $130.-

COMENTARIOS DE LOS LECTORES

Agradecemos a la lectora Julia Salinas su acertado comentario sobre el Problema 2, propuesto en el Volumen 11 – Nro. 1, página 59, de esta publicación.

Su respuesta nos alienta a esperar nuevas intervenciones de nuestros lectores. Asimismo, esperamos que nos envíen enunciados propuestos por ellos.

La Dirección.

RESPUESTA COMENTADA.

Este tipo de problema es muy interesante y útil para favorecer la diferenciación entre dos procesos que a veces se confunden: la formación de imágenes y la percepción visual de imágenes.

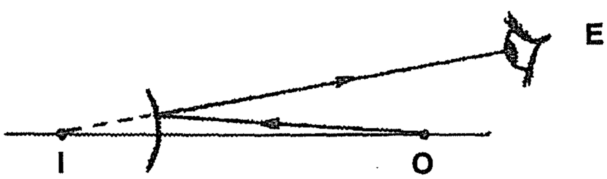
Un objeto O luminoso (o iluminado) emite (o refleja) infinitos rayos divergentes de luz. Una parte de estos rayos incide sobre los sistemas ópticos formadores de imágenes (en este caso, el espejo convexo). La óptica de los rayos paraxiales (es decir, de los rayos próximos al eje óptico) permite construir geométricamente, y calcular analíticamente con expresiones sencillas, la posición y características de las imágenes producidas. (A medida que se consideran rayos luminosos que forman ángulos mayores con el eje óptico, es cada vez menos cierto que un objeto puntual forme una imagen puntual: la imagen de un punto se hace grande y borrosa.) Las pequeñas dimensiones del espejo convexo dibujado en el enunciado del problema 2 permite tratar la formación de la imagen con las herramientas de la óptica paraxial.

La imagen así formada puede o no ser percibida visualmente por un observador.

El proceso de percepción visual, requiere ubicar el ojo en una posición que permita que entren a la pupila rayos divergentes provenientes de lo que se ve. En un ojo normal, la córnea y el cristalino actúan como una lente positiva que hace converger estos rayos sobre la retina. Para percibir visualmente una imagen será menester que la pupila reciba rayos divergentes que emerjan del sistema óptico (en el caso del problema 2, para percibir la imagen I deberán llegar a la pupila rayos divergentes que, provenientes del objeto O, se hayan reflejado en el espejo).

1) Trazar un rayo incidente, proveniente de O, cuyo rayo reflejado penetre en el ojo E.

En la aproximación paraxial, si el rayo proviene de O y se ha reflejado en el espejo, entonces su prolongación pasa necesariamente por la imagen I. Ver figura adjunta.



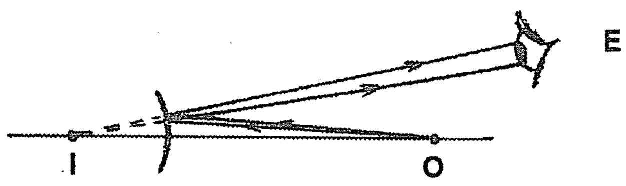
Apartado 1

2) Determinar el haz de los rayos que penetran en la pupila de E, dibujando los rayos extremos.

Tanto la formación de una imagen como la percepción visual se producen por la contribución de infinitos rayos luminosos.

En la formación de la imagen de un punto en óptica geométrica, los "rayos principales" son tres de esos infinitos rayos, seleccionados entre todos porque siguen trayectorias sencillas de trazar. En la aproximación paraxial, todos los rayos provenientes de un mismo punto objeto convergerán al mismo punto imagen.

Análogamente, la representación gráfica de la información luminosa requerida para la percepción visual de un punto no puede reducirse a un rayo luminoso, como en la figura del apartado 1). Como mínimo se necesitarían dos, para ubicar la imagen que se forma en el ojo del observador. El cono de rayos que aparece en la figura de este apartado 2) muestra la región espacial ocupada por los infinitos rayos que contribuyen a la percepción visual de la imagen I del objeto O.

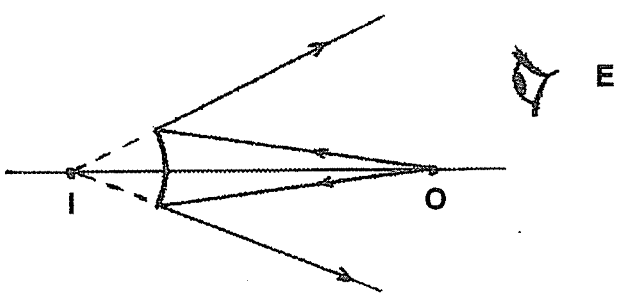


Apartado 2

3) Señalar el haz completo de los rayos que emite O y forman la imagen I, dibujando los rayos del borde del haz.

La figura adjunta representa el haz que se solicita en el enunciado: en la aproximación paraxial, todos los rayos luminosos emitidos por un punto O que incidan sobre algún punto del espejo, participarán en la formación de una imagen puntual I de dicho punto.

En la enseñanza de óptica geométrica puede ser más conveniente, sin embargo, dibujar también otros rayos luminosos (emitidos por el objeto) que no inciden sobre el espejo y por tanto no contribuyen a formar la imagen. Obsérvese que en el problema 2 hay rayos que provienen del objeto O y penetran en la pupila del observador E, razón por la que éste puede percibir tanto al objeto O como a su imagen I.

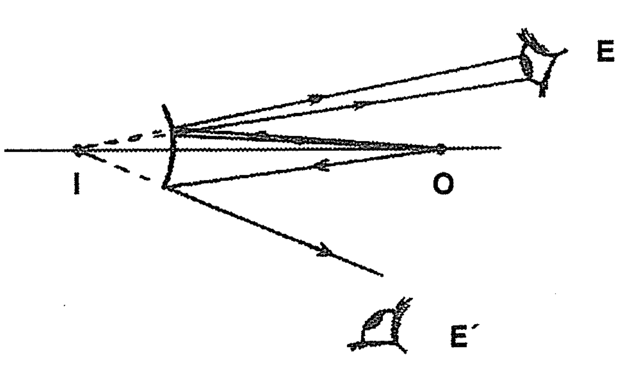


Apartado 3

4) Dibujar un ojo en una posición tal que él no vea la imagen.

La figura mostrada en el apartado 3) muestra la región espacial ocupada por los rayos luminosos provenientes de O que se reflejan en el espejo. Esa región corresponde a la zona espacial desde la que puede percibirse visualmente la imagen I, si se mira hacia el espejo. En la figura correspondiente a este apartado, el observador E' está fuera de esa región, pues su pupila no recibe rayos que, habiendo sido emitidos por O, hayan sido reflejados pro el espejo. Por tanto, no percibe visualmente la imagen I.

Cualquier observador que ubique su ojo fuera de la región destacada en el apartado 3) no percibirá la imagen I del objeto O cuando mire hacia el espejo.



Apartado 4

PROBLEMA 2

ENUNCIADO.

Un trineo de masa $m=0,1\ kg$ está apoyado sobre una tabla de masa $M=1\ kg$ y de longitud $L=10m$. La tabla, a su vez, está apoyada sobre una mesa. Entre el trineo y la tabla hay una fricción de coeficiente $\mu=0,2$; entre la tabla y la mesa no hay fricción ($\mu=0$).

Un motor fijo al trineo enrolla una cuerda cuyo otro extremo está atado a un poste fijo a la mesa, muy alejado de la tabla.

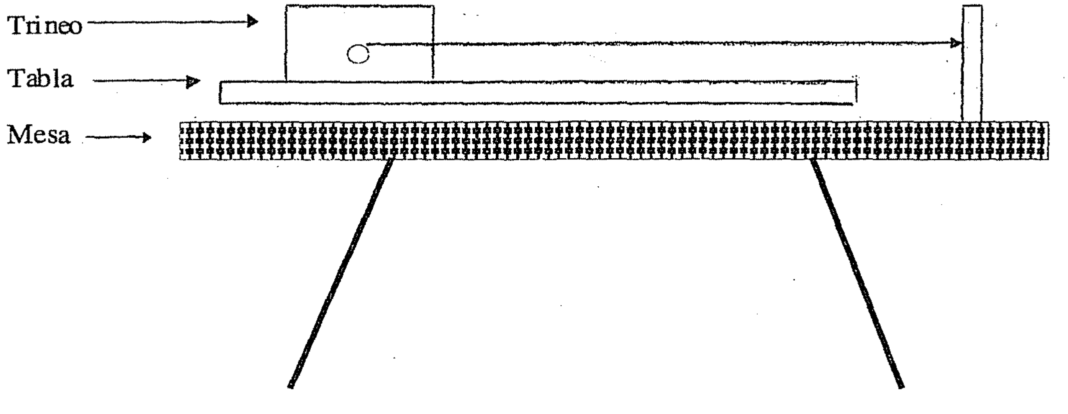
Sujetamos la tabla para que quede en reposo con respecto a la mesa, hacemos funcionar el motor y el trineo alcanza una velocidad $v_0=0,1m/s$ (que luego se mantiene constante) con respecto a la mesa.

Cuando la distancia del trineo hasta el extremo de la tabla es $l=0,5m$ soltamos la tabla y el trineo sigue con movimiento rectilíneo uniforme con respecto a la mesa.

1) ¿Llegará el trineo al extremo de la tabla?

2) Si llega ¿cuánto tardará en llegar?

3) Si no llega ¿por qué no llega?; y ¿a qué distancia del extremo de la tabla se detiene?



AL LECTOR:

Le pedimos al lector que nos envíe su respuesta comentada. Publicaremos las más interesantes con el nombre de sus autores.