# Los conceptos básicos involucrados en la ecuación de ondas armónicas mecánicas: su tratamiento en los libros de texto de física usados en el ciclo inicial universitario

## The basic concepts involved in the equation of mechanical harmonic waves: their treatment in Physics textbooks used in undergraduate courses

**Luis Marino[1], Silvia Giorgi[2], Cristina Cámara[2,3] y Ricardo Carreri[2]**

[1]*Facultad de Humanidades y Ciencias. Ciudad Universitaria, Paraje El Pozo, 3000, Santa Fe. Argentina.*
[2]*Facultad de Ingeniería Química. Universidad Nacional del Litoral. Santiago del Estero 2829, 3000, Santa Fe. Argentina.*
[3]*Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral. 86–Kreder 2805, 3080HOF, Esperanza, Santa Fe. Argentina.*

**E–mail:** lmarino@fiq.unl.edu.ar

**Resumen**

En el ciclo inicial universitario se aborda el estudio de las ondas mecánicas transversales modelándolas matemáticamente a través de una función armónica de dos variables que involucra parámetros característicos cuya naturaleza física no es inmediata para los estudiantes. En este estudio se indaga, a través de un análisis de contenido, si los autores de los libros de física usados frecuentemente en el ciclo inicial, presentan y explican adecuadamente el origen físico de dichos parámetros, de manera de facilitar a los estudiantes la conceptualización del fenómeno. Del trabajo realizado se desprende que muchos de los autores de los libros de textos analizados no hacen referencia, de un modo explícito, a la naturaleza de las magnitudes y parámetros involucrados, ni los relacionan con la fuente perturbadora y las propiedades del medio de propagación. Se mencionan algunas recomendaciones dirigidas a los docentes para el diseño de estrategias didácticas que favorezcan en los estudiantes la comprensión del fenómeno ondulatorio y su propagación.

**Palabras clave:** Ondas mecánicas; Modelización; Parámetros físicos; Enseñanza y aprendizaje; Libros de texto.

**Abstract**

In undergraduate courses, the study of transverse mechanical waves is approached by modeling them mathematically through a harmonic function of two variables, which involves characteristic parameters whose nature is not immediate for students. In this study, and through a content analysis, we investigated if the authors of physics books frequently used in undergraduate courses present and explain the physical origin of those parameters correctly, in order to make the conceptualization of the phenomenon easier for students.
The results obtained show that many authors of the textbooks analyzed do not explicitly refer to the nature of the magnitudes and parameters involved, or relate them to the perturbing source and properties of the propagation medium. We mention recommendations for teachers to design didactic strategies that would favor the understanding of the wave phenomenon and its propagation.

**Keywords:** Mechanical waves; Modeling; Physical parameters; Teaching and learning; Textbooks.


*La evaluación del presente artículo estuvo a cargo de la organización de la XX Reunión Nacional de Educación en Física*

## I. INTRODUCCIÓN

Diferentes investigaciones sobre la problemática de la enseñanza–aprendizaje del tema "ondas armónicas mecánicas", han mostrado que los estudiantes presentan dificultades en conceptualizar el fenómeno ondulatorio unidimensional, no sólo porque tienen que relacionar simultáneamente más de dos variables físicas, que los limita operativamente a manejar funciones armónicas de dos variables (Maurines, 1992), sino porque también encuentran obstáculos en la conceptualización del proceso de generación de ondas (Maurines, 1992; Welti, 2002), del rol del medio sobre la propagación de las mismas (Linder, 1993; Perales Palacios, 1997; Utges, 2002), o en su descripción matemática (Grayson, 1996; Wittmann y otros, 1998).

Para soslayar, en parte, las dificultades que ofrece el tema a la mayoría de los estudiantes y que los mismos construyan conocimientos significativos acerca del fenómeno ondulatorio, se considera que es crucial que los estudiantes comprendan los significados de los parámetros que caracterizan a una "onda armónica mecánica" y cómo se relacionan fenomenológicamente entre sí, en lugar de recordar meros símbolos matemáticos y fórmulas de memoria.

En este sentido, se consideran fundamentales, por un lado las clases y actividades que se propongan sobre trabajos prácticos experimentales de laboratorio, trabajos prácticos virtuales o la resolución de problemas de lápiz y papel, y por otro, la selección de los libros de texto utilizados como referentes, de los cuales se espera que propicien en los estudiantes la reflexión acerca de los conceptos y parámetros involucrados al describirse el fenómeno ondulatorio.

Los libros de texto (LT de aquí en adelante), son los referentes más sólidos a los que recurren los estudiantes para aprender los contenidos de física en el ciclo inicial universitario. Se sostiene que los procesos metacognitivos que ponen en juego los estudiantes a través de la lectura de estos recursos, promueven sus formas superiores de representación simbólica favoreciendo el desarrollo de capacidades de abstracción y razonamiento.

En este estudio, se analizaron libros de física utilizados en los cursos introductorios, de los ciclos iniciales de las carreras dictadas en el ámbito de la Universidad Nacional del Litoral. Se investiga si, los autores de los mismos, al representar matemáticamente las "ondas armónicas mecánicas", presentan y analizan adecuadamente los significados físicos de la amplitud, frecuencia, rapidez de propagación, longitud de onda y fase inicial, que las caracterizan. En particular, si se explicita claramente que, tanto la amplitud como la frecuencia de la onda son impuestas por la fuente de perturbación; la fase inicial depende del estado de la fuente, colocada en la posición cero, al empezar a contar el tiempo; la rapidez de propagación depende de las propiedades mecánicas del medio; y la longitud de onda se podría ver como una respuesta del medio a la perturbación provocada por la fuente.

Se espera que los resultados aquí presentados sean de utilidad a los docentes para el diseño de actividades que ayuden a los estudiantes a lograr una más amplia conceptualización del fenómeno ondulatorio.

## II. MARCO TEÓRICO

Para que el aprendizaje sea efectivo, los estudiantes deben adquirir las capacidades que les permitan transformar y reconstruir los conocimientos que reciben. La enseñanza de la física debe promover en los alumnos la comprensión de los modelos consensuados por la comunidad científica y su aplicación para resolver nuevos problemas. La propuesta constructivista (Ausubel y otros, 1991) establece que los estudiantes deben construir representaciones que les permitan operar sobre ellas en diferentes situaciones, en lugar de recurrir a una reproducción memorística de definiciones y al uso de fórmulas, que no alteran sus representaciones.

Para que los alumnos sean capaces de utilizar sus conocimientos en nuevas situaciones o contextos, se requiere que los mismos construyan criterios sobre cuándo y cómo el conocimiento debe ser aplicado, y si la respuesta alcanzada satisface razonablemente el problema original.

Un objetivo importante en la enseñanza de la física es que los estudiantes lleven a cabo una "reconstrucción conceptual" (Kattmann, 2008; Duit y Treagust, 2009). Este proceso denota itinerarios de aprendizaje de los estudiantes desde concepciones anteriores a la enseñanza, hacia representaciones más cercanas a las consensuadas por la comunidad científica, el mismo se puede propiciar desde mecanismos de aprendizaje intencionales, suponiendo una interacción continua entre el docente, el estudiante y los materiales impartidos, entre los cuales se encuentran los LT recomendados, en los contextos de las distintas instancias de enseñanza.

El logro de la reconstrucción conceptual requiere que los alumnos manejen adecuadamente tanto contenidos físicos como matemáticos. Conjuntamente, deben internalizar apropiadamente el fenómeno estudiado, a partir de las distintas instancias de aprendizaje planteadas durante la estrategia didáctica planificada por el docente o las argumentaciones pertinentes, y a partir de propuestas didácticas implícitas presentes en los LT recomendados (Jiménez, 2000).

Al resolver situaciones problemáticas, los alumnos deberían ser conscientes de que utilizan modelos como herramientas con las cuales pueden estudiar, de manera cualitativa o cuantitativa, determinados fenómenos, no todos. Resolver un problema no significa solamente encontrar un número o reemplazar datos en una ecuación. Se espera que, a través de la enseñanza, el alumno logre efectuar conexiones entre conceptos con argumentos precisos, evitando cualquier tipo de arbitrariedades (Alcocer y otros, 2004).

Los trabajos de Bransford y otros (1982), revisados por Alcocer y otros (2004), señalan que la necesidad de recurrir a elaboraciones imprecisas, sea en la enseñanza o el aprendizaje de la física, depende de diversos factores entre los cuales mencionan al modo en que los contenidos habituales de física y química se presentan en los libros de texto. Afirman que lo que, para un lector que conoce un tema constituye una secuencia causa–efecto, antecedente–consecuente o problema–solución, para un lector inexperto, puede ser simplemente una sucesión de afirmaciones inconexas.

En relación a este último punto, se resalta que los LT de ciencias constituyen uno de los referentes más sólidos para aprender y son considerados herramientas poderosas en las clases de ciencias (Otero, 1990). Sin embargo, en ciertas ocasiones las explicaciones con que los autores de los LT de ciencias presentan y desarrollan algunos contenidos, son elaboraciones imprecisas, que no resultan claras para los estudiantes que se inician en el estudio de los fenómenos físicos

Por lo tanto, si se desea que los estudiantes construyan conocimientos realmente significativos, la selección y el análisis de los materiales didácticos, entre ellos los LT, resulta decisivo y fundamental.

En este trabajo se investiga si, cuando los autores de los LT más frecuentemente usados representan matemáticamente a las ondas armónicas mecánicas transversales de amplitud mucho menor que la longitud de onda (en las que el fenómeno de dispersión es despreciable), los mismos presentan y analizan adecuadamente los significados físicos de los parámetros que las caracterizan, de modo de promover en los alumnos que estudian basándose en dichos recursos la reconstrucción conceptual, que requiere dada su importancia, el estudio de las ondas.

## III. METODOLOGÍA

La metodología empleada para lograr los propósitos de este estudio, de carácter descriptivo, se enmarca en el paradigma de la investigación cualitativa (Samaja, 1994). Se llevó a cabo un estudio de casos (Concari, 2002). Se trabajó con una muestra intencional de once LT (Samaja, 1992) cuyos autores son considerados como referentes con relación a los materiales bibliográficos que se elaboran y que se usan como textos de cabecera en las asignaturas relacionadas con física de las carreras de la UNL.

Se seleccionaron los libros de física de nivel universitario básico más usados en Argentina y en instituciones educativas de habla hispana que desarrollan contenidos de física con cálculo diferencial e integral al menos en una variable (Giorgi y otros, 2014). En la Tabla I se presentan los LT analizados, ordenados y codificados alfabéticamente.

**TABLA I.** Libros de textos analizados.

| Código | Libro de texto analizados |
|---|---|
| LT1 | Alonso, M. y Finn, E. (1987) Física Volumen II: Campos y ondas. Estados Unidos: Addison–Wesley Iberoamericana S.A. |
| LT2 | Bueche, F. (1979) Física para estudiantes de ciencias e ingeniería Tomo II. México: McGraw Hill |
| LT3 | Cussó, F.; López, C. y Villar, R. (2004). *Física de los procesos biológicos*. Barcelona: Ariel. |
| LT4 | Gettys, W.; Keller, F. y Skove, M. (1991). *Física Clásica y Moderna*. Madrid: McGraw Hill. |
| LT5 | Ingard, U. y Kraushaar, W. (1984). *Introducción al estudio de la mecánica, materia y ondas*. Argentina: Reverté. |
| LT6 | McKelvey, J. y Grotch, H. (1980). *Física para ciencias e ingeniería*; Volumen 1. México: Harla. |
| LT7 | Resnick, R.; Halliday, D. y Krane, K. (2006). *Física*, volumen I. México: CECSA. |
| LT8 | Roederer, J. (2011). *Mecánica elemental*. Argentina: Eudeba. |
| LT9 | Sears, F.; Zemansky, M.; Young, H. y Fredman, R. (2009). *Física universitaria*, volumen 1, decimosegunda edición. México: Pearson Educación. |
| LT10 | Serway, R. y Jewett, J. (2008). *Física para ciencias e ingeniería*, volumen 1, séptima edición. México: Cengage Learning. |
| LT11 | Tipler P. y Mosca, G. (2005). *Física para la ciencia y la tecnología*, volumen 1, quinta edición. Barcelona: Reverté. |

Se realizó un análisis de contenido (Bardin, 1996) de los capítulos introductorios del tema ondas mecánicas. Se indagó acerca de las explicaciones que presentan los autores, en los párrafos textuales y en las figuras, por un lado sobre los conceptos de amplitud, frecuencia, longitud de onda y rapidez de propagación, y por otro, sobre el tratamiento mostrado en relación a la determinación de la constante de fase (o fase inicial) en la ecuación armónica propuesta para la descripción matemática de la onda.

En particular, en cuanto a los parámetros mencionados, se estudió si los autores de los LT establecen alguna relación de los mismos con la fuente perturbadora y las propiedades del medio de propagación.

## IV. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En la Tabla II se muestra si, en los capítulos en que cada LT analizado trata el tema de ondas armónicas mecánicas, se explicita que la amplitud y la frecuencia son impuestas por la fuente perturbadora y que la rapidez de propagación depende de las condiciones mecánicas del medio.

**TABLA II.** Explicitación en los LT de las características de la amplitud, la frecuencia y la rapidez de propagación de la onda.

| | **Se explicita que:** | | |
|---|---|---|---|
| **Libro** | **la amplitud de la onda está impuesta por la fuente perturbadora** | **la frecuencia de la onda es impuesta por la fuente perturbadora** | **la rapidez de propagación depende de las propiedades mecánicas del medio** |
| LT1 | No | No | No. Debe deducirlo el alumno a partir de las ecuaciones de rapidez de propagación en diferentes medios. |
| LT2 | No. Debe deducirlo el alumno a partir del análisis de una figura. | No | No |
| LT3 | Sí | Sí | Sí |
| LT4 | No. Debe deducirlo el alumno a partir de una figura. | No. Debe deducirlo el alumno a partir de una figura. | No |
| LT5 | No. Debe deducirlo el alumno a partir de las ecuaciones. | No. Debe deducirlo el alumno a partir de las ecuaciones. | Sí |
| LT6 | No | No | Sí |
| LT7 | Sí. En un ejemplo particular. | Sí. En un ejemplo particular. | Sí |
| LT8 | No | No | No |
| LT9 | Sí | No | Sí |
| LT10 | No | Sí | Sí |
| LT11 | Sí. En un ejemplo particular. | Sí | Sí |

De la lectura de la tabla 2 se desprende que, salvo el caso de la dependencia de la rapidez de propagación de la onda con las propiedades elásticas del medio que es explicitada por la mayoría de los autores (7/11), en las otras relaciones los autores mayoritariamente no hacen explícitos los aspectos estudiados. Por ejemplo, los autores de LT1, en la página 703, presentan una barra a la que se perturba en uno de sus extremos y mencionan que:

> *Si provocamos una perturbación en uno de los extremos de la barra, golpeándola por ejemplo con un martillo, la perturbación se propaga a lo largo de la barra y eventualmente se siente al otro extremo. Decimos que se ha propagado una onda elástica a lo largo de la barra.* (Alonso y Finn, 1986)

No se explica si la perturbación consiste en un único golpe, caso en el cual se debería hablar de pulso y no de onda, o si la perturbación es periódica.

En el apartado 18.6 "Ondas de presión en una columna de gas", los autores analizan la respuesta de un gas encerrado en un tubo o caño cilíndrico ante una modificación de la presión. Llegan a la ecuación diferencial de onda en la que se identifica la rapidez de propagación como la raíz cuadrada del módulo de elasticidad de volumen y la densidad en las condiciones de equilibrio.

En el apartado 18.7 "Ondas transversales en una cuerda", estos mismos autores analizan el caso en el cual se desplaza levemente el extremo de una cuerda tensa en dirección perpendicular a la misma y al aplicar las leyes de la dinámica obtienen la ecuación diferencial de la onda, en la que la rapidez de propagación resulta igual a la raíz cuadrada del módulo de la tensión dividido la densidad lineal de masa de la cuerda.

En el apartado18.8 "Ondas en la superficie del agua", se realiza un análisis descriptivo y se presenta la expresión de la rapidez de propagación en función de la densidad del líquido, la tensión superficial, la aceleración de la gravedad y la longitud de onda, válida para profundidades de líquido no muy grandes en comparación con la longitud de onda.

En el LT2, el autor trata el tema luego de ondas electromagnéticas. Aborda el fenómeno en una cuerda de longitud infinita que se perturba en el extremo accesible con un oscilador armónico (barra vibrante hacia arriba y abajo). Escribe la ecuación del oscilador señalando que, como el extremo de la cuerda está sujeto a la barra también debe vibrar según esta ecuación. En la figura 12.8 (p. 230) se muestra que la amplitud en la cuerda coincide con la amplitud de oscilación de la barra vibrante, pero no se hace mención explícita acerca de que la amplitud es la del oscilador.

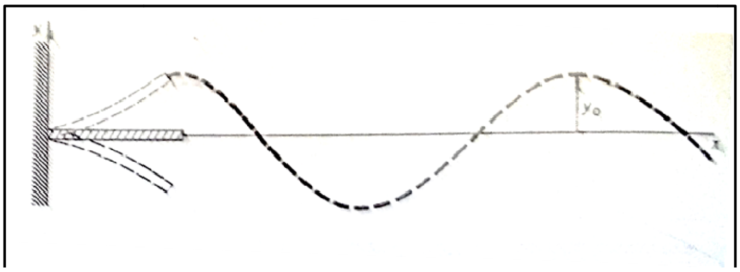


**FIGURA 1**. (Fig. 12.8) La barra vibrante genera una onda hacia abajo de la cuerda (Bueche, 1992).

Aludiendo al tratamiento realizado sobre ondas electromagnéticas se señala que la perturbación provocada en el extremo de la cuerda se propagará a lo largo de ésta con una rapidez $v$, y se aplica la relación $v = \lambda\, \nu$ ($\lambda$ longitud de onda, $\nu$ frecuencia temporal).

Los autores de LT3 explican adecuadamente que la frecuencia y la amplitud de la onda quedan determinadas por la fuente de vibración; y que la rapidez de propagación depende del medio y a veces de la frecuencia (medio dispersivo). Señalan que la longitud de onda depende en gran medida del medio de propagación ya que está determinada por la frecuencia y la velocidad de propagación; cuando una onda atraviesa la frontera entre dos medios cambia la velocidad de propagación, como la frecuencia se conserva entonces cambia la longitud de la onda.

Los autores de LT4 analizan el caso de un resorte tenso que se agita en un extremo a los fines de generar una onda. En la figura 32.2 (p.783) presentan dos esquemas con resortes en los que se muestra una mano perturbándolos horizontal y verticalmente; de esta figura los estudiantes tendrían que "observar" o conceptualizar que la amplitud y frecuencia son impuestas por la fuente perturbadora.

Los autores no señalan explícitamente que la frecuencia es la de la fuente perturbadora. Si bien analizan la relación matemática entre la rapidez de propagación, la longitud de onda y el período, no indican que la rapidez depende de las condiciones del medio y que la longitud de onda es una respuesta del medio a la perturbación.

En el capítulo 22 "superposición de pulsos ondulatorios. Ondas armónicas", apartado 22–3 "Ondas armónicas" los autores de LT5 estudian el caso particular, en el cual, la fuente perturbadora es una fuerza que varía armónicamente con el tiempo con un período igual a T; la fuente se ubica en $x = 0$. La fuerza puede generar una onda en un resorte, en una barra, o en una columna gaseosa. Los autores escriben en la página 645 la ecuación correspondiente al desplazamiento "$y$" generado por dicha fuerza en una partícula ubicada en $x=0$ a $t= 0$:

$$y(0,t)= y_0\, sen\; \omega t \tag{1}$$

Luego destacan que:

> *El desplazamiento y(x,t) en la posición x en el instante t es igual al desplazamiento que se generó en x=0 en el instante anterior t–(x/c), con lo que tenemos:*

$$y(x,t)= y_0\, sen\; \omega(t–x/c) \tag{2}$$

> *El desplazamiento armónico continuo en el extremo accionado de un resorte, por ejemplo, puede considerarse como una serie de pulsos que se propagan a lo largo del resorte, todos ellos con la misma velocidad de propagación c. La distancia recorrida por uno de esos pulsos en un tiempo T recibe el nombre de longitud de onda λ que, por lo tanto, podrá expresarse de la siguiente manera:*

$$\lambda=cT=c/f \tag{3}$$

A la onda generada se la denomina “onda armónica progresiva”. Los autores de LT5 no mencionan explícitamente que la amplitud en la zona de perturbación es igual a la amplitud de la onda viajera y que la fuerza armónica genera una onda de igual período T. En la página 650 los autores sí afirman explícitamente que: “*La velocidad de propagación depende, desde luego, de las propiedades elásticas del medio considerado*” (Ingard y Kraushaar, 1984).

Los autores de LT6, en el capítulo 10 “Movimiento ondulatorio”, apartado 10.3 “Matemáticas de ondas unidimensionales”, aplican las leyes del movimiento de Newton a un segmento de cuerda y llegan a la expresión de la velocidad de propagación de las ondas mecánicas en las cuerdas. En la página 390 mencionan que: “*…la velocidad de las ondas está relacionada directamente con las características físicas del medio de propagación que en este caso es la cuerda…*” (McKelvey y Grotch, 1980), y luego destacan que:

> *Por lo tanto, es claro que un movimiento ondulatorio dado queda especificado completamente por la amplitud, frecuencia o longitud de onda, velocidad y fase inicial. La velocidad puede obtenerse conociéndose las propiedades físicas del medio (tensión, masa por unidad de longitud, etc.); pero las otras sólo pueden conocerse determinando de alguna manera la posición, velocidad y aceleración de cualquier punto del sistema en alguna etapa del movimiento*. (p. 392)

pero estos autores no mencionan que la amplitud y la frecuencia son impuestas por la fuente de perturbación.

En la página 401 del capítulo 18 “Ondas”, apartado 18.1 “Ondas mecánicas”, los autores de LT7 mencionan que:

> *Las ondas mecánicas se desplazan por un medio elástico. Pueden originarse cuando provocamos una perturbación en algún sitio inicial de este último. La perturbación se desplaza por el medio gracias a las propiedades elásticas del medio.* (Resnick y otros, 2006)

En el apartado 18.3 “Ondas viajeras. Ondas periódicas armónicas senoidales”, en la página 404 presentan la ecuación de una onda senoidal viajera que se propaga en la dirección de las *x* positivas:

$$y(x,t) = y_m sen(kx - \omega t \tag{4}$$

Hasta aquí los autores de LT7 definen los parámetros característicos de la onda viajera sin relacionarlos con la fuente perturbadora que la origina y con el medio en el cual se propaga. Recién en el párrafo final del ítem “Velocidad transversal de una partícula” (p. 405) destacan que:

> *Conviene señalar que, como se explica en la siguiente sección, la rapidez de la onda depende del medio y no de la onda. Por el contrario, la velocidad transversal de la partícula depende de las propiedades de la onda –entre ellas amplitud y frecuencia– (…) y no del medio.* (Resnick y otros, 2006)

En la página 406, del apartado 18–4 “Rapidez de onda en una cuerda estirada”, mencionan que: “*La rapidez de fase de una onda senoidal puede obtenerse a partir de las propiedades mecánicas del medio material por donde se propaga la onda*” (Resnick y otros, 2006) y en la página 407, “*La rapidez de una onda depende de las propiedades del medio...*” (Resnick y otros, 2006). Es decir, en este punto, los autores relacionan la rapidez de propagación de la onda con las propiedades del medio. Posteriormente en el problema 18–1 (p. 406) presentan el siguiente caso:

> *En el extremo de una larga cuerda horizontal, una onda senoidal transversal es generada por una barra que mueve el extremo hacia arriba, y hacia abajo una distancia de 1,30 cm. El movimiento es continuo y se repite 125 veces por segundo.* (Resnick y otros, 2006)

para obtener la solución del primer punto efectúan el siguiente análisis:

> *...al recorrer la barra un total dilatorio de 1,30 cm, el extremo de la cuerda se aleja 1,30 cm/2 = 0,65 cm de la posición de equilibrio, primero hacia arriba y luego hacia abajo; por tanto la amplitud de la onda $y_m$ es 0,65 cm.* (Resnick y otros, 2006)

En este análisis los autores de LT7, relacionan la amplitud del movimiento oscilatorio de la fuente perturbadora (barra) con la amplitud de la onda transversal que se desplaza por la cuerda. Señalan que: “*El movimiento entero se repite 125 veces por segundo, y por lo mismo la frecuencia es 125 vibraciones por segundo, es decir, f =125 Hz*” (Resnick y otros, 2006), relacionando la frecuencia de la fuente perturbadora con la de la onda transversal generada en la cuerda.

Por su parte, el autor de LT8 realiza una descripción cualitativa de la propagación de una perturbación en un cuerpo inicialmente en equilibrio, mencionando que la propagación de la deformación se realiza a una velocidad finita y llama a este fenómeno de propagación "onda elástica". Representa la perturbación en función de la posición (viajando en sentido creciente de x) y del tiempo a través de una función senoidal y en la páginas 226 y 227 sólo menciona que:

> *…$\varepsilon_0$, $k$ y $\varphi$ son parámetros…El parámetro $\varepsilon_0$ es la amplitud (deformación máxima) de la onda; $\varphi$ es la fase inicial y k es el número de onda. Podemos introducir en lugar de k un parámetro más intuitivo: la longitud de onda. Definimos a ésta como la distancia mínima entre dos puntos del medio que en un instante dado tienen igual elongación $\varepsilon_0$ e igual velocidad material $v = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$. Por lo tanto, deberán distar un valor $\lambda$ tal que sus argumentos difieran en $2\pi$.* (Roederer, 2011)

Al introducir el tema, los autores de LT9, en la página 489 destacan que: "*…la rapidez de la onda, determinada en cada caso por las propiedades mecánicas del medio*" (Sears y otros, 2009). Con relación a las ondas periódicas, en la misma página señalan:

> *…cuando imprimimos un movimiento repetitivo o periódico al extremo libre de la cuerda… Entonces, cada partícula de la cuerda tendrá un movimiento periódico al propagarse la onda, y tendremos una onda periódica.* (Sears y otros, 2009)

Los autores hacen referencia a la figura 15.3 (p. 489) que muestra un cuerpo, apoyado sobre un resorte vertical oscilando y que tiene adosada una cuerda. Al pie de figura 15.3 se explicita el papel que juega la fuente perturbadora en las características de la onda generada.

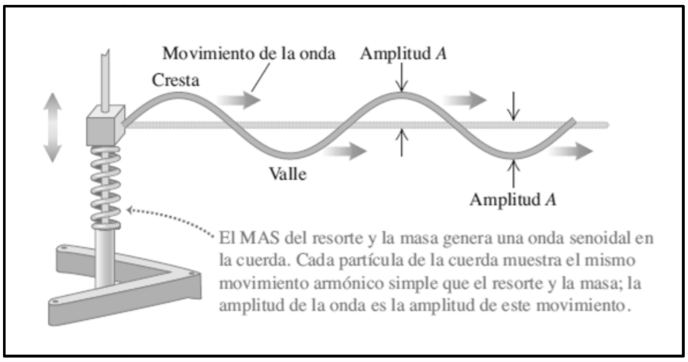


**FIGURA 2.** (Fig. 15.3) Un bloque con masa m unido a un resorte tiene un movimiento armónico simple y produce una onda senoidal que viaja a la derecha por la cuerda. (En un sistema real, se tendría que aplicar una fuerza impulsora al bloque para reponer la energía que la onda se lleva) (Sears y otros, 2009).

En la página 490 los autores aclaran que "*Cuando una onda senoidal pasa por un medio, todas las partículas del medio sufren un movimiento armónico simple con la misma frecuencia*" (Sears y otros, 2009). Al presentar la expresión de la rapidez de propagación ($v = \lambda f$) reiteran que la misma depende únicamente de las propiedades mecánicas del medio. En la página 490, mencionan que, por ahora la rapidez de propagación no depende de la frecuencia: "*…las ondas de todas las frecuencias viajan con la misma rapidez*" (Sears y otros, 2009).

Los autores de LT10 presentan el tema Ondas sólo con la ayuda de una figura (Fig. 16.8, p. 455), en la que muestran la perturbación en función de la posición y del tiempo, la longitud de onda (Fig. 18.a) y el período (Fig. 18.b). No relacionan la frecuencia ni la amplitud con la fuente perturbadora. Respecto a la rapidez de propagación, en la página 455 mencionan que "*Las ondas viajan con una rapidez específica, y esa rapidez depende de las propiedades del medio perturbado*" (Serway y Jewett, 2008). Sin embargo, en el apartado "Ondas sinusoidales en cuerdas", los autores mencionan que para crear una onda en la cuerda, se sustituye la mano por una varilla oscilatoria que vibre en movimiento armónico simple. Muestran la figura 16.10 (p. 457) representando instantáneas de la onda creada de esa forma a intervalos de T/4, y mencionan que:

> *Ya que el extremo de la varilla oscila en movimiento armónico simple, cada elemento de la cuerda como el que se encuentra en P, también oscila verticalmente con movimiento armónico simple. Este debe ser el caso porque cada elemento sigue el movimiento armónico de la varilla. Por lo tanto, todo elemento de la cuerda se puede tratar como un oscilador armónico simple que vibra con una frecuencia igual a la frecuencia de oscilación de la varilla…* (Serway y Jewett, 2008)

Los autores de LT11, en la página 432, explicitan que:

> *Una propiedad general de las ondas es que su velocidad depende de las propiedades del medio y que es independiente del movimiento de la fuente de las ondas. Por ejemplo la velocidad del sonido de la bocina de un coche depende sólo de las propiedades del aire y no del movimiento del coche.* (Tipler y Mosca, 2005)

Para el caso de ondas armónicas en la página 439 señalan que:

> *Si un extremo de una cuerda se sujeta a un diapasón que está vibrando con movimiento armónico simple, se produce un tren de ondas sinusoidales que se propaga a lo largo de la cuerda. Este tren de ondas es una onda armónica. La distancia mínima recorrida en el espacio hasta que la función de onda se repite se llama longitud de onda λ. Cuando la onda se propaga por la cuerda, cada punto de la misma se mueve hacia arriba o hacia abajo (perpendicularmente a la dirección de propagación) realizando un movimiento armónico simple cuya frecuencia f es la del diapasón.* (Tipler y Mosca, 2005)

En el Ejemplo 15.6 "*Un Altavoz*" (p.445) los autores plantean el siguiente problema: "*Un diafragma de un altavoz de 30 cm vibra con una frecuencia de 1 kHz y una amplitud de 0,020 mm. Suponiendo que las moléculas próximas al diafragma tienen esa misma amplitud de vibración, determinar…*" (Tipler y Mosca, 2005), es decir, hacen referencia a que la amplitud de la onda (sonora) es igual a la amplitud a la que vibra la fuente perturbadora (diafragma del altavoz).

También se estudiaron los tipos de explicaciones dadas por los autores de los LT en relación a los significados del signo del término temporal en la fase y de la llamada fase inicial o constante de fase, y si se menciona que la longitud de onda queda determinada por la rapidez de propagación (que depende de las condiciones del medio). En la tabla III se resume lo encontrado.

**TABLA III.** Tipos de explicaciones dadas por los autores de LT acerca del signo del término temporal en la fase, de la fase inicial o constante de fase, y de la longitud de onda.

| | **Se explican los significados de:** | | |
|---|---|---|---|
| **Libro** | **El signo del término temporal en la fase** | **La fase inicial** | **La longitud de onda** |
| T1 | Sí | No | No |
| T2 | No | No | No |
| T3 | Sí | No, al presentar la función | Si |
| T4 | Sí | No, al presentar la función | No |
| T5 | Sí | Sí | No |
| T6 | Sí | Sí | No |
| T7 | Sí | No, al presentar la función | No |
| T8 | Sí | No | No |
| T9 | Sí | No | No |
| T10 | Sí | No | No |
| T11 | No | Sí, de manera incompleta. | No |

Se encontró que la mayoría de los autores dan explicaciones acerca del signo del término temporal de la fase lo cual se considera adecuado. Con relación a la fase inicial sólo se explica su origen en dos de los once libros analizados.

En la página 696 de LT1, los autores representan la ecuación de propagación de la onda en un medio elástico con la función senoidal y no hacen ninguna mención acerca del perturbador, ni de la fase inicial. Explican cómo afecta a la función el sentido de propagación de la onda, justificando el signo del término temporal de la fase.

El autor de LT2 aborda el fenómeno ondulatorio en una cuerda de longitud infinita que se perturba en el extremo accesible con un oscilador armónico (barra vibrante) que vibra hacia arriba y hacia abajo. Plantea la ecuación del oscilador mediante la función seno, pero no menciona nada acerca de la constante de fase. Aludiendo al tratamiento realizado sobre ondas electromagnéticas, el autor señala que la perturbación provocada en el extremo de la cuerda se propagará a lo largo de ésta con una rapidez $v$, y aplica la relación $v = \lambda\, \nu$. En la página 231, presenta la ecuación de onda usando la función seno, sin incluir en ella a la fase inicial, ni explicar por qué es nula.

En LT3, los autores no contemplan la fase inicial al escribir la ecuación de onda hasta el correspondiente análisis de Fourier, en el que se escribe la ecuación de onda teniendo en cuenta ahora dicha fase, pero sin hacer mención alguna sobre la misma. Indican que, si el extremo de una cuerda tensa se desplaza con un movimiento armónico simple, la onda generada recibe el nombre de onda armónica. Representan la ecuación del desplazamiento de la cuerda respecto a la posición de equilibrio con la función seno y con la fase inicial nula (Ec. 22.1, p. 1042). Luego, sólo mencionan que se puede usar, en general, una función coseno o seno con fase inicial $\varphi_0$ y según dicen textualmente en la página 1042 "*…donde el uso de la fase inicial φ0 sólo representa la elección de un origen de tiempo y espacio distintos de cero*" (Cussó y otros, 2004).

En el apartado 32.4 "Ondas armónicas", a partir de la figura 32.12. (p. 788) los autores de LT4 representan gráficamente $y$ contra $x$ para una onda de amplitud $A$ y longitud de onda $\lambda$. En la página 789 indican que:

> *Las funciones de onda que se han presentado hasta ahora no son generales por completo, pues requieren que y = 0 cuando x = 0 y t = 0. La expresión más general incluye una constante de fase φ*: $y = Asen(kx - \omega t + \varphi)$. *A menudo es conveniente tomar* $x = 0$ *y* $t = 0$ *para que* $\varphi = 0$, *como hicimos en la exposición anterior*. (Gettys y otros, 1992)

Se destaca que en este LT, sus autores realizan una descripción del fenómeno ondulatorio centrada en la matemática y no en los significados físicos de los parámetros involucrados, ni en su análisis conceptual.

Los autores de LT5 estudian el caso particular en el cual una fuerza actuante que varía cosenoidalmente con el tiempo genera una onda progresiva transversal en un resorte; ubican la fuente en $x = 0$, y describen la ecuación de la onda moviéndose en dirección y sentido de las $x$ positivas, a rapidez $c$, por la siguiente función senoidal (p.645):

$$y(x,t) = y_0\, sen\ \omega\ ( t - x/c) \tag{5}$$

En la página 647, aclaran que la perturbación en $x = 0$ puede variar su estado ($y$) con el tiempo según una función senoidal del tipo:

$$y(0,t)= y_0\, sen\ \omega t \tag{6}$$

Aunque el desplazamiento en $x = 0$ puede depender del tiempo en una forma más general:

$$y(0,t)= y_0\, sen\ (\omega\ t+ \varphi) \tag{7}$$

donde $\varphi$ es la fase inicial. Esto genera una onda que se propaga en el sentido de las $x$ positivas, cuya ecuación es:

$$y(x,t)= y_0\, sen\ [\omega\ (t - x/c + \varphi)] \tag{8}$$

En un ejemplo (p. 647) los autores, a través de un gráfico en el que se muestra el estado de perturbación en distintos tiempos (Fig. 22–9, p. 648), buscan, entre otras cosas, determinar la expresión matemática de la onda, llegando a una ecuación senoidal del tipo:

$$y(x,t)= y_0\, sen\ [2\pi\ (t/T - x/\lambda) + \varphi] \tag{9}$$

analizan la expresión en $t = 0$ aludiendo que la fase inicial ha de ser tal que:

$$sen\ (-2\pi x/\lambda + \varphi)= sen\ (2\pi x\ /\ \lambda) \tag{10}$$

por lo tanto $\varphi = \pi$. Por lo cual, en la página 648 describen la onda por la siguiente ecuación:

$$y(x,t)= - y_0\, sen\ [2\pi\ (t/T - x/\lambda)] \tag{11}$$

Los autores de LT6 presentan el concepto de amplitud aludiendo a la expresión matemática (no a la fuente de perturbación). En la página 390, señalan que la constante $\delta$ que aparece en la fase se determina por las condiciones iniciales: "*…por ejemplo, puede considerarse como el ángulo de fase en x = 0 y al tiempo inicial t = 0*" (McKelvey y Grotch, 1980).

En un ítem del ejemplo 10.31 (p. 392) proponen una función senoidal que viaja en el sentido creciente de las $x$, para describir la ecuación de la onda en una cuerda tensa que se perturba en un extremo con un movimiento armónico simple con un cierto período y amplitud. Señalan que no se especifica la fase inicial ni se la puede determinar con los datos dados en el problema, porque necesita conocerse algo más, por ejemplo la derivada parcial de la perturbación respecto al tiempo. Proponen al lector demostrar que si $y=0$ y su derivada es menor que cero, en $x=1,5$ *m* y $t=0,4$ *s*, entonces la fase inicial resulta igual a $\pi$.

Los autores de LT7, al analizar la ecuación 18.11 de la página 404, aclaran que la constante de fase puede ser igual a cero: "*...el desplazamiento ´y´ es cero en la posición x = 0 y durante el tiempo t = 0*" (Resnick y otros, 2006). Sin embargo, en la página 405, se señala que:

*…no debe ser así necesariamente. La expresión general de la onda viajera es:*

$$y(x,t)= y_m \, sen\,(kx - \omega t - \varphi) \tag{12}$$

*La magnitud que aparece en el argumento, a saber, (k x – ωt –φ), recibe el nombre de fase de la onda. Al ángulo φ se le conoce como constante de fase. Esta constante no afecta la forma de la onda; la mueve hacia adelante o hacia atrás en el espacio o en el tiempo*. (Resnick y otros, 2006)

El autor de LT8 describe en detalle el campo de deformaciones en una onda longitudinal y una transversal (ubicando la fuente en $x = 0$). Con relación a las ondas sinusoidales, presenta la perturbación en función de la posición (viajando en sentido creciente de *x*, con velocidad *c* y del tiempo, a través de una función senoidal, que involucra el "número de onda" *k* (p. 226):

$$\varepsilon(x,t)= \varepsilon_0 sen[k(x-ct)+\varphi] \tag{13}$$

pero no analiza el significado de la fase inicial $\varphi$.

En el apartado 15.3 "Descripción matemática de una onda" de LT9 los autores describen matemáticamente la función del perturbador en $x = 0$ con la función coseno y dicen que en $t = 0$ el perturbador se halla en el estado de perturbación máximo. No aclaran que en esas condiciones la fase inicial es nula. Posteriormente explican cómo se incorpora en la fase el término espacial con el signo correspondiente y expresan las distintas, y equivalentes, formas de escribir la ecuación de onda (p. 493).

En la expresión (16.13) de la página 456 los autores muestran la expresión general para una onda sinusoidal con constante de fase $\Phi$:

$$y = A \, sen\,(kx - \omega t + \Phi) \tag{14}$$

y sobre la misma aclaran: "*…donde Φ es la constante de fase tal como se aprendió en el estudio del movimiento periódico en el capítulo 15. Esta constante se determina a partir de las condiciones iniciales*" (Serway y Jewett, 2008). No explican cómo se calcula, ni su significado físico. Con respecto a las ondas sinusoidales en cuerdas, la representan en la figura 16.10 (p. 457) por medio de instantáneas de la onda obtenidas a intervalos de T/4. En la figura 16.10, indican la dirección de perturbación y la longitud de onda. Escriben la ecuación de onda señalando que si en $t = 0$ la onda es como se muestra en la figura 16.10 b) –en la que la varilla se encuentra en la posición de equilibrio–, la ecuación se puede escribir como:

$$y = A \, sen\,(kx - \omega \, t) \tag{15}$$

pero no justifican por qué la fase inicial es cero.

Los autores de LT11 mencionan que en el gráfico *y* versus *x* que se muestra en la figura 15.7 (p.439), la función sinusoidal que describe los desplazamientos en dirección *y* (perpendicularmente a la dirección de propagación *x*) es:

$$y= A sen\,(kx+ \delta) \tag{16}$$

En donde *A* es la amplitud, $\lambda$ la longitud de onda y $\delta$ una constante de fase que depende de la elección del origen ($x = 0$); *k* es el número de onda definido por la siguiente ecuación (p. 439):

$$k = 2\pi/\lambda \tag{17}$$

A continuación explican cómo viaja esta perturbación, introduciendo como variable al tiempo. Se menciona que la constante de fase depende de la elección del origen $x = 0$ para el estudio de la perturbación, aunque no se explicita matemáticamente.

Con respecto al parámetro "longitud de onda", sólo en LT3 se explicita su significado físico. En la páginas 1045 y 1046 los autores destacan que:

> *La longitud de onda depende en gran medida del medio de propagación, ya que está determinada por la frecuencia y la velocidad de propagación: λ=v f. Cuando una onda atraviesa la frontera entre dos medios diferentes, como veremos en la sección 5, la frecuencia de la onda se conserva, pero cambia la velocidad de propagación y con ello la longitud de onda.* (Cussó y otros, 2004)

Los autores de los otros libros de texto hacen simplemente una descripción "espacial" de la longitud de onda. Por ejemplo, los autores de LT4 representan gráficamente $y$ contra $x$ (Fig. 32.12, p. 788) para una onda de amplitud $A$ y longitud de onda $\lambda$; en la misma señalan que λ es la distancia a la que se vuelve a repetir la onda, o la distancia entre dos crestas o valles sucesivos. Mientras que los autores de LT5, a través de un dibujo (Fig. 22–8, p. 646), presentan a la longitud de onda como la distancia que recorre un pulso "$y$" en un tiempo $t = T$ (siendo $T$ el período de oscilación de la fuente perturbadora) desde la fuente de perturbación ($x = 0$).

Por su parte, los autores de LT10 en la página 455 introducen el concepto de longitud de onda, a través del análisis de una instantánea de una onda progresiva:

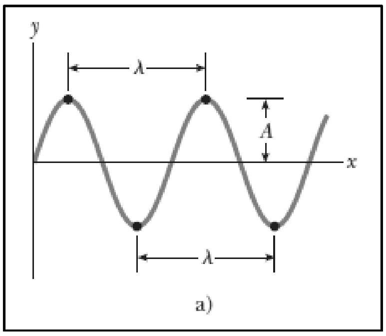


**FIGURA 3.** (Fig. 16.8 a) Instantánea de una onda sinusoidal en la cual se representa su longitud de onda (Serway y Jewett, 2008).

## V. REFLEXIONES

El modelo ondulatorio ocupa un lugar fundamental en la estructura conceptual de la física. El mismo permite encontrar una unidad explicativa de fenómenos diversos que involucran tanto ondas mecánicas como electromagnéticas. Sin embargo, para avanzar en la elaboración de propuestas didácticas que contribuyan a un aprendizaje significativo de esta temática es necesario conocer cómo se presenta el tema en los LT de uso frecuente.

Para diseñar cualquier estrategia de enseñanza, se deben analizar cuidadosamente cuáles son las ideas básicas que quieren enseñarse y que constituyen las bases del conocimiento que es deseable que reconstruyan los estudiantes.

De esto se desprende la necesidad de señalar que, al desarrollar el tema: "ondas armónicas mecánicas", se ponga énfasis en la explicitación de que, tanto la frecuencia como la amplitud de la onda, quedan determinadas por las características de la fuente y que la rapidez de propagación depende de las propiedades mecánicas del medio que es perturbado por la fuente el cual, ante la perturbación, responde permitiéndole viajar con una determinada longitud de onda. En cuanto a la constante de fase, resulta conveniente que los estudiantes aprendan cómo se determina, en lugar de hacerla nula para simplificar la función matemática, sin saber bien el por qué.

Por un lado se señala la conveniencia de hacer explícitos en las clases, como también en los diferentes materiales de estudio y consulta, el origen físico de los parámetros con los que se describe formalmente a una onda viajera, y por otro, que los docentes tengan en cuenta que en algunos de los LT que se recomiendan a los estudiantes, el tema ondas mecánicas no se encuentra desarrollado de manera exhaustiva como para que los mismos conceptualicen integralmente el fenómeno y las ecuaciones que lo representan.

Respecto a los LT, se observó que en ocho de los once libros que conformaron la muestra analizada, los autores no profundizan en la elección de la función armónica que usan para la representación matemática de una onda, ni en la determinación de la fase inicial. En los LT se abordan y se explican adecuadamente la mayoría de los parámetros involucrados en la ecuación de ondas con énfasis en aspectos matemáticos, con escasa referencia a lo fenomenológico.

Sólo en 5 de los 11 LT se explica que la amplitud de la onda generada está asociada a la amplitud de la oscilación de la fuente perturbadora; en 6 de los 11 LT se señala que la frecuencia de oscilación de la fuente perturbadora es la que fija la frecuencia de la onda generada y en apenas 5 de los 11 LT se señala, desde un comienzo, que la rapidez de propagación de la onda depende de las propiedades del medio. En un único LT se analiza adecuadamente que la longitud de la onda viene determinada como respuesta del medio a la perturbación de una determinada frecuencia generada por la fuente.

Es decir, la mayoría de los autores relacionan dichos conceptos matemáticamente sin hacer explícita la naturaleza individual de los mismos, o los asocian al proceso de propagación sin aludir en la debida medida al papel que juegan la fuente perturbadora y las condiciones mecánicas del medio en el cual se genera y se propaga la onda.

Esto propicia que los alumnos no comprendan en forma global el fenómeno, recurriendo a cálculos matemáticos que relacionan la tríada frecuencia, rapidez de propagación y longitud de onda.

De lo anterior surgen consideraciones sobre las arbitrariedades, descriptas por Alcocer y otros (2004) como la dificultad de los estudiantes en establecer conexiones entre conceptos con argumentos precisos, presentes en los LT más frecuentemente recomendados a los mismos, en los que se apoyan para estudiar los temas, lo cual los estaría alejando de una apropiada reconstrucción conceptual.

Los resultados de este trabajo deberían alertar a los docentes sobre la necesidad de poner en evidencia, a través de tareas que faciliten la comprensión por parte de los estudiantes (Ledesma y Pocoví, 2013), las connotaciones físicas derivadas de los aspectos fenomenológicos de las ondas y de los parámetros que caracterizan a la propagación de una perturbación, de manera de facilitar en los mismos una comprensión acabada del fenómeno que les servirá de base para abordar el estudio de los diversos fenómenos asociados a las ondas mecánicas y a las ondas electromagnéticas en cursos posteriores.

Se recomienda diseñar alternativas didácticas que colaboren a superar los obstáculos detectados y, a la vez, permita a los docentes generar sus propios diseños para llevar al aula para lo que se sostiene que es necesaria una presentación detallada del fenómeno ondulatorio que, aunque conlleve mayor tiempo de clase destinado al tema, resulte más comprensible a los estudiantes.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la UNL por el apoyo para la realización de este trabajo en el marco de los proyectos CAI+D 2011 códigos: 50120110100098LI y 50120110100270LI.

## REFERENCIAS

Alcocer, L., Carrión, R., Alonso, J. J. y Campanario J. M. (2004). Presentaciones aparentemente arbitrarias de algunos contenidos comunes en libros de texto de física y química. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 3(1), 98–122.

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1991). *Psicología Educacional, un punto de vista cognitivo*. 5ta. Reimpresión**.** México: Trillas.

Bardin, L. (1996). *El análisis de contenido***.** Madrid: Akal.

Concari, S. (2002). El enfoque interpretativo en la investigación en educación en ciencias. *Revista Ensaio: Evaluação y Políticas Públicas em Educação*, 10(36), 315–330.

Giorgi, S., Cámara, C., Marino, L., Carreri, R. y Bonazzola M. (2014). Análisis de contenidos de mecánica en libros de texto utilizados en la enseñanza de la física en el ciclo inicial de carreras universitarias. Presentado en *XII Simposio de Investigación en Educación en Física*, 22–24 de octubre, Tandil, Argentina.

Grayson, D. J. (1996). Using education research to develop wave's courseware. *Computational Physics*, 10(1), 30–37.

Jiménez, J.D. (2000). El análisis de los libros de texto. En F.J. Perales y P. Cañal (Eds.), *Didáctica de las Ciencias Experimentales.* Alcoy: Marfil.

Kattmann, U. (2008). ¿Learning biology by means of anthropomorphic conceptions? En M. Hamman, M. Reiss, C. Boulter, y S.D. Tunniciffe (Eds.), *Biology in context: Learning and teaching for the 21st century*. London: Institute of Education, University of London.

Ledesma, L. y Pocoví M. C. (2013). Ontología del concepto de aceleración: su comprensión mediante el aprendizaje a partir de textos. *Latin American Journal of Physics Education,* 7(1), 68–78.

Linder, C. (1993). University physics student’s conceptualizations of factors affecting the speed of sound propagation. *International Journal of Science Education*, 15(6), 655–662.

Maurines, L. (1992). Los estudiantes y la propagación de las señales mecánicas: dificultades de una situación de varias variables y procedimientos de simplificación. *Enseñanza de las Ciencias,* 10(1), 49–57.

Otero, J. (1990). Variables cognitivas y metacognitivas en la comprensión de textos científicos: el papel de los esquemas y el control de la propia comprensión. *Enseñanza de las Ciencias,* 8(1), 17–22.

Perales Palacios, F. J. (1997). Escuchando el sonido: concepciones sobre acústica en alumnos de distintos niveles educativos. *Enseñanza de las Ciencias*, 15(2), 233–247.

Samaja, J. (1994). *Epistemología y Metodología*. Buenos Aires: EUDEBA.

Treagust D. and Duit R. (2009). Multiple Perspectives of Conceptual Change in Science and the Challenges Ahead. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 32(2), 89–104.

Utges, G. (2002). La enseñanza y aprendizaje de conceptos complejos. En busca de referentes teóricos para comprender las dificultades de los estudiantes en la comprensión del concepto de onda. Presentado en *VI Simposio de Investigadores en Enseñanza de la Física*, 9–11 de octubre, Corrientes, Argentina.

Welti, R. (2002). Concepciones de estudiantes y profesores acerca de la energía de las ondas. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(2), 261–270.

Wittmann, M., Steinberg, R., Redish, E. (1998). Making sense of how students make sense of mechanical waves. http:/www.citeseerx.ist.psu.edu. Sitio consultado en marzo de 2017.